

## METAHEURÍSTICA FEPSO MULTIOBJETIVO. UNA APLICACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL BALANCE DE CARGAS EN REDES DE DISTRIBUCIÓN DE BAJA TENSIÓN

### MULTIOBJECTIVE METAHEURISTIC FEPSO. AN APPLICATION TO PHASE BALANCING IN LOW VOLTAGE DISTRIBUTION NETWORKS

**Gustavo Alejandro Schweickardt<sup>1</sup> & Gustavo Wiman<sup>2</sup>**

1. Dr. y Mg. Investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Instituto de Economía Energética/Fundación Bariloche, Argentina.

2. I. E. Coordinador Académico de la Universidad Tecnológica Nacional, Bariloche, Argentina.  
gustavoschweickardt@ciudad.com.ar; guswiman@frba.utn.edu.ar

*Recibido para evaluación: 28 de Mayo de 2009*

*Aceptación: 1 de Junio de 2009*

*Entrega de versión final: 23 de Junio de 2009*

#### Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un modelo para el análisis del Grado de Desbalance de Cargas en una Red Trifásica de Distribución de Energía Eléctrica (RDEE) en Baja Tensión. Se presenta una novedosa MetaHeurística Multiobjetivo referida como FEPSO (Fuzzy Evolutionary Particle Swarm Optimization), cuya función de aptitud es valuada mediante Conjuntos Difusos. Desde los múltiples inconvenientes que genera un elevado grado de desbalance en las fases del sistema, son considerados, e integrados como funciones objetivo, la minimización de las pérdidas técnicas, la mejora del perfil de tensiones y la minimización de la componente homopolar referida a la salida del sistema. Estos aspectos resultan de sustancial importancia en el uso racional de la energía, desde el lado de la oferta, y en la calidad del suministro, y, por tanto, son observados por la Autoridad Regulatoria. Se presenta una aplicación real, evidenciando sus ventajas respecto del enfoque clásico del problema, empleando Programación Lineal Entera-Mixta.

**Palabras Clave:** MetaHeurística, Enjambre de Partículas, Optimización; Conjuntos Difusos, Distribución Eléctrica, Desbalance de Cargas.

#### Abstract

This work presents a model to Low Voltage Unbalance Degree Optimization in a Three-phase Electric Distribution Network. A new multiobjective metaheuristics PSO (Particle Swarm Optimization), supported in a fuzzy fitness function (FEPSO) is introduced. From multiple problems resulting from such unbalance degree, are been addressed the technical losses and the voltage drops. Both aspects are fundamentals in the rational use of energy, when this objective is focused from the offer side, and are observed for Regulatory Authority. A real application is presented, and its advantages respect the classical approach based in Mixed-Integer Linear Programming, are evidenced.

**Keywords:** Metaheuristic, Particle Swarm, Optimization, Fuzzy Sets, Electric Distribution, Load Unbalance.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Balance de cargas en las Fases en un Sistema Trifásico de Distribución Eléctrica en Baja Tensión, constituye un problema que exhibe una apariencia menor, razón por la cual, tal vez, no ha sido muy tratado de manera formal por la literatura especializada. Más allá de tal apariencia, su importancia es fundamental, puesto que el mayor porcentaje de pérdidas de las redes de distribución se produce en los sistemas de baja tensión, así como también los mayores inconvenientes de tensión de suministro a los usuarios (calidad de producto técnico). Pueden referirse, al menos, dos razones por las que este problema no ha sido abordado formalmente y de la manera adecuada: a) más allá de su apariencia sencilla (cambiar las conexiones de fases de las cargas monofásicas) es de muy compleja solución (combinatorio), como se verá en el apartado 2.-, y b) las regulaciones eléctricas han incorporado los aspectos de calidad a nivel usuario en los sistemas de baja tensión, al igual que mecanismos que propicien el uso racional de la energía desde el lado de la oferta, en años recientes. Históricamente, han sido razones técnicas, y no económicas, las que han impuesto límites a las pérdidas y a los perfiles de tensión. El enfoque que se intenta establecer en la actualidad, supone la consideración de ambos aspectos, dado que se le confiere un costo a la energía, en relación a su oportunidad de empleo, reflejando su valor de escasez, como también a los efectos de la no calidad en el suministro (a través de producto técnico tensión). El presente trabajo, intenta dar con una solución formal y superadora, respecto de las existentes, para minimizar los efectos de un grado importante de desbalance de fases, a partir de un balance por reconexión, siguiendo un criterio que contemple en menor número de cambios de conexiones posible.

Los desarrollos se han ordenado de la siguiente forma: en el apartado 2.- se presenta el problema, así como su intento de solución más común, aún hoy empleado. Luego se analiza críticamente un método formal de solución, basado en Programación Lineal Entera Mixta. En el apartado 3.-, se presenta la Metaheurística PSO, y en el apartado 4.-, la EPSO. Sus elementos son requeridos para los desarrollos de la MetaHeurística empleada en el presente trabajo. En el apartado 5.-, se introduce la MetaHeurística FEPSO como extensión de la EPSO MultiObjetivo/Difusa. Adicionalmente, se la especializa para el problema

abordado, presentando el modelo para la función de aptitud difusa requerida conforme los objetivos establecidos. Luego, en el apartado 6.-, se aplica el modelo propuesto sobre un sistema real y se describen los resultados obtenidos. Finalmente, se presentan las conclusiones más destacables en el apartado 7.-.

## 2. EL DESBALANCE DE FASES EN LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA DE BAJA TENSIÓN - SDEE BT

### 2.1. Identificación del Problema

En un típico sistema de distribución en baja tensión, las redes parten de los Centros de Transformación de Media Tensión/Baja Tensión (CT MT/BT), en los que se emplazan uno o más transformadores, los cuales presentan cierto número de salidas. Dicho número aumenta con la potencia instalada. Desde cada salida (por caso, en un transformador para un CT tipo plataforma, de 315 [kVA], se tienen 4-6 salidas), parte un alimentador que, a su vez, tiene ramales en derivación, llamados secundarios (los cuales pueden tener derivaciones terciarias, y así siguiendo), conformándose una red independiente cuya topología de operación es radial. El sistema es trifásico, pero las cargas conectadas en los diferentes nodos de los alimentadores primarios o sus derivaciones, resultan, en su mayoría, monofásicas. Esto le confiere un carácter, si bien simétrico (dos fasores contiguos difieren en  $120^\circ$ ), desbalanceado (módulos distintos). Esto significa que el sistema de BT, opera necesariamente con cierto grado de desbalance en sus tres fases. Sin embargo, en la medida que tal desbalance exhiba un grado más pronunciado, se presentan, al menos, tres problemas relacionados con las pérdidas, la calidad del suministro y la confiabilidad del sistema: a) Existe un aumento en las pérdidas técnicas (potencia y energía) del sistema. En segmentos urbanos/suburbanos, para sistemas de BT que utilizan 0.38 [kV] de tensión nominal de suministro, el nivel de pérdidas técnicas de potencia se sitúa entre un 5 a 10%. El último valor se observa, mayormente, en zonas carenciadas, debido al tipo constructivo de red que se emplea (frecuentemente, conductores desnudos referidos como convencionales); b) La calidad del producto técnico tensión de suministro, controlada por la regulación, disminuye. La tolerancia en tensión para redes como las descritas en el ítem anterior, está entre un 5% a 7% respecto de la tensión de suministro

nominal; c) El desbalance de intensidades, para sistemas con neutro puesto a tierra, genera una corriente de secuencia cero,  $I[0]$  (suma de las intensidades de las tres fases, que circulará por tierra) de un valor tal que puede accionar las protecciones contra cortocircuitos. Particularmente, el monofásico/fase a tierra (el más frecuente: un 80% de las fallas son de este tipo). El sistema pierde así confiabilidad, puesto que las protecciones interpretan los fuertes desbalances como una señal de cortocircuito, interrumpiendo el servicio. Esto adquiere mayor relevancia en el subsistema de MT: las cargas para el mismo resultan ser los CT MT/BT (sin considerar los grandes usuarios en MT, que son pocos, relativamente). Los desbalances en BT, se reflejan, entonces, "aguas arriba" como cargas desbalanceadas en MT. En este subsistema existen protecciones accionadas por componente homopolar mayor que cierto nivel de disparo, requiriéndose especial cuidado con su ajuste.

Entonces, el problema de optimización en el grado de desbalance de fases, es definido como la búsqueda de aquella configuración de conexiones de las cargas a las fases [R, S, T] en el sistema, tal que propenda a evitar, en el mayor nivel posible, los inconvenientes descritos en a), b) y c). Como cada carga del sistema

tiene tres opciones de conexión, se trata de un problema combinatorio, en rigor dado por las variaciones con repetición de las 3 fases tomadas de  $nC$  cargas. El espacio de búsqueda tendrá, entonces,  $NE = 3^{nC}$  estados. Para un sistema cuyo esquema trifilar se considera en la simulación del presente trabajo, con  $nC = 115$  cargas, se tiene un espacio de búsqueda de  $NE = 3^{115}$  estados.

## 2.2. Intentos de Solución mediante búsqueda Iterativa (BI): Modelo "Prueba y Error"

Los primeros intentos de solución para el balance de fases, responden, en su versión más sofisticada, al esquema presentado en la Figura 1. Este método es aún hoy aplicado, bajo consideraciones más simples que sustituyen las heurísticas, y su compleja implementación desde el punto de vista informático, por configuraciones de fases aleatoriamente generadas. Se itera, en este caso, un cierto número de veces, reteniendo el mejor Indicador de Balance. Dada la enorme cantidad de estados del espacio de búsqueda, como se explicó en el epígrafe anterior, en un sistema importante, con un gran número de cargas, este método constituye un pobre sondeo.

