



## Estimación de estado basada en una aproximación lineal para sistemas de energía eléctrica.

---

## Linear state estimation for balanced and unbalanced electrical systems.

Cristhian Camilo Torres Alfonso <sup>1</sup>, Stephanie Cabrera Tolosa <sup>2</sup>, Jairo Blanco Solano <sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. cristhiancamilo.torresalfonso@gmail.com, stephanie.cabrera@correo.uis.edu.co, jablanso@uis.edu.co.

Recibido: 08/07/2023. Aceptado: 22/08/2023. Versión final: 27/09/2023

### Resumen

En este artículo se presenta la implementación de un método de estimación de estado basado en una formulación lineal, evaluando su desempeño mediante simulaciones en sistemas de prueba de distribución de energía eléctrica. El principal aporte de este trabajo es la evaluación del rendimiento del estimador lineal en sistemas de distribución caracterizados por condiciones operativas balanceadas y desbalanceadas. Para seleccionar el estimador de estado lineal, se realiza una revisión de artículos científicos considerando su aplicabilidad en sistemas de distribución de energía eléctrica. El método de estimación seleccionado utiliza un número limitado de mediciones obtenidas por unidades de medición fasorial y pseudomedidas derivadas de datos históricos de demanda. La inclusión de pseudomedidas en el estimador de estado lineal se realiza mediante la aproximación de Taylor aplicada en la formulación de las funciones de corriente de demanda. Los resultados obtenidos muestran errores absolutos medios inferiores al 0,2% en los sistemas de prueba analizados, lo cual respalda el alto rendimiento y la exactitud del algoritmo evaluado en el estudio.

**Palabras clave:** Estimación de estado lineal, mediciones fasoriales, pseudomedidas, sistemas de distribución.

### Abstract

This paper presents the implementation of a state estimation method based on a linear formulation, evaluating its performance through simulations in test power distribution systems. The main contribution of this work is the assessment of the linear estimator's performance in distribution systems characterized by balanced and unbalanced operating conditions. To select the linear state estimator, a review of scientific articles considering its applicability in electric power distribution systems is performed. The selected estimation method utilizes a limited number of measurements obtained by phasor measurement units and pseudo-measurements derived from historical demand data. The inclusion of pseudo-measurements in the linear state estimator is achieved through the Taylor approximation applied in the formulation of demand current functions. The obtained results show mean absolute errors below 0,2% in the analyzed test systems, which supports the high performance and accuracy of the evaluated algorithm in the study.

**Keywords:** Distribution systems, linear state estimation, phasor measurements, pseudomeasurements.

## 1. Introducción

Las empresas de energía eléctrica reconocen la necesidad de implementar mejoras en la operación y control de los sistemas eléctricos. Sus esfuerzos se enfocan en desarrollar nuevas técnicas para garantizar un servicio confiable y seguro, como el análisis de seguridad, la evaluación de índices de seguridad, la mejora continua, la estabilidad y optimización aplicada en la operación y planeación de los sistemas [1].

Para finales de los años 60, el control y la operación se basaban en sistemas de supervisión, que controlaba los estados de los interruptores en las subestaciones, y un sistema separado, generalmente análogo al anterior, que controlaba de manera automática la generación y el despacho económico. Por lo tanto, los únicos datos que las empresas operadoras de energía tenían disponibles en tiempo real eran el estado de los interruptores, la frecuencia del sistema y el conjunto de medidas de potencia necesarias para el control de la generación [1].

El esfuerzo se centra en obtener información tanto de los interruptores como de todas las medidas de la red cada pocos segundos. Teniendo todas estas medidas en tiempo real, era posible verificar continuamente la seguridad de la red, ya que se podían analizar las condiciones de operación de cada equipo perteneciente a la red y detectar situaciones anormales y alarmantes de funcionamiento. Este proceso se convirtió en el sistema de supervisión y adquisición de datos del control (conocido como SCADA en inglés).