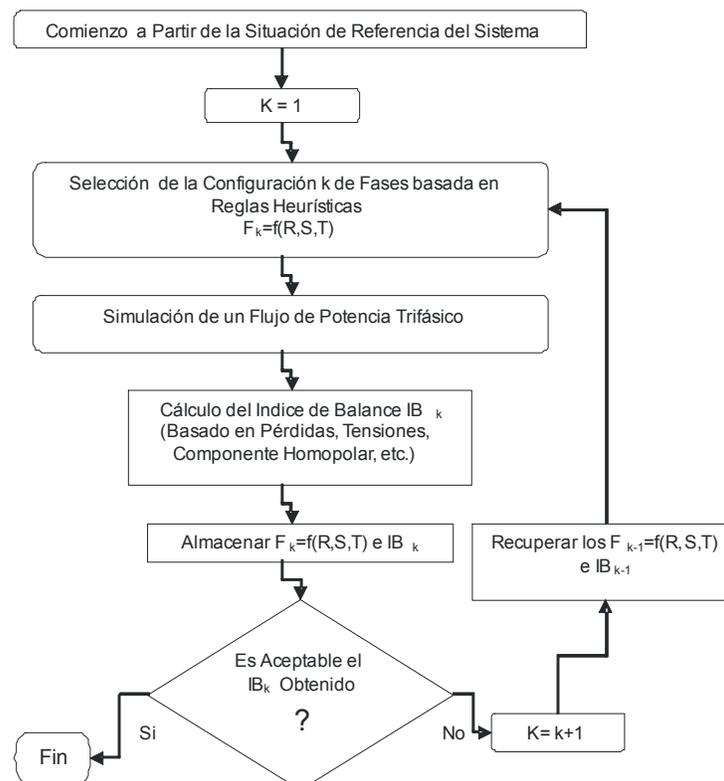


Figura 1. Esquema de Solución del Balance de Fases por Búsqueda Iterativa

### 2.3. Solución Propuesta Mediante Programación Lineal Entera-Mixta (MIP)

Empleando un enfoque propiciado por técnicas de optimización clásicas, el modelo MIP fue presentado en (Zhu et. al., 1998). Considérese un alimentador único, tal como el que se representa en la Figura 3, correspondiente a la simulación del presente trabajo, indicado como Pr, el cual tiene cierta conexión de cargas (también indicadas), en nodos cuya distancia a la salida de Pr, se encuentra definida. Se trata de encontrar la asignación óptima de las cargas a cada fase del sistema [R, S, T], tal que las intensidades en cada fase, tomadas de a pares, ([R, T], [S, T] y [R, S]) exhiban una diferencia de módulos en cada rama (distancia entre dos nodos contiguos) que resulte mínima. Formalmente:

$$\text{Min } \{ \sum_j p_j \times U_j \}$$

Sujeto a:

$$U_j = \text{Max} \{ |I_j^{[R]} - I_j^{[T]}|; |I_j^{[S]} - I_j^{[T]}|; |I_j^{[R]} - I_j^{[S]}| \} \quad (1)$$

$$I_j^{[\Phi]} = \sum_k I_k^{[\Phi]} + \sum_w \delta_i^{[\Phi]w} \times I_i^{[\Phi]w} \quad (2)$$

$$\sum_w \delta_i^{[\Phi]w} = 1; \forall [\Phi] \in \{R, S, T\} \quad (3)$$

$$\sum_w \delta_i^{[\Phi]w} = 1; \forall [w] \in [1..nC] \quad (4)$$

$$|I_j^{[\Phi]}| \leq C_j \quad (5)$$

$$\delta_i^{[\Phi]w} \in \{0, 1\} \forall [i, \Phi] \quad (6)$$

$$\sum_j p_j = 1; \forall [j] \in [1..nR] \quad (7)$$

donde:

$j$  es la rama genérica;  $U_j$  es el desbalance de intensidades en la rama  $j$ ;  $I_j^{[\Phi]}$  es la intensidad sobre la rama  $j$  en la fase  $\Phi$ ;  $\delta_i^{[\Phi]w}$  es la variable de decisión para la conexión de la carga  $w$ -ésima en el nodo  $i$ -ésimo, a la fase  $\Phi$ ,  $I_i^{[\Phi]w}$ ;  $i$  es el nodo "aguas abajo" o terminal de la rama  $j$ ;  $C_j$  es la capacidad de la línea en la rama  $j$ , por fase;  $nC$  es el número de cargas y  $nR$  es el número de ramas.

En esta formulación MIP, la igualdad (2) no es otra cosa que la Ley de Kirchhoff de las Intensidades aplicada al nodo  $i$  (la suma fasorial de las intensidades en dicho nodo, debe ser nula); las restricciones (3), (4) y (6) aseguran que una carga se asigne sólo a una fase; la restricción (5) asegura que no se vulneren los límites operacionales del alimentador (Intensidad Máxima); la condición (7) es necesaria, puesto que las ramas deben tratarse de un modo independiente, fijando pesos al balance logrado en cada una de ellas. Se trata de una típica modelación

Lineal Entera-Mixta, que puede ser resuelta mediante un algoritmo de ramificación y acotamiento (Winston, 1991), incluido en cualquier paquete de software educacional o comercial.

Sin embargo, hay que destacar algunas severas limitaciones en este enfoque:

1ro) La más importante: supone una característica de las cargas denominada de corriente constante. Esto significa que, independientemente de los cambios que se puedan producir en la tensión de nodo, la carga ajustará su impedancia para demandar siempre la misma intensidad. Esta es una simplificación que exige de emplear, por cada cambio de configuración (conexión a fases), un flujo de potencia trifásico para determinar el estado resultante del sistema analizado. De tal modo, es posible la linealización del problema ya que las intensidades (fasores), permanecen constantes. En sistemas reales, donde predomina un consumo tipo residencial, esta característica de carga es bastante improbable de sostener (mucho menos aún para todas las cargas/usuarios del sistema);

2do) Se propone un Índice de Balance que intenta resolver, estrictamente, el ítem c) referido en el epígrafe 2.1.-. Los autores infieren en su propuesta, que tal solución propendería a la mejora de los dos primeros ítems, a) minimización de pérdidas y b) menores caídas de tensión. Esta aseveración, si bien en algún intervalo de solución es correcta, no siempre resulta válida, más aún cuando se está hablando de "óptimo" y en sistemas con un grado de desbalance muy elevado;

3ro) En un sistema importante (80-100 cargas), la modelación específica resulta de bastante a muy engorrosa de realizar. Más aún, si se aplicase a múltiples CT MT/BT, por cada salida se tendría una formulación distinta, motivo por el cual la optimización para todo un sistema de BT, puede tornarse impracticable;

4to) Los ponderadores de la expresión (7) son subjetivos, de modo que el modelo resulta, en realidad, una de las formas más simples de la PL MultiObjetivo, presentándose muy discutiblemente "una" solución óptima; y

5to) Se destaca, como en tantos otros casos de aplicación en el campo de los Sistemas de Potencia, que forzar la linealización de ecuaciones que resumen leyes de comportamiento claramente no lineales, por más que los métodos clásicos de optimización presenten

elegantes soluciones, las mismas resultan de escasa o nula aplicabilidad práctica. Diferente es, en problemas del tipo combinatorio, fundamentalmente, generar modelos híbridos, combinando metaheurísticas con métodos clásicos (tal como la Programación Lineal o la Dinámica), situación para la cual pueden obtenerse excelentes resultados (Schweickardt, 2007).

### 3. LA METAHEURÍSTICA PSO (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION - OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS)

#### 3.1. Una Definición de MetaHeurística

En principio, habida cuenta de la controversia y discusión que se presenta en la literatura especializada, sobre qué diferencia a una Heurística de una MetaHeurística, se adoptarán las siguientes definiciones: Heurística: Constituye una serie de procedimientos o estrategias que conducen a un objetivo pre-establecido; MetaHeurística: Constituye un procedimiento iterativo que guía a una Heurística subordinada, combinando diferentes conceptos para explorar y explotar las características que pueda exhibir el espacio de búsqueda.

En ambos casos, el mérito de una solución se evalúa mediante una función preestablecida, llamada de aptitud.

#### 3.2. Antecedentes del PSO

Bajo la denominación de Estrategias de Evolución (Evolution Strategies ES) y Programación Evolucionaria (Evolutionary Programming EP) han sido desarrollados varios modelos de optimización que imitan los mecanismos de selección natural, propuestos conceptualmente por Darwing, los cuales propician el progreso de cierto conjunto de individuos hacia un óptimo de aptitud desconocido. La Optimización por Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization PSO), constituye un Algoritmo MetaHeurístico, presentado en 1995 por Kennedy y Eberhart (Kennedy y Eberhart, 1995). Se inspira en el movimiento colectivo de cardúmenes de peces, bandadas de pájaros o enjambres de abejas, el cual los autores refieren como movimiento de partículas.

En el modelo PSO existe, en cada iteración hacia la solución buscada, un conjunto de alternativas (cuya factibilidad exhibe cierto grado de aptitud), las cuales

son denominadas partículas. El conjunto es la población o enjambre. Desde una iteración a la siguiente, cada partícula se mueve en el espacio de soluciones, conforme a cierta regla de movimiento que depende de tres factores. Se explican a continuación. Se indicará mediante [p] el vector de partículas en movimiento y mediante  $p_i$  una partícula individual de las  $n$  que pertenecen al enjambre. Adicionalmente, se indicará mediante [b] el vector de los mejores puntos que las partículas han alcanzado, individualmente, en las iteraciones anteriores (aspecto referido en el modelo como vida pasada de la partícula); entonces  $b_i$  se corresponderá con el óptimo individual de la partícula  $i$  en su vida pasada. Del mismo modo, se indicará mediante [b]G el vector cuyos elementos son las mejores posiciones globalmente alcanzadas por el conjunto de partículas en las iteraciones anteriores; entonces se indicará mediante  $b_G$  al óptimo global alcanzado por el sistema de partículas hasta la iteración presente. Dado el vector que indica la posición de las partículas en cierta iteración  $k$ ,  $[p]^k$ , el cambio de posición en la iteración siguiente,  $k+1$ , para la partícula  $i$ -ésima, vendrá dado por la regla de movimiento:

$$p^{[k+1]}_i = p^{[k]}_i + v^{[k+1]}_i \times \Delta t \quad (8)$$

donde el término  $v^{[k+1]}_i$  es referido como velocidad de la partícula  $i$ -ésima, la cual se expresa, a su vez, como sigue:

$$v^{[k+1]}_i = w_{II} \times (r_1^{[k]}) \times v^{[k]}_i + w_{IC} \times (r_2^{[k]}) \times [b^{[k]}_i - p^{[k]}_i] + w_{IS} \times (r_3^{[k]}) \times [b^{[k]}_G - p^{[k]}_i] \quad (9)$$

En la ecuación (8), el factor  $\Delta t$  se asume unitario ( $\Delta t = 1$ ). En la expresión (9), el primer término, primer factor de incidencia en la regla de movimiento, representa la inercia o hábito de la partícula  $i$ : tiende a mantener su movimiento, para la iteración  $k+1$ , en la dirección en la que se movía en la iteración  $k$ . El segundo término, segundo factor de incidencia, representa la memoria o capacidad cognitiva de la partícula  $i$ : es atraída por el mejor punto del espacio de búsqueda alcanzado individualmente en su vida pasada; y el tercer término, tercer factor de incidencia en la regla de movimiento, representa la cooperación entre el conjunto, o capacidad social, de la partícula  $i$  respecto del enjambre: las partículas comparten información sobre la mejor posición globalmente alcanzada por el enjambre. La incidencia de estos factores sobre cada

partícula, está dada por las constantes o parámetros del modelo,  $w_i$ . El parámetro  $w_{ii}$  recibe el nombre de constante de inercia, el parámetro  $w_iC$  es, la constante cognitiva y el parámetro  $w_iS$ , la constante social de la partícula  $i$ -ésima. Intervienen en estos factores de incidencia, los parámetros  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$ , los cuales son números aleatorios, establecidos en cada iteración, uniformemente distribuidos en  $[0,1]$ ,  $U[0,1]$ . Su objetivo es emular el comportamiento estocástico (un tanto impredecible), que exhibe la población o enjambre, en cada iteración  $k$ . Frecuentemente, aparecen expresiones de esta regla donde la constante de inercia es un número próximo a 0, sin considerar el número aleatorio  $r_1$ , dándole efectiva importancia a los aspectos cognitivos y de cooperación del sistema de partículas considerado. En el mismo sentido, otra alternativa (Beyer, 1996) sustituye a  $w_{ii}$  por un parámetro  $Des_{[k]}$  que constituye una función que decrece conforme el desarrollo del algoritmo, reduciendo progresivamente la importancia del término de inercia. Si bien cada una de las constantes  $w_{[i,C,S]}$  se presentan como propias de cada partícula (a través de subíndice  $i$ ), la versión que se conoce como clásica o canónica, asume que todas las partículas exhiben las mismas cualidades inerciales, cognitivas y de cooperación (o sociales), de modo que tales constantes son las mismas para todo el enjambre. En la Figura 4, que sintetiza la simulación presentada en el apartado 6.-, se puede observar el diagrama de flujo con las iteraciones PSO, omitiendo las tareas indicadas como Operadores Evolutivos y MultiObjetivo, ambas específicas de la MetaHeurística aquí propuesta, FEPSO, para resolver el problema planteado.

#### 4. LA METAHEURÍSTICA EPSO (EVOLUTIONARY PARTICLE SWARM OPTIMIZATION - OPTIMIZACIÓN EVOLUCIONARIA POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS)

##### 4.1. Limitaciones de la Metaheurística PSO

La principal limitación que presenta el PSO, es su dependencia de un gran número de parámetros externos, de los cuales sólo han sido mencionados los más importantes. Adicionalmente, gran parte de estos parámetros son dependientes del problema a resolver. Esta última aseveración es particularmente cierta cuando se trata la determinación de las constantes de inercia, cognitiva y social, en la expresión (9),  $w_p$ ,  $w_c$  y  $w_s$ , respectivamente. Un muy delicado ajuste de tales parámetros, es frecuentemente necesario y diferente

según el problema abordado. Si se emplease un modelo con Decaimiento Inercial (función  $Des^{[k]}$ ), también se enfrenta un problema para su definición, puesto que, si fuese eliminada la incidencia del término de inercia en las iteraciones tempranas, el sistema de partículas podría quedar atrapado en un óptimo local.

En síntesis: la adaptación del sistema a las soluciones, es comandada por reglas dependientes del conocimiento que se tenga sobre el comportamiento del algoritmo frente a cierta clase de problemas.

##### 4.2. Metaheurística EPSO como PSO Autoadaptativa

Evolutionary Particle Swarm Optimization (EPSO) propuesto por (Miranda y Fonseca, 2002 y Miranda et. al., 2008), constituye un algoritmo de optimización MetaHeurístico que integra los conceptos de Estrategias Evolutivas (Evolution Strategic) y Optimización de Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization). Los autores proponen conferirle al PSO, una capacidad autoadaptativa, que permita a la MetaHeurística desarrollar un proceso de cambio de comportamiento, conforme resulte la evolución de las soluciones. La autoadaptación, permitiría que en cada iteración  $k$  del PSO, los parámetros que requieren de ajuste externo puedan adaptarse sin los riesgos referidos (convergencia prematura a un óptimo local, por caso). El mecanismo del algoritmo EPSO se puede describir de la siguiente manera: para una iteración  $k$  del PSO, las partículas evolucionarán a lo largo de un cierto número de generaciones, según los siguientes operadores evolutivos: a) Replicación: cada partícula es replicada un número  $r$  de veces, generando partículas iguales a las existentes; b) Mutación: los parámetros estratégicos (constantes de inercia, cognitiva y social, esencialmente) son mutados (adoptan, en rigor, el carácter de parámetros con la iteración  $k$ ); c) Evaluación: cada sucesor concebido a través de los pasos anteriores, es evaluado mediante la función de aptitud definida; d) Selección: mediante algún proceso (típicamente, el torneo estocástico), las mejores partículas sobreviven para formar la nueva generación, que se somete, en la iteración siguiente, a la nueva regla de movimiento. La ecuación evolutiva para la regla del movimiento en el EPSO, se sintetiza en la velocidad de la partícula  $i$ -ésima, entendiéndose que la iteración  $k$  se corresponde con una nueva generación: desde  $p^{[k+1]}_i = p^{[k]}_i + v^{[k+1]}_i$ , con:

$$v_i^{[k+1]} = w_{iI}^{*[k]} \times (r_1^{[k]}) \times v_i^{[k]} + w_{iC}^{*[k]} \times (r_2^{[k]}) \times [b_i^{[k]} - p_i^{[k]}] + w_{iS}^{*[k]} \times (r_3^{[k]}) \times [b_G^{[k]} - p_i^{[k]}] \quad (10)$$

donde: el superíndice (\*), significa que los parámetros son evolutivos, producto de la mutación. La regla de mutación aplicable a las constantes  $w_{i[C,S]}$  tiene, como expresión general:

$$w_{i[l, c, s]}^{*[k+1]} = w_{i[l, c, s]}^{[k]} \times [1 + \sigma \times N(0,1)] \quad (11)$$

donde:  $\sigma$  es un parámetro de aprendizaje, externamente fijado, que controla la amplitud de las mutaciones;  $N(0,1)$  es una variable aleatoria con distribución gaussiana de media 0 y varianza 1. Adicionalmente, el óptimo global también es perturbado en cada iteración, según la regla:

$$b_G^{[k+1]*} = b_G^{[k]*} + w_{iN}^{*[k]} \times N(0,1) \quad (12)$$

donde  $w_{iN}^{*[k]}$ , es un cuarto parámetro estratégico de la regla de movimiento, que controla la amplitud del vecindario de  $b_G^{[k]*}$  donde es más probable localizar la mejor solución global (entendida, al menos, como una solución mejor que la  $b_G^{[k]*}$  actual, en la iteración k). El nuevo parámetro, como se indica con el superíndice (\*), es también mutado según la regla (11). En la Figura 2A) se presenta la regla de movimiento del PSO, mientras que en la Figura 2B), se presenta la regla de movimiento modificada para el EPSO. Nótese que el vector cooperación mutado (línea de puntos) no apunta en la dirección de  $b_G^{[k]}$ , sino de  $b_G^{[k]*}$ .

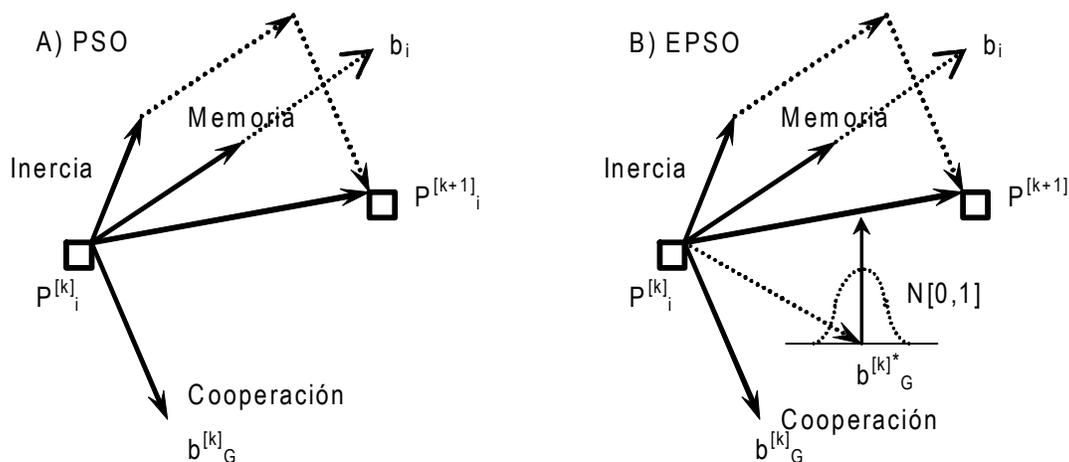


Figura 2. Reglas de Movimiento para una Partícula PSO (A) y EPSO (B)

También en la Figura 4, se puede observar el diagrama de flujo con las iteraciones EPSO, omitiendo la tarea indicada como Operadores Evolutivos, específica, como se dijo, de la MetaHeurística aquí propuesta, FEPSO.