Sin embargo, no se podría realizar el seguimiento y control de la seguridad de los sistemas únicamente cargando los datos de medida en los programas de control. Desde el principio se reconoció que existían dos problemas fundamentales para la ejecución de las funciones de seguridad. En primer lugar, a pesar de que el número de medidas era generalmente grande, siempre había inconsistencias, como la desaparición temporal de ciertas medidas o la presencia de medidas con errores no gaussianos. En segundo lugar, las nuevas funciones de seguridad requerían un punto de partida, es decir, una distribución de carga en tiempo real. Como resultado, los programas de distribución de cargas utilizados hasta ese momento carecían de capacidades en tiempo real, lo que imposibilitaba una ejecución práctica de las funciones de seguridad.

Con la estimación de estado, se resuelve ambos problemas. El estimador de estado es un reparto de cargas en tiempo real. Con esto se aseguraba la ejecución de las funciones de seguridad en los centros de control y el

SCADA era reemplazado por lo que hoy día se conoce como sistema de gestión de energía (EMS en inglés.). [1]

La estimación de estado es una parte fundamental del control, automatización y monitoreo de los sistemas de distribución para determinar con exactitud y en tiempo real un panorama confiable del estado del sistema de distribución. Debido al rápido desarrollo de los generadores distribuidos y de nuevas tecnologías, el error de los datos obtenidos mediante el monitoreo del sistema se incrementa.

El estimador de estado se ha convertido en una herramienta esencial y de gran importancia en los sistemas de distribución. En este contexto, surge la necesidad de desarrollar nuevas metodologías de análisis avanzado para mejorar la confiabilidad, precisión y tiempo de estimación. Una de estas metodologías es el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS), que se utiliza para reducir la incertidumbre en las mediciones. Esta técnica se basa en la información proporcionada por medidores digitales, sistemas de control y adquisición de datos (SCADA), así como el uso de PMU's, tal como se describe en [2][4][8][13].

Por lo general, el proceso de estimación utiliza mediciones imperfectas que son redundantes para aproximar los estados del sistema que mejor se ajustan a las medidas disponibles, por lo que el proceso de estimación se basa en un criterio estadístico que estima el valor real de las variables de estado. En los últimos años, se ha estudiado la implementación de métodos para la medición de variables de estado en los sistemas de distribución con el fin de obtener una mayor precisión en los datos adquiridos [1].

La literatura y el estado del arte para la estimación de estado es amplia y se divide en dos grandes grupos con formulaciones características. Una primera formulación se basa en resolver  $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$ . Esta formulación es no lineal y se soluciona iterativamente. El segundo grupo basa su formulación en  $\mathbf{I} = \mathbf{YV}$ , que permite una solución directa bajo la formulación lineal.

El enfoque lineal y el uso de unidades de medición (PMU) en ubicaciones óptimas [3] y con un número mínimo de equipos tal como lo muestra [12], ofrecen ventajas significativas en el tiempo de estimación, lo cual llevaría el estimador a ser lo suficientemente rápido y viable para analizar la dinámica del sistema de distribución. [10]

Debido a que los sistemas de distribución normalmente no son observables más allá de la subestación o

simplemente son monitoreados en puntos estratégicos, es necesario hacer uso de datos históricos para conocer las condiciones aproximadas de carga nodal (pseudo medidas).

En [11], desarrollan una metodología para la estimación de estado lineal, donde tienen en consideración diferentes tipos de medidas, tales como unidades de medida de sincro fasores (PMU), sensores de corriente de línea y también involucran Pseudo mediciones, donde adoptan métodos de linealización basados en la aproximación de Taylor descrita en [14].