## 5. EL FEPSO MULTI OBJETIVO. METAHEURÍSTICA FEPSO CON FUNCIÓN DE APTITUD DIFUSA PROPUESTA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DESBALANCE DE FASES

### 5.1. La Extensión del EPSO al dominio MultiObjetivo

Las MetaHeurística PSO y EPSO han sido planteadas, originalmente, en dominios donde existe un único objetivo de optimización. En este trabajo, se propone abordar una optimización EPSO MultiObjetivo

introduciendo una función de aptitud difusa. Para ello se considera el principio de optimalidad de Bellman-Zadeh (Bellman y Zadeh, 1970), aplicable a decisiones estáticas valuadas en Conjuntos Difusos. Desde allí que se confiera a la MetaHeurística, la denominación FEPSO (Fuzzy EPSO).

Sintéticamente, este principio se explica del modo siguiente: Sea un sistema con un conjunto de Objetivos Difusos  $\{O\} = \{O_1, O_2, \dots, O_n\}$ , valuados mediante funciones de pertenencia  $\mu_{O_j}$ , con  $j=1..n$ , con un vector de variables de decisión  $[X] = \{x_1, x_2, \dots, x_D\}$  y con un vector de variables de estado  $[Y] = \{y_1, y_2, \dots, y_E\}$ .  $\{O\}$  se encuentra sujeto a un conjunto de Restricciones Difusas  $\{R\} = \{R_1, R_2, \dots, R_h\}$ , valuadas mediante funciones de pertenencia  $\mu_{R_i}$ , con  $i=1..h$ . Entonces el Conjunto Difuso de Decisión, se define como:

$$D = O_1 \langle C \rangle O_2 \langle C \rangle \dots \langle C \rangle O_n \langle C \rangle R_1 \langle C \rangle R_2 \langle C \rangle \dots \langle C \rangle R_h \quad (13)$$

donde  $\langle C \rangle$  es un operador denominado confluencia entre los conjuntos difusos. Su correlato entre las funciones de pertenencia respectivas, se indicará mediante C. Un operador típico, lo constituye la intersección:  $\langle C \rangle \equiv \cap$ , y su correlato entre las funciones de pertenencia, es el operador min (mínimo de los valores de cada función de pertenencia). Los Objetivos y Restricciones del problema de toma de decisión, son, entonces, relajados (representados por conjuntos difusos) y normalizados en sus variables, a los efectos de poder integrar la expresión (13). Para normalizar cada conjunto, de forma que resulten comparables sus funciones de pertenencia, se procede del siguiente modo: si el objetivo considerado es  $o_j$  y se tiene un contexto de minimización para el mismo, (por caso, las pérdidas activas del sistema), se adopta un valor de referencia máximo (RefMax) y un valor de referencia mínimo (RefMin). A partir de éstos se compone una función adimensional  $\mu(o_j)$  (función de pertenencia del conjunto) que adopte el valor 1 (máxima pertenencia o aceptación) si  $o_j \leq \text{RefMin}$  y el valor 0 (mínima pertenencia o aceptación) si  $o_j \geq \text{RefMax}$ . Idénticamente, se procede con las restricciones. Lo mismo, invirtiendo los valores  $\{0, 1\}$ , resulta para un contexto de maximización. Luego, expresando (13) según las funciones de pertenencia así obtenidas, solidarias a cada conjunto difuso, la decisión estática maximizante, en el conjunto de variables de decisión  $[X]$ , sobre cierto conjunto de alternativas  $[A]$ , resultará:

$$\mu_D^{\text{Max}} = \text{Max}_{\text{en } [A]} \{ \mu_{O1} C \mu_{O2} \dots C \mu_{On} C \mu_{R1} C \mu_{R2} \dots C \mu_{Rh} \} \quad (14)$$

A los efectos de obtener el operador C, se emplea una función t, denominada t-norma, definida en el intervalo  $[0, 1]$  aplicado también en  $[0, 1]$ , la cual satisface las siguientes condiciones:

Si  $t: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es una t-norma, entonces: **a.**-  $t(0,0) = 0$ ;  $t(x,1) = x$  - Condiciones de Frontera; **b.**-  $t(x,y) = t(y,x)$  - Conmutatividad; **c.**- si  $x \leq \alpha$  y  $\beta \Rightarrow t(x,y) \leq t(\alpha,\beta)$  - Monotonicidad; **d.**-  $t((t(x,y),z)) = t(x,t(y,z))$  - Asociatividad.

De manera que, a los efectos de emplear esta decisión maximizante como Función de Aptitud Difusa en el FEPSO, se siguen los siguientes pasos: 1ro) Se

establece, para cada Objetivo y para cada Restricción del problema, un Conjunto Difuso, relajando sus valores tolerados (admisibles/inadmisibles) y construyendo, con ellos, las funciones de pertenencia; 2do) Se define la t-norma a emplear para el cálculo de la decisión maximizante, según (14) y 3ro) Se corresponde la Función de Aptitud de las partículas, a evaluar en cada iteración, con tal decisión maximizante, conforme los valores adoptados por las funciones de pertenencia de cada Objetivo/Restricción. Esto es:  $fA \equiv \mu_D^{\text{Max}}$ .

Es importante que la t-norma seleccionada, satisfaga dos requerimientos básicos: 1) que respete la escala de pareto-dominancia que debe existir entre soluciones, al menos en sentido amplio y 2) que resulte métricamente compatible con el Espacio de Búsqueda del problema abordado. El primer requerimiento es claro para cualquier medida que pueda ser empleada en una optimización MultiObjetivo, a efectos de discriminar las mejores soluciones, y la frontera de soluciones no dominadas. El segundo, se relaciona con los denominados principios de la Inteligencia de Grupo (Swarm Intelligence) que deben satisfacer aquellas MetaHeurísticas cuya esencia estriba en la cooperación de un colectivo de individuos, procurando un objetivo común (como es el caso del FEPSO). Tales principios, son a) Proximidad: refiere a la posibilidad de realizar cálculos sencillos de espacio y tiempo sobre la población (simplicidad en la regla de movimiento); b) Calidad: refiere a la capacidad de la población para responder a factores que tengan impacto sobre la aptitud de los individuos dentro del espacio de búsqueda; c) Diversidad de Respuesta: refiere a la capacidad de la MetaHeurística para diversificar la respuesta que puedan tener los individuos de la población (con el fin de que no queden atrapados en óptimos locales o convergencias prematuras); d) Estabilidad: refiere a la capacidad de que la población se sostenga en su mejor solución alcanzada, si no existen estímulos que indiquen lo contrario y e) Adaptación: refiere a la capacidad de la población para adaptarse a todo cambio o estímulo que indique una mejora en el óptimo global alcanzado. Entonces: La Función de Aptitud resultará métricamente compatible con el espacio de búsqueda del problema, si propicia el cumplimiento de estos cinco principios.

Bajo estas consideraciones, queda formalmente introducida la MetaHeurística FEPSO.

## 5.2. Aspectos Específicos de la Formulación en el problema del Balance de Fases

Conocido el mecanismo del EPSO, es necesario desarrollar los elementos que le confieren el carácter de FEPSO. En la aplicación que aquí se trata, la función difusa de aptitud requiere de: a) la evaluación física del estado de la red bajo estudio (simulación de un flujo de potencia trifásico) y b) la definición para las decisiones (comparaciones) estáticas, de los conjuntos difusos solidarios a cada objetivo. Ambos puntos se tratan a continuación.

### 5.2.1. El Flujo de Potencia Trifásico

El Flujo de Potencia Trifásico empleado, se desarrolló aprovechando la topología radial de la Red BT. Se referirá como FRT (Flujo Radial Trifásico), y consiste en una versión implementada en diferentes formas por diversos autores, conforme la necesidad de aplicación. Si bien pueden ser empleados métodos como el de Newton-Raphson extendido al dominio trifásico (Arrillaga et. al., 1991), es mucho más simple de implementar el FRT, que se basa en el Método de Gauss-Seidel en variable compleja y en el Método Escalera para solución de circuitos eléctricos. Suscintamente se describe a continuación. Se conocen las cargas en cada nodo, como potencias complejas. Para cada fase [R, S, T], preservando la simetría del sistema trifásico (ángulos de fase R=0°, S=120°, y T=240°, en sentido antihorario):

1ro) Todas las magnitudes se expresan referidas a su magnitud base monofásica, esto es: por unidad, [pu]. La Potencia Base se escoge, por ejemplo, en 100 [kVA]; la Tensión Base, es la nominal monofásica (0.220 [kV]). A partir de ellas se calculan la Corriente Base y la Impedancia Base. Entonces, si mBase es la base de la magnitud m del sistema, la misma se expresa [pu] mediante el cociente m/mBase. Se toma el punto de la salida del transformador como nodo de compensación o slack. Se supone que su tensión compleja (módulo y fase)  $V_{sl}^{[\varphi sl]}$  es conocida y fija (se comete un error insignificante con esta suposición, en vez de emplear el Equivalente de Thevenin del sistema "aguas arriba", ya que la impedancia de Thevenin es despreciable). La incógnita resulta ser la potencia compleja (activa/reactiva).  $S^{[\varphi s]} = P_s - i Q_s$ , que este nodo entrega. Se adopta, para la primer iteración, un perfil plano de tensiones (esto es: todas las tensiones de nodo, son iguales  $V^{[\varphi p]} = 1^{[0^\circ]}$  [pu]). Luego comienza el proceso iterativo: 2do) Se calcula,

conociendo la potencia compleja en cada nodo,  $S_n^{[\varphi n]} = P_n - i Q_n$ , para la tensión de la iteración en curso, cada inyección (corriente) nodal,  $I_n^{[\varphi n]}$  3ro) Partiendo desde los nodos terminales del sistema, hacia el nodo de salida, se suman las inyecciones nodales, para componer las corrientes de rama,  $I_r^{[\varphi r]}$ ; 4to) Al arribar al nodo de salida, recorriendo el sistema en sentido inverso (desde el nodo de salida hasta los nodos terminales), se calculan, conociendo los parámetros del conductor, resistencia por unidad y por [km],  $r_c$ , y reactancia inductiva por unidad y por [km],  $x_l$ , las caídas de tensión  $[V_j^{[\varphi j]} - V_k^{[\varphi k]}] = I_{r,j,h}^{[\varphi r,j,h]} \times [r_c + j x_l] \times dr_{j,h}$ , siendo  $dr_{j,h}$  la longitud de la rama (j,h), en [km]. Se obtiene así un nuevo perfil de tensiones y las pérdidas complejas en cada rama,  $S_{Perd,j,k}^{[\varphi SPerd,j,k]} = p_{j,k} - i q_{j,k}$ ; 5to) Con este nuevo perfil de tensiones, se vuelve al paso 2do). Las iteraciones continúan hasta que la diferencia entre el flujo de potencia complejo aportado por el nodo de Salida, y la suma de las potencias complejas especificadas en cada nodo más las pérdidas complejas, resulte menor que un cierto valor de tolerancia prefijado,  $\epsilon \rightarrow \text{Re}\{V_{sl}^{[\varphi sl]} \times I_{sl}^{[\varphi sl]}\} - [\sum_{nC} P_n + \sum_{nr} p_{j,h}] \leq \epsilon$ ;  $\text{Im}\{V_{sl}^{[\varphi sl]} \times I_{sl}^{[\varphi sl]}\} - [\sum_{nC} Q_n + \sum_{nr} q_{j,h}] \leq \epsilon$ ; siendo nC el número de cargas y nr el de ramas; Re es la parte Real e Im la imaginaria del flujo de potencia complejo que aporta el nodo de salida.

### 5.2.2. Conjuntos Difusos Objetivos

En este modelo se propone simular, previamente al desarrollo de las funciones de pertenencia solidarias a cada objetivo, Optimizaciones PSO MonoObjetivo. Esto es: minimizar pérdidas, minimizar componente homopolar referida a la salida, y maximizar índice de tensión dentro de tolerancia, respectiva e individualmente. Se sigue el esquema de la Figura 4, restringido según se explicó en el epígrafe 3.2.-. Pueden, entonces, establecerse las referencias pertinentes que permitirán definir los correspondientes conjuntos difusos componentes de la función de aptitud para el FEPSO MultiObjetivo.

A) *Función de Pertenencia para el Conjunto Difuso de las Pérdidas (perd)*

Las pérdidas (entendiendo por tales las pérdidas de potencia activa) resultan directamente del FRT. Sea

Minperd, las pérdidas resultantes de la Optimización PSO MonoObjetivo, y Refperd las pérdidas resultantes de correr un FRT en la situación base. El Conjunto Difuso solidario a las pérdidas, tendrá la siguiente expresión condicional para su función de pertenencia:

$$\mu(\text{perd}) = 1; \text{ si } \text{perd} = \text{Minperd} \quad (15)$$

$$\mu(\text{perd}) = \left[ \frac{\text{Refperd} - \text{perd}}{\text{Refperd}} \right]^{p_{\mu(\text{perd})}}; \text{ si } \text{Minperd} = \text{perd} = \text{Refperd} \quad (16)$$

$$\mu(\text{perd}) = 0; \text{ si } \text{perd} > \text{Refperd} \quad (17)$$

donde  $p_{\mu(\text{perd})}$  es un ponderador exponencial externamente fijado. Su efecto es la contracción (mayor importancia relativa del conjunto, en el proceso de decisión estática) si  $p_{\mu(\text{perd})} > 1$ , o la dilatación (menor importancia relativa), si  $p_{\mu(\text{perd})} < 1$ , de  $\mu(\text{perd})$  sobre el resto de los objetivos.

*B) Función de Pertenencia para el Conjunto Difuso de la Componente Homopolar (CH)*

La componente homopolar,  $I[0]$ , se obtiene como la suma de las tres corrientes de fase,  $I^{[R]} + I^{[S]} + I^{[T]} = 3 \times I^{[0]}$ , conforme el Teorema de Fortescue (Fortescue, 1918) (también llamado de las Componentes Simétricas) aplicado a sistemas trifásicos desbalanceados. El procedimiento que se ha seguido para su cálculo es el siguiente: 1ro) se suman las tres (R, S, T) inyecciones de nodo, en cada nodo, obteniendo la componente homopolar que aportará cada uno de los mismos al retorno por tierra; 2do) este valor será equivalente a la suma, dividido 3, de las tres corrientes de salida para la primer rama. Por esta razón, el balance de intensidades, se dice referido a la salida. Su importancia estriba en que a) en BT, si se utilizan, las protecciones principales que pueden interpretar un elevado valor de  $I^{[0]}$  como falla, son instaladas en la salida del transformador y b) se busca que, "aguas arriba" (red de MT), el subsistema "vea" cargas con el menor grado de desbalance posible (CT MT/BT). Este criterio considera lo dicho en el epígrafe 2.1.-, inciso c).

Sea, entonces, MinCH la componente homopolar resultante de la Optimización PSO MonoObjetivo, y RefCH la resultante de correr un FRT en la situación base. Análogamente a las pérdidas, se tiene la siguiente expresión condicional de la función de pertenencia correspondiente al conjunto difuso CH:

$$\mu(I^{[0]}) = 1; \text{ si } |I^{[0]}| < \text{MinCH} \quad (18)$$

$$\mu(I^{[0]}) = \left[ \frac{\text{RefCH} - |I^{[0]}|}{\text{RefCH}} \right]^{p_{\mu(I^{[0]})}}; \text{ si } \text{MinCH} = |I^{[0]}| = \text{RefCH} \quad (19)$$

$$\mu(I^{[0]}) = 0; \text{ si } |I^{[0]}| > \text{RefCH} \quad (20)$$

lo dicho para  $p_{\mu(\text{perd})}$  vale también para  $p_{\mu(I^{[0]})}$ .

*C) Función de Pertenencia para el Conjunto Difuso del Índice de Tensión Dentro de Tolerancia (ITS)*

El perfil de tensiones es también otro de los resultados que arroja el FRT. En un sistema radial, y para los propósitos de este trabajo, basta con analizar qué módulos de tensión se tiene en los nodos terminales, puesto que "aguas arriba" (hacia el nodo de salida) del sistema, se tendrán valores mayores. Entonces: a) Se fijan: un límite inaceptable de tensión en los nodos terminales,  $u_{Inad}$ , y un límite aceptable en los mismos,  $u_{Ad}$ . Los empleados en la simulación son:  $u_{Inad} = 0.92$  [pu] y  $u_{Ad} = 0.95$  [pu]; b) Se definen los valores recíprocos de las tensiones límites especificadas en a):  $v1 = 1/u_{Ad}$ , y  $v2 = 1/u_{Inad}$ ; c) Dado un valor de tensión,  $u$ , en cierto nodo terminal,  $nt$ , se calcula su recíproco,  $vft = 1/u$ . Luego, la expresión condicional para la función de pertenencia correspondiente al conjunto difuso Tensión dentro de Tolerancia, de variable  $vft$ , evaluada en el nodo terminal  $nt$ , resulta:

$$\mu_{nt}(vft) = 1; \text{ si } vft < v1 \quad (21)$$

$$\mu_{nt}(vft) = \left[ \frac{v2 - vft}{v2 - v1} \right]^{p_{\mu(vft)}}; \text{ si } v2 = vft = v1 \quad (22)$$

$$\mu_{nt}(vft) = 0; \text{ si } vft > v2 \quad (23)$$

lo dicho para  $p_{\mu(\text{perd})}$  para vale también para  $p_{\mu(vft)}$

Finalmente, como Número Índice de Tensión, se propone la Media Geométrica de todos los valores  $\mu_{nt}(vft)$  en el conjunto de los nodos terminales,  $\{NT\}$ :

$$\mu(U_{tf}) = \sqrt[n_{NT}]{\prod_{nt=1}^{n_{NT}} \mu_{nt}(vft)} \quad (24)$$

$\mu(U_{tf})$  puede interpretarse como un Índice de la Tensión dentro de Tolerancia - ITS- (mayor índice  $\rightarrow$  mejor perfil);  $n_{NT}$  es el número de nodos terminales

del sistema considerado. Este índice es estricto, en términos de que no se aceptan soluciones en donde un nodo terminal tenga una tensión fuera de tolerancia.