En [5], los autores desarrollan un estimador de estado para sistemas de distribución linealizando las medidas de inyección de carga y utilizando las inyecciones de corriente como medidas. Este método requiere un análisis previo del flujo de demanda para calcular las medidas de corriente

## 2. Estimador lineal trifásico

Las características primordiales que se persiguen en el estimador de estado son su enfoque lineal, aplicable a sistemas de distribución de energía eléctrica, la integración de mediciones fasoriales y la adopción de estrategias para la utilización de pseudomediciones, evidenciando su aplicabilidad en sistemas de prueba. Es por estas razones que el método de estimación descrito en la referencia [11] ha sido rigurosamente seleccionado.

El objetivo principal de la estimador es resolver y obtener el mejor conjunto de variables de estado estimado a partir de un conjunto de medidas, utilizando una función objetivo.

Las medidas se organizan en un vector llamado  $\mathbf{z}'$  y se relacionan con los estados del sistema  $\mathbf{x}$  mediante la función de valor vectorial  $\mathbf{h}$ , tal como se muestra en la ecuación (1).

$$\mathbf{z}' + \mathbf{n} = \mathbf{h}\mathbf{x} \quad (1)$$

Donde  $\mathbf{n}$  en la ecuación (1) es un vector de errores de medición (ruido). Ahora el vector de medición incorpora los términos de ruido y se reescribe como:

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}' + \mathbf{n} \quad (2)$$

Si la ecuación (2) se linealiza alrededor de un punto operativo esperado, se obtiene:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}\mathbf{x} \quad (3)$$

Donde la notación  $\mathbf{h}$  en la ecuación (3) denota un vector de funciones con relación lineal entre el vector de medidas y el vector de estado. Se supone que los errores de medición son variables aleatorias independientes con una distribución gaussiana y media cero. Por lo tanto, a las medidas se les asignan diferentes pesos dependiendo de la exactitud. Los datos parecidos a su valor exacto y con baja varianza reciben un gran peso, al contrario, si la medida ofrece poca seguridad, su factor de peso será bajo.

Sea  $\mathbf{R}$  una matriz diagonal de covarianza de errores de las medidas con valores de  $\sigma_k^2$ , donde  $\sigma_k$  es la desviación estándar del error asociada para la medida  $k$  y sea  $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$ , tal como se muestra en (4).

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Es posible obtener el siguiente vector de estado al resolver el siguiente problema de optimización de mínimos cuadrados ponderados (WLS) para la función objetivo, acorde con (5):

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \sum_{k \in Z} \|\mathbf{W}_k \mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{x})\|_2 \quad (5)$$

Se debe tener en cuenta que cuando la función de medición es lineal o está efectivamente linealizada, este cálculo puede ser directo. Los detalles de esta herramienta matemática y sus aplicaciones han sido ampliamente reportados en la literatura, de los cuales [6], [9] son una pequeña muestra.

La solución de forma cerrada para el problema de optimización en (5) es:

$$\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{h}^T \mathbf{W} \mathbf{h}]^{-1} \mathbf{h}^T \mathbf{W} \mathbf{z} \quad (6)$$

Donde  $\hat{\mathbf{x}}$  denota la estimación de los estados.

La solución se extiende bajo la formulación trifásica donde el vector de medición  $\mathbf{z}$ , el vector de estado  $\mathbf{x}$  y la matriz de proceso  $\mathbf{h}$  son cantidades complejas y por lo cual se hace necesario representarlas en su forma rectangular, en concordancia con (7).

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{z}_r + j\mathbf{z}_i \\ \mathbf{x} &= \mathbf{x}_r + j\mathbf{x}_i \\ \mathbf{h} &= \mathbf{h}_r + j\mathbf{h}_i \end{aligned} \quad (7)$$