#### D) Función de Pertenencia para el Conjunto Difuso del Número de Cambios (NCf)

La inclusión de este objetivo, respeta el criterio de buscar la mejor solución con el menor número de cambios posibles, por razones de costos y tiempos de interrupción del servicio. La referencia correspondiente al número de cambios de fase, (NCf) se adopta desde el máximo de los resultantes en cada una de las optimizaciones PSO

$$\begin{aligned} & \text{MonoObjetivo: RefNCf}_{Max} \\ & = \text{MAX} \{ \text{NCf}_{\text{PSOMinperd}}; \text{NCf}_{\text{PSOMinCH}}; \text{NCf}_{\text{PSOMaxITS}} \} \end{aligned} \quad (25)$$

Se observa que el PSO MonoObjetivo para maximizar el ITS, es requerido al efecto de lograr el valor de  $\text{NCf}_{\text{PSOMaxITS}}$ , no para componer  $\mu(\text{utf})$ .  $\text{RefNCf}_{Max}$ , constituye un límite máximo admisible, puesto que los cambios de fase son contabilizados respecto de la situación base, a la cual le corresponde  $\text{NCf} = 0$ . Para poder obtener un límite mínimo admisible (mayor que cero, pues si no se hace ningún cambio respecto de la situación base, nada podrá mejorar), una posibilidad es obtener el mínimo de los valores de (25), al cual se le sustrae un cierto valor  $\text{NCf}_0$ , fijado externamente:

$$\begin{aligned} & \text{RefNCf}_{Min} \\ & = \text{MIN} \{ \text{NCf}_{\text{PSOMinperd}}; \text{NCf}_{\text{PSOMinCH}}; \text{NCf}_{\text{PSOMaxITS}} \} - \text{NCf}_0 \end{aligned} \quad (26)$$

Luego, la expresión condicional para la función de pertenencia correspondiente al conjunto difuso Número de Cambios de Fase, es la siguiente:

$$\mu(\text{ncf}) = 1; \text{ si } \text{ncf} < \text{RefNCf}_{Min} \quad (27)$$

$$\mu(\text{ncf}) = \left[ \frac{\text{RefNCf}_{Max} - \text{ncf}}{\text{RefNCf}_{Max} - \text{RefNCf}_{Min}} \right]^{p_{\mu(\text{ncf})}}; \text{ si } \text{RefNCf}_{Min} = \text{ncf} = \text{RefNCf}_{Max} \quad (28)$$

$$\mu(\text{ncf}) = 0; \text{ si } \text{ncf} > \text{RefNCf}_{Max} \quad (29)$$

lo dicho para  $p_{\mu(\text{perd})}$  vale también para  $p_{\mu(\text{ncf})}$ .

Para el problema abordado existen restricciones, vinculadas a los límites de capacidad (térmicos) de las intensidades. Estos se han tomado como determinísticos (su aptitud es 0 si se vulnera el límite correspondiente y 1 si no se vulnera). La simplificación es producto de

que, para el análisis considerado, las soluciones aún de menos aptitud mejoran, en este sentido, a la que se tiene en la situación base o de referencia.

### 5.3. Decisión Maximizante: La t-Norma Producto de Einstein como Función de Aptitud Difusa

Debe establecerse el operador de confluencia entre los conjuntos difusos, a efectos de obtener la decisión maximizante que definirá el valor de la función difusa de aptitud en cada iteración del FEPSO. La t-norma más comunmente empleada para obtener la decisión maximizante, es la denominada Intersección o MIN: dados los valores de cada función de pertenencia, solidaria a los objetivos que integran la decisión difusa estática, resulta del mínimo de ellos. Una de las formas más frecuentemente empleada de esta t-norma, consiste en modificar la importancia de las funciones de pertenencia mediante ponderadores exponenciales, para luego obtener el MIN (Schweickardt y Miranda, 2007). Sin embargo, para este problema específico, tal operador no genera buenos resultados. Respecto del primer requerimiento (Escala de Dominancia), mencionado en el epígrafe 5.1.-, existen estados del espacio de búsqueda, en los cuales se mantienen en valores muy similares tres de los cuatro objetivos, mientras que el cuarto se modifica de manera importante, mejorando su aptitud individual. Al establecer la decisión maximizante mediante el MIN, la aptitud difusa casi no se modifica, ignorando lo que no solo fue una mejor solución, sino lo que aportaría mejor información al enjambre para localizar soluciones superadoras. Respecto del segundo requerimiento (Compatibilidad Métrica), no cumpliéndose el primero es casi una certeza que tal función no propiciará el cumplimiento de dos de los principios de la inteligencia de grupo: la Estabilidad y la Adaptación, fundamentales. La t-norma que mejor se adaptó a tales requerimientos y produciendo muy buenos resultados, es la referida como Producto de Einstein. Se define del siguiente modo:

$$t_{\text{Einstein}}: (x,y) \rightarrow \frac{x \cdot y}{2 \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)} \quad (30)$$

donde x e y son funciones de pertenencia genéricas. Puede verificarse que  $t_{\text{Einstein}}$  satisface todas las condiciones a-d, enunciadas en el epígrafe 5.1.-, para ser una t-norma. Para el modelo presentado, desde la propiedad de asociatividad, d.-, se tiene el cálculo del Producto de Einstein mediante los siguientes pasos:

$$t_{\text{Peinstein}}^1 = \frac{\mu(\text{perd}) \times \mu(|I^{[0]}|)}{2 - (\mu(\text{perd}) + \mu(|I^{[0]}|)) - \mu(\text{perd}) \times \mu(|I^{[0]}|)} \quad (31)$$

$$t_{\text{Peinstein}}^2 = \frac{t_{\text{Peinstein}}^1 \times \mu(\text{utf})}{2 - (t_{\text{Peinstein}}^1 + \mu(\text{utf})) - t_{\text{Peinstein}}^1 \times \mu(\text{utf})} \quad (32)$$

y, por último:

$$\mu_D = \frac{t_{\text{Peinstein}}^2 \times \mu(\text{ncf})}{2 - (t_{\text{Peinstein}}^2 + \mu(\text{ncf})) - t_{\text{Peinstein}}^2 \times \mu(\text{ncf})} \quad (33)$$

$$\text{siendo: } \mu_D = t_{\text{Peinstein}} \{ \mu(\text{perd}); \mu(|I^{[0]}|); \mu(\text{nt(vft)}); \mu(\text{ncf}) \} \quad (34)$$

la decisión maximizante que proporciona la aptitud difusa de la solución evaluada. En la Figura 4, como se anticipó, se presenta el esquema del FEPSO, empleado en la simulación, a partir de estos desarrollos. El proceso se detiene cuando la aptitud dada por (34), se mantiene sin cambios por cierto número de iteraciones, NItera.

## 6. SIMULACIÓN

El sistema considerado se corresponde con una salida real de un CT MT/BT en una zona suburbana de la ciudad de San Carlos de Bariloche, referida al año 2002. Las cargas son monofásicas y los consumidores son del tipo residencial, de bajos ingresos. El esquema trifilar se presenta en la Figura 3. Se ha supuesto que las cargas exhiben una característica de Potencia Constante, ya que así se tienen las mayores pérdidas, generando una evaluación que hace las veces de cota superior para la minimización de este objetivo. En el Cuadro 1, se muestran los valores de las potencias aparentes, en [kVA], de cada carga, a factor de potencia constante, CosFi = 0.8. Se ha considerado un factor de simultaneidad Fs = (1/1.7) ≈ 60% en el pico de demanda. De este modo, todas las cargas son multiplicadas por este valor antes de proceder a los cálculos. Los conductores son del tipo preensamblado,

siendo sus parámetros: Alim Pr: 3x95 [mm<sup>2</sup>], (r = 0.372 + i xl = 0.0891) [Ω]/[km] y Alim SI, SII, SIII, SIV, SV, SVI, TI, TII, TIII y TIV: 3x35 [mm<sup>2</sup>], (r = 1.39 + i xl = 0.0973) [Ω]/[km]. También en el CUADRO 1, se presentan, para cada alimentador (Primario, Secundarios y Terciarios) las cargas [S] y las distancias [d] respecto del nodo de derivación correspondiente, según el índice que se observa en la FIGURA 3. También se muestran los vectores de conexión resultantes en las Optimizaciones PSO MonoObjetivo: [fMPerd], [fMI<sup>[0]</sup>], [fUft] y (en letra itálica) el vector de conexión resultante para la Optimización FEPSO MultiObjetivo, [fPE]. Las fases de conexión son [R, S, T]. Se utilizaron aplicaciones software desarrolladas por los autores en MATLAB®, C++® y VB®. Como se dijo, las variables son las conexiones de las cargas y la dimensión del problema es nC=115 (existen 4 nodos derivadores). Los dominios para tales variables, son tres valores enteros [R=1, S=2, T=3]. En el Cuadro 2, se presentan los resultados numéricos obtenidos, parámetros de las funciones de pertenencia, número de partículas del enjambre y tiempos de ejecución. Un aspecto que debe remarcar en este modelo, es la habilidad que la capacidad autoadaptativa del EPSO, confiere para evitar convergencias en iteraciones tempranas. El perfil de tensiones admisible, es casi una "rareza" en el espacio de búsqueda. Considérese que existirán muy pocos vectores de conexión que podrán satisfacerlo. Por tal motivo, si se emplease la MetaHeurística PSO, por caso, al ser el Índice de Tensión dentro de Tolerancia,  $\mu(\text{Utf})$ , estricto (no se admite ningún nodo con tensión en módulo inferior a uInad) como fue señalado el epígrafe 5.2.2.-, las aptitudes resultarán cero. Como tanto la mejor posición global como la individual de cada partícula del enjambre, reciben esta información, es muy improbable que conciban una dirección hacia donde el enjambre, en promedio, deba moverse, tal que  $\mu(\text{Utf}) > 0$ . Como resultado, se tendría una convergencia prematura hacia un valor de aptitud 0, que nada dice sobre las mejoras pretendidas en los objetivos. Al mutar las constantes de Inercia, Cognitiva y Social, al igual que el Óptimo Global, se incrementa notablemente la diversidad de respuesta, por una parte, y el ajuste automático de los parámetros adecuados, por la otra. Esto le confiere al FEPSO, la capacidad de que alguna partícula adopte como posición alguno de los escasos puntos en los que ningún nodo terminal tiene tensión fuera de tolerancia. Luego actúa la adaptación del enjambre y la estabilidad

(principios de la inteligencia de Grupo), que permiten arribar a una muy buena solución, tal como se observa en el Cuadro 2. En la Figura 4, se observa cómo actúa el mecanismo de autoadaptación que propician los operadores evolutivos: En la generación  $k$ , cada partícula se somete a los operadores, tal como se describió, autoajustando sus constantes individuales de inercia, cognitiva y social. Luego, conforme la replicación de  $r=5$  veces cada individuo, la mutación y la reproducción, establecida por la ecuación evolutiva

de movimiento, se seleccionan, de entre todos los descendientes más algún conjunto aleatoriamente elegido, las partículas que integran la nueva generación/población ( $k+1$ ), de tamaño constante  $P$ . Respecto del resto de los parámetros EPSO, se adoptó una tasa de aprendizaje  $\sigma = 0,2$  y valores iniciales para las constantes:  $wI = 0.5$  y  $wC = wC = 2$ , para todas las partículas de la población, con  $P = 200$  partículas (MultiObjetivo) y  $P=150$  (MonoObjetivo).

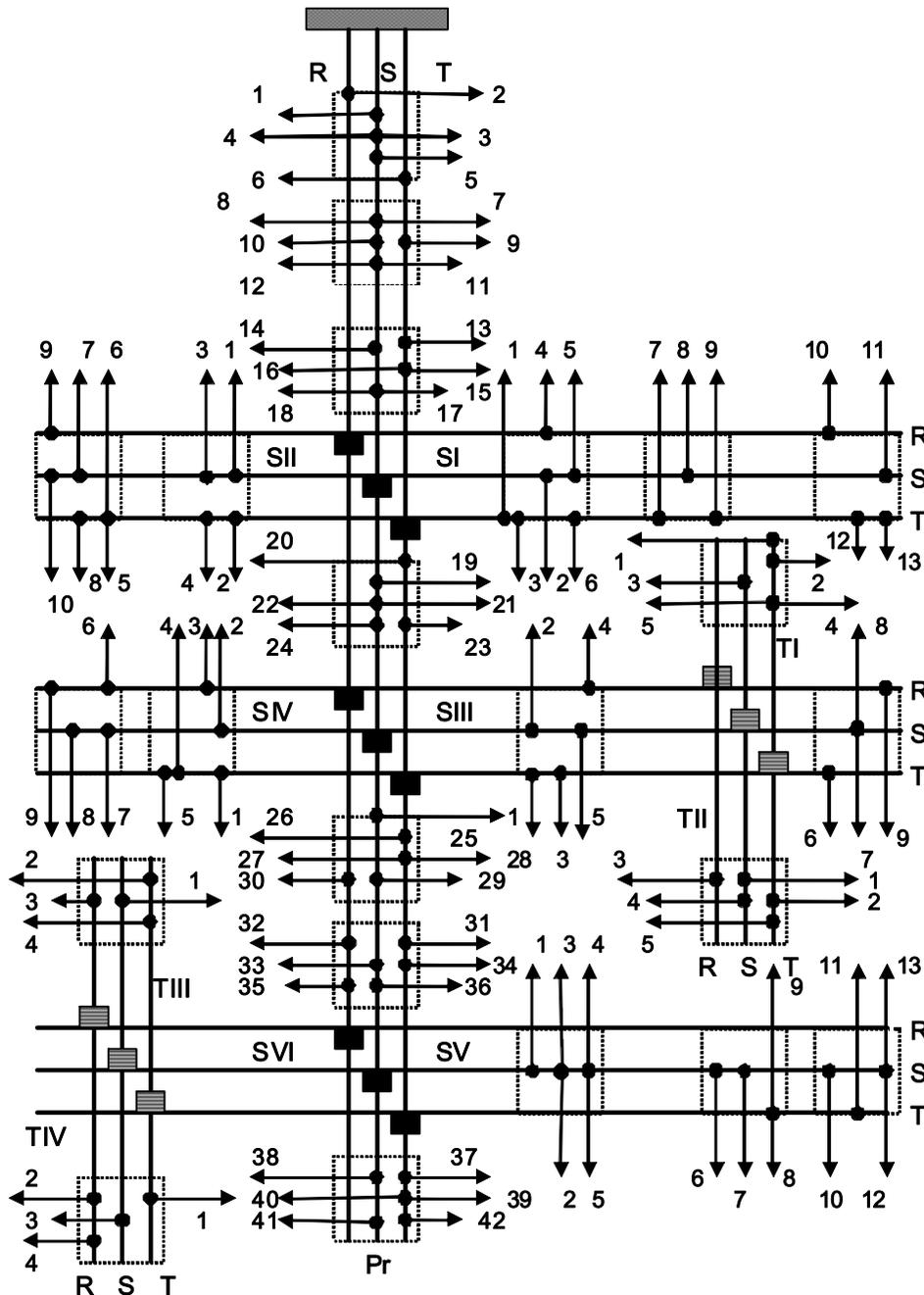


Figura 3. Esquema Trifilar de la Red/Salida CT MT/BT considerada en la Simulación. Sobrecargas Importantes en las Fases [S] y [T]

Por último, se utilizó un computador PC de última generación, bajo sistema operativo WINDOWS® XP.

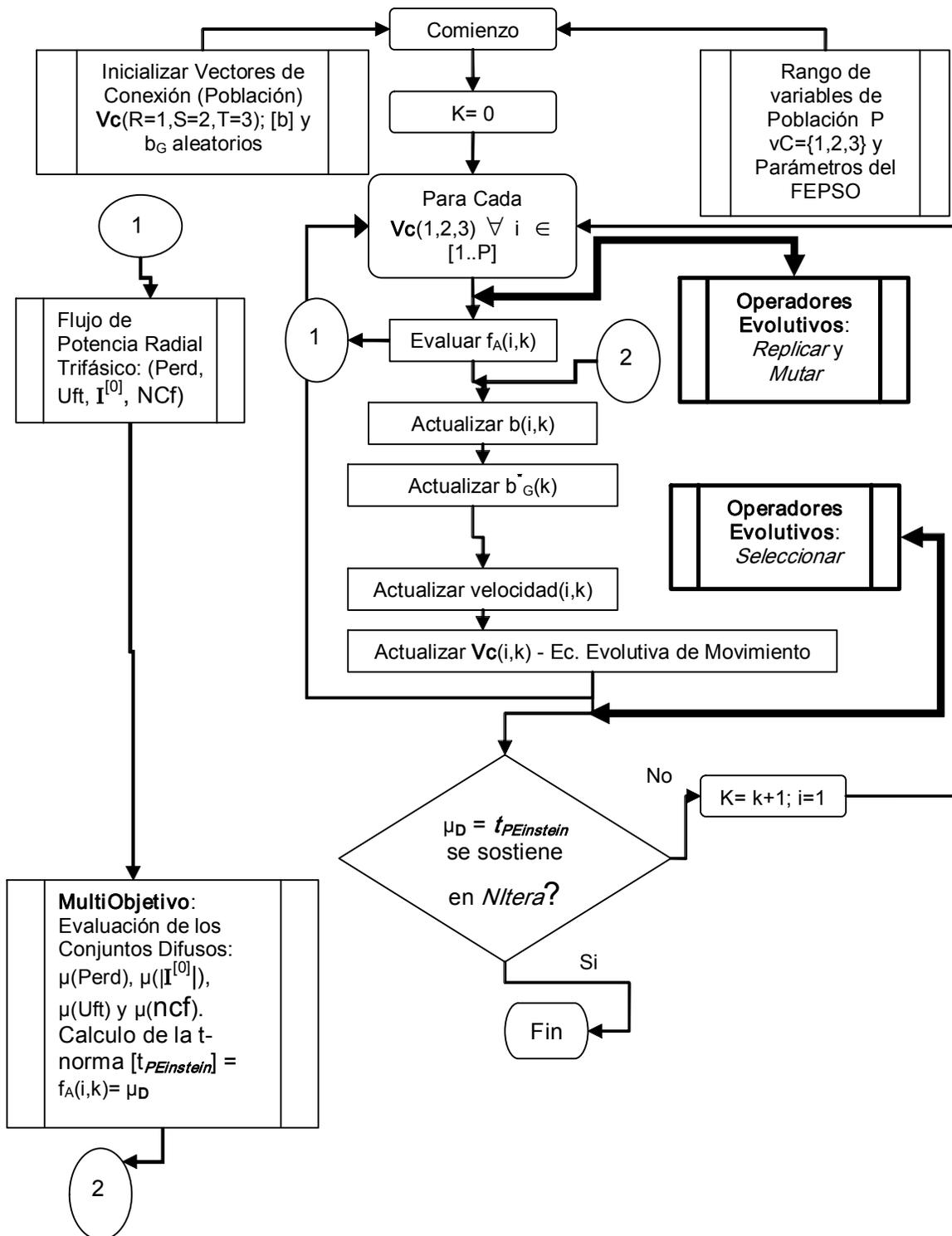


Figura 4. Esquema FEPSO para la Optimización del Grado de Desbalance de Fases del Sistema esquematizado en la FIGURA 3. Cada  $Vc(1,2,3)$  es una partícula en  $P$ ,  $vC$  es cada variable de conexión