La ecuación (3) es posible separarla de igual manera en componentes reales e imaginarias, produciendo así un vector de únicamente de valores reales.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_r & -\mathbf{h}_i \\ \mathbf{h}_i & \mathbf{h}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sin embargo, la formulación en (8) presenta el algoritmo para la secuencia positiva de una fase. Es necesario denotar de nuevo los diferentes vectores de medición, vectores de estado y por consiguientes la matriz de procesos en términos de variables trifásicas. El vector de medición  $\mathbf{z}$  y el vector de estado  $\mathbf{x}$  se indican en como:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \left\{ \mathbf{z}_r^{(a)}, \mathbf{z}_r^{(b)}, \mathbf{z}_r^{(c)}, \mathbf{z}_i^{(a)}, \mathbf{z}_i^{(b)}, \mathbf{z}_i^{(c)} \right\} \\ \mathbf{x} &= \left\{ \mathbf{x}_r^{(a)}, \mathbf{x}_r^{(b)}, \mathbf{x}_r^{(c)}, \mathbf{x}_i^{(a)}, \mathbf{x}_i^{(b)}, \mathbf{x}_i^{(c)} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Ahora, teniendo en cuenta que el número de mediciones disponibles es  $\mathbf{m}$  y el número de estados es  $\mathbf{n}$ . Se obtendría una matriz de procesos  $\mathbf{h}$  con dimensiones  $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ . Donde  $\mathbf{m}$  y  $\mathbf{n}$  son el número datos para cada fase y a su vez la parte real e imaginaria de forma separada.

La matriz de procesos  $\mathbf{h}$  se indicarían como:

$$\begin{bmatrix} h_r^{(a,a)} & h_r^{(a,b)} & h_r^{(a,c)} & -h_i^{(a,a)} & -h_i^{(a,b)} & -h_i^{(a,c)} \\ h_r^{(b,a)} & h_r^{(b,b)} & h_r^{(b,c)} & -h_i^{(b,a)} & -h_i^{(b,b)} & -h_i^{(b,c)} \\ h_r^{(c,a)} & h_r^{(c,b)} & h_r^{(c,c)} & -h_i^{(c,a)} & -h_i^{(c,b)} & -h_i^{(c,c)} \\ -h_i^{(a,a)} & -h_i^{(a,b)} & -h_i^{(a,c)} & h_r^{(a,a)} & h_r^{(a,b)} & h_r^{(a,c)} \\ -h_i^{(b,a)} & -h_i^{(b,b)} & -h_i^{(b,c)} & h_r^{(b,a)} & h_r^{(b,b)} & h_r^{(b,c)} \\ -h_i^{(c,a)} & -h_i^{(c,b)} & -h_i^{(c,c)} & h_r^{(c,a)} & h_r^{(c,b)} & h_r^{(c,c)} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (10)$$

### 3. Funciones de medida

En la formulación de estimación de estado de distribución, se supone que tanto la tensión del nodo de la subestación como los flujos de potencia están siempre disponibles. Las mediciones pueden provenir de medidores inteligentes en cargas y de unidades de medición fasorial de clase de distribución en otros nodos. Se prevén mediciones de corriente y tensiones desequilibrados trifásicos junto con algunas mediciones de flujo de potencia activa y reactiva de ramales. En la práctica, las mediciones y las pseudomedidas pueden tener una amplia gama de precisión.

En [5] se presenta algunas selecciones de pesos para los diferentes tipos de medición. Las desviaciones estándar se toman como: medición de fasores de tensión (0,1%), pseudomedidas (25,0 %), corrientes de inyección cero (0,5%), medición de fasores de corriente (1,0%).

### 3.1. Medición de Tensiones

Los sincrofases en nivel de distribución (PMU), son unidades de medición inteligentes que monitorean y miden directamente el estado del sistema, lo cual mejora la calidad de la estimación de estado. Un tema importante de estas unidades recae en la ubicación óptima y el mínimo necesario de unidades PMU para estimar con gran precisión el estado del sistema.

Se tiene en cuenta la ubicación óptima que reduce los costos de infraestructura, con el fin de aprovechar las infraestructuras existentes, al tener en cuenta las ramas adyacentes de los nodos, lo cual permite garantizar el mayor aprovechamiento para el mayor uso de aplicaciones y la observabilidad del sistema durante su operación normal, disminuyendo las medidas críticas de la estimación.

En [12] se presentan algunas recomendaciones para optimizar el uso de medidores y ubicar cada medidor de tal manera que abarque la mayor cantidad de nodos posibles. Sin embargo, se tiene en cuenta que en estos lugares se encuentra la infraestructura de comunicación adecuada para obtener las respectivas mediciones, ya que esto hace el despliegue de los medidores dentro del sistema más fácil y disminuye el coste de nueva infraestructura al aprovechar la ya existente.

Según los mismos autores del artículo, hay algunas ubicaciones críticas que se deben tener en cuenta al momento de ubicar los PMU:

Fuentes de energía renovable, debido a su comportamiento inestable; sistema de control FACTS, ya que la medición en tiempo real permite alimentar los controladores; protecciones adaptables, debido a que pueden suministrar información certera sobre las perturbaciones del sistema; y las zonas aisladas, puesto que permite la detección de islas y ayuda al proceso de restauración.

La matriz de procesos  $\mathbf{h}$  para las medidas de PMU, tienen relación de 1 entre la medición y el vector de estado, debido a que se conoce con exactitud ese estado.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_r \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 3.2. Medición de corrientes

Los sensores de corriente de línea resultan ser económicos y se pueden instalar con gran facilidad en los sistemas de distribución, por lo general este tipo de medidores puede proporcionar corriente fasorial de tipo magnitud y ángulo de fase ya que se encuentra equipados con dispositivos GPS.

**Mediciones de corriente de línea:** La formulación que se sigue con las corrientes de línea medidas se define por los componentes de  $\mathbf{Y}_{prim}$ .

$$[\mathbf{Y}_{prim}][\mathbf{A}][\mathbf{V}] = [\mathbf{I}_{linea}] \quad (12)$$

Donde  $\mathbf{A}$  se define como la matriz de incidencia para el sistema.

**Mediciones directas de corriente de demanda:** La formulación que se sigue con las corrientes de demanda medidas se logra definir por la matriz de admitancias del sistema.

$$[\mathbf{Y}_{bus}][\mathbf{V}] = -[\mathbf{I}_{carga}] \quad (13)$$

### 3.3. Estimaciones de la demanda

Normalmente las mediciones de demanda en el sistema de distribución no se obtienen directamente y generan una escasez de mediciones. Por lo cual se hace necesario reemplazar las mediciones a partir de datos históricos y lograr obtener una matriz de procesos observables.

La dependencia de datos históricos con una redundancia de medición insuficiente puede producir soluciones de estado inconsistentes cuando los patrones de carga se alejan del historial de demanda o cuando ocurren interrupciones inesperadas y cambios de topología en la red.

Por lo cual cuando no se tiene redundancia de medición de casi en tiempo real es necesario modelar la carga para poder hacer uso de datos históricos (Pseudo medidas).

**Linealización con valores ideales:** El modelado de carga como potencia constante permite calcular la inyección de corriente, tal como se evidencia en (14).

$$\mathbf{I}_r^\varphi + j\mathbf{I}_i^\varphi = \frac{\mathbf{P}^\varphi - j\mathbf{Q}^\varphi}{\mathbf{V}_m^\varphi < (-\delta_v^\varphi)} \quad (14)$$

donde  $\varphi$  denota el sistema trifásico  $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  y el ángulo de tensión  $\delta_v^\varphi$ , se termina asumiendo cerca del valor

nominal para cada fase cuando falta algún tipo de medición.

Por el contrario, si se mide a través de sincrofases, se puede utilizar la medida o el de algún nodo relativamente cercano. Las corrientes inyectadas calculadas en (7) se escriben en expresiones lineales en términos de variables de estado, es decir, las tensiones de nodo en notación rectangular [9].

**Linealización de Taylor:** Se desarrolla una aproximación lineal sobre los números complejos en vez de números reales como normalmente se usa en la formulación de flujos de carga.

Para el modelado de cargas ZIP, la ecuación de inyección de corriente en el nodo se puede escribir como:

$$\mathbf{I}_k = \frac{\mathbf{S}_{Pk}^*}{\mathbf{V}_k^*} + \mathbf{h}\mathbf{S}_{Ik}^* + \mathbf{h}^2\mathbf{S}_{zk}^*\mathbf{V}_k \quad (15)$$

Donde  $\mathbf{h} = \frac{1}{\mathbf{V}_{nom}}$ , Esta ecuación es lineal simplemente para los términos de corriente constante ( $\mathbf{S}_{Ik}$ ) e impedancia constante ( $\mathbf{S}_{zk}$ ).

Como la ecuación (15) no es lineal para el término de potencia constante ( $\mathbf{S}_{Pk}$ ), se propone sustituir parte de esta ecuación usando un método basado en la expansión de series de Taylor. Se toma como punto de partida la tensión de cada nodo en relación la tensión de referencia en la subestación, tenemos que:

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{1} - \Delta\mathbf{V}_k \quad (16)$$

Al ignorar los términos de mayor orden y posteriormente al analizar la serie alrededor de cero se obtiene que:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{V}_k} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - \Delta\mathbf{V}_k} \approx \mathbf{1} + \Delta\mathbf{V}_k = \mathbf{2} - \mathbf{V}_k \quad (17)$$

De la cual, al reemplazar en la ecuación (15), se obtiene una expresión para la corriente inyectada en cada nodo, dada por:

$$\mathbf{I}_k = \mathbf{h}\mathbf{S}_{Pk}^*(\mathbf{2} - \mathbf{h}\mathbf{V}_k^*) + \mathbf{h}\mathbf{S}_{Ik}^* + \mathbf{h}^2\mathbf{S}_{zk}^*\mathbf{V}_k \quad (18)$$

Al reescribir la corriente inyectada en  $\mathbf{I}_k$  términos de las tensiones nodales, es posible reescribirla de la siguiente manera:

$$\sum_{j \in N_k} (\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_j)\mathbf{Y}_{kj} = \mathbf{h}\mathbf{S}_{Pk}^*(\mathbf{2} - \mathbf{h}\mathbf{V}_k^*) + \mathbf{h}\mathbf{S}_{Ik}^* + \mathbf{h}^2\mathbf{S}_{zk}^*\mathbf{V}_k \quad (19)$$

Donde  $\mathbf{k}$  es el nodo de holgura,  $\mathbf{j}$  es el conjunto de nodos restantes y  $N_k$  es el conjunto de nodos que están conectados al nodo  $\mathbf{k}$ . Reordenando algunos términos de la ecuación, se obtiene la siguiente formulación lineal.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{V}_k^* + \mathbf{C}\mathbf{V}_k = \mathbf{0} \quad (20)$$

Donde:

$$\mathbf{A} = -2\mathbf{h}\mathbf{S}_{Pk}^* - \mathbf{h}\mathbf{S}_{Ik}^* \quad (21)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{h}^2\mathbf{u}_k(\mathbf{S}_{Pk}^*) \quad (22)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_{kj} - \mathbf{h}^2\mathbf{u}_k(\mathbf{S}_{zk}^*) \quad (23)$$

Separando la parte real y la parte imaginaria, es posible escribir esta ecuación en forma de matriz:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_r + \mathbf{C}_r & \mathbf{B}_i - \mathbf{C}_i \\ \mathbf{B}_i + \mathbf{C}_i & -\mathbf{B}_r + \mathbf{C}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_r \\ -\mathbf{A}_i \end{bmatrix} \quad (24)$$

El autor del artículo [6] propone una extensión del método hacia sistemas trifásicos no balanceados. El cual requiere de una matriz de admitancias trifásica