**Cuadro 1.** Sistema de Referencia y Sistemas Solución Mono y Multi Objetivo. [S]?[kVA], [d]?[m]

<p><b>Alimentador Pr (Primario)</b>                  [S] = [1.8 1.15 1.15 1.95 1.15 1.15 1.13 1.14 1.15 1.15 1.14 1.15 2.93 1.12 1.13 1 1.15 1.15 1.15 1.15 1.17 1.16 1.15 1.13 1.13 1.12 1.13 1.15 1.15 1.15 1.18 1.16 1.15 1.15 1.17 1.15 1.18 1.36 1.36 1.36 1.36]                  [d] = [0.035 0.035 0.035 0.035 0.035 0.035 0.045 0.045 0.045 0.045 0.045 0.045 0.065 0.065 0.065 0.065 0.065 0.065 0.095 0.095 0.095 0.095 0.095 0.095 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.16 0.45 0.45 0.45 0.45 0.45 0.45 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7]                  [fMPerd] = [T S R S S S T T S R S R S S S S T S T T R T T T S T R T T T S T R T T T S R R R S]                  [fMI<sup>[0]</sup>] = [S S S T S S S R T R R R S R S T T S S R S S S R T R S T S R T R S T T T R S R R T R]                  [fUft] = [R S R T R R T R S R R R S R R R T T T R S T T T R T S T T T S T T R R T R S S S S S]                  [fPE] = [R R S T R R T R R S R R R S R R R T R R R R T S R R T S T T R T S R R T S S T T S S]</p> <p><b>Alimentador SI (Secundario)</b>                  [S] = [1 1.15 1 1.15 1.155 1 1.15 1.17 1.15 1.15 1.18 1.125 1.125]                  [d] = [0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.25 0.25 0.25 0.3 0.3 0.3 0.3]                  [fMPerd] = [T R R T S R R T R T S T R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [T T T T S R S R T S R S R]                  [fUft] = [T T S S R T S T S S T S] -- [fPE] = [T S T R S R T S T R S T T]</p> <p><b>Alimentador SII (Secundario)</b>                  [S] = [1.15 1.158 1.125 1.125 1.118 1.125 1 1.15 1.15 1.18]                  [d] = [0.15 0.15 0.15 0.15 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3]                  [fMPerd] = [T T R T T R R T R R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [T T T R S T R R S T]                  [fUft] = [S T T T S S R T R] -- [fPE] = [R T T T S S S R T R]</p> <p><b>Alimentador SIII (Secundario)</b>                  [S] = [1 1.15 1 1.155 1.155 1.18 1.15 1.155 1.15] -- [d] = [0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.35 0.35 0.35 0.35]                  [fMPerd] = [T S R S S T R T R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [T T S T T S R T R]                  [fUft] = [R R R S T T T S S] -- [fPE] = [R S R R T T S S T]</p> <p><b>Alimentador SIV (Secundario)</b>                  [S] = [1.15 1.148 1.125 1.125 1.15 1.18 1.125 1 1.15] - [d] = [0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.2 0.2 0.2 0.2]                  [fMPerd] = [S R R T R T R T T] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [S R T R R T S T R]                  [fUft] = [T T S S T S T S T] -- [fPE] = [T S R R T R S S T]</p> <p><b>Alimentador SV (Secundario)</b>                  [S] = [1 1.15 1 1.12 1.125 1 1.18 1.12 1.155 1.15 1.128 1.125 1.125]                  [d] = [0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.15 0.15 0.15 0.15 0.2 0.2 0.2 0.2]                  [fMPerd] = [S R T T T S R R R S S R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [R T R R S T T S R S S R R]                  [fUft] = [R S T T R S T R S S S S] -- [fPE] = [R S T T R S T R T S S S S]</p> <p><b>Alimentador TI (Terciario)</b>                  [S] = [1 1.15 1 1.128 1.125] - [d] = [0.15 0.15 0.15 0.15 0.15]                  [fMPerd] = [R T T S R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [T S R S T] -- [fUft] = [S T T S S] -- [fPE] = [T T S S T]</p> <p><b>Alimentador TII (Terciario)</b>                  [S] = [1 1.122 1 1.124 1.15] - [d] = [0.095 0.095 0.095 0.095 0.095]                  [fMPerd] = [R T R T R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [S T S R T] -- [fUft] = [T T S S T] -- [fPE] = [T S S S T]</p> <p><b>Alimentador TIII (Terciario)</b>                  [S] = [1 1.152 1.123 1.725] - [d] = [0.135 0.135 0.135 0.135]                  [fMPerd] = [R S S R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [R T R R] -- [fUft] = [T R S S] -- [fPE] = [S R S T]</p> <p><b>Alimentador TIV (Terciario)</b>                  [S] = [1.12 1.15 1 1.8] - [d] = [0.125 0.125 0.125 0.125]                  [fMPerd] = [S R R R] -- [fMI<sup>[0]</sup>] = [T S R S] -- [fUft] = [T S R S] -- [fPE] = [T S S S]</p>
--

**Cuadro 2.** Resultados PSO MonoObjetivo y FEPSO MultiObjetivo. Valores de Referencia

Valores del Esquema Base: Perd[kW] =13.02  I <sup>[0]</sup>  [A] = 47.6 μ(Uft) = 0 ncf = 0							
PSO MonoObjetivo	Nro Partículas	Tiempo de Ejecución	Perd[kW]	I <sup>[0]</sup>  [A]	μ(Uft)	ncf	
Min Perd	150	45 [min]	6.94	18.93	0.32	81	
Min  I <sup>[0]</sup>	150	37 [min]	10.16	0.1	0	79	
Max μ(Uft)	150	43 [min]	7.02	13.80	0.34	85	
FEPSO MultiObjetivo	Nro Partículas	Tiempo de Ejecución	Perd[kW]	I <sup>[0]</sup>   [A]	μ(Uft)	ncf	
Max t <sub>Peinstein</sub>	200	48 [min]	7.21	0.4	0.27	59	
Exponentes y Referencias para las Funciones de Pertenencia: pμ(perd)=pμ( I <sup>[0]</sup>  )=pμ(ncf)=3; pμ(vft)=4; [Minperd=6.94, Refperd=13.02]; [MinCH=0.1, RefCH=47.6]; [RefNCf <sub>Min</sub> =45, RefNCf <sub>Max</sub> =85]							

## 7. CONCLUSIONES

- 1) Se ha presentado una novedosa MetaHeurística, FEPSO MultiObjetivo, para resolver el problema del desbalance de fases en RDEE trifásicas de BT. El Cuadro 2 muestra, respecto de la situación base del sistema real considerado, los muy buenos resultados obtenidos. Este modelo se puede aplicar en cualquier red BT, exhibiendo un carácter genérico. Se destaca, en tal sentido y complementando las limitaciones referidas en el epígrafe 2.3.-, la imposibilidad de implementar un modelo genérico para resolver este problema mediante el enfoque MIP. Es importante señalar que las MetaHeurísticas PSO empleadas a los efectos de obtener valores de referencia, se han considerado para garantizar los mínimos y máximos, y comparar con la solución MultiObjetivo FEPSO. Podrían emplearse valores diferentes, obtenidos desde la experiencia u otros métodos.
- 2) La inclusión de cualidades autoadaptativas en el PSO, mediante el EPSO, plantea una modificación intrínseca en la estrategia del movimiento del enjambre, y complementa la excelente habilidad del PSO para resolver problemas de optimización en variables discretas cuyos dominios son muy reducidos, permitiéndole al algoritmo dar con soluciones aisladas, tal como ocurre en esta aplicación.
- 3) El empleo de la t-norma Producto de Einstein, cuando se presentan espacios de búsqueda como el caracterizado en este modelo, es una muy buena opción para implementar la función de aptitud difusa que satisfaga la pareto-dominancia y la compatibilidad métrica. No obstante, a tal fin, podrían explorarse y/o diseñarse otras t-normas.
- 4) De los dos aspectos considerados en la optimización presentada, que son controlados regulatoriamente (calidad del producto técnico tensión de suministro y pérdidas), las pérdidas no exhiben un mecanismo de valoración económica, conforme a las políticas de uso racional de la energía que las empresas y las autoridades regulatorias impulsan hacia los usuarios (lado de la demanda). Sólo se establecen niveles aceptables. Este trabajo propende a contribuir mediante la aplicación concreta de los elementos teóricos de la investigación de operaciones/ Inteligencia Computacional, al aporte de instrumentos que permitan, desde el lado de la oferta, una gestión racional de los recursos energéticos (energía primaria para la generación de electricidad).

- 5) Por último, y fundamentalmente en relación a lo dicho en el punto anterior, resultaría de interés el desarrollo de un modelo FEPSO, que aborde los objetivos señalados, pero considerando variables de control adicionales tales como: posición de los tap's de regulación en transformadores, recambio de alimentadores (principales o derivados) y ubicación de bancos de capacitores para compensación de reactivo, en una optimización conjunta. La solución bien establecida para este problema, resultaría un paso muy importante en la dirección sugerida.

## REFERENCIAS

- Arrillaga, J., Arnold, C. and Harker, B., 1991. Computer Modelling of Electrical Power Systems. John Wiley & Sons, pp. 90-123. ISBN 0-47-110406-X.
- Bellman, R. and Zadeh, L., 1970. Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17, pp. 141-164.
- Beyer, H., 1996. Toward a Theory of Evolution Strategies: Self-Adaptation. *Evolutionary Computation*, vol. 3, nro. 3, pp. 311-347.
- Fortescue, C.L., 1918. Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. *Trans. AIEE*: pp. 1027-1140.
- Kennedy, J. and Eberhart, R.C., 1995. Particle Swarm Optimization, IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, Australia. IEEE Service Center, Piscataway, NJ.
- Miranda, V. and Fonseca, N., 2002. EPSO-Best-Of-Two-Worlds Meta-Heuristic Applied To Power System Problems. *Proceedings Congress on Evolutionary Computation*, Honolulu, Hawaii, USA - Vol. 2 - pp. 1080-1085.
- Miranda, V., Keko, H. and Duque, A., 2008. EPSO: Evolutionary Particle Swarms. In *Advances in Evolutionary Computing for System Design*. Jain L., Palade V., Srinivasan D. Eds.. Springer series in Computational Intelligence, vol. 66, pp. 139-168.
- Schweickardt, G., 2007. *Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica Económicamente Adaptados. Discusión y Propuestas Metodológicas*. Editorial Fundación Bariloche, Argentina. ISBN 978-987-23544-0-4.
- Schweickardt, G., Miranda, V., 2007. Un Modelo de Planificación y Control Orientado a la Adaptación Económica de Sistemas de Distribución Eléctrica. *Revista EPIO*. 28, pp. 30-49.
- Winston, W., 1991. *Operations Research: Applications and Algorithm*. Boston PWS-KENT Publishing Company.
- Zhu, J., Griff, B. and Chow, M., 1998. Phase Balancing Using Mixed-Integer Programming. *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 13, nro. 4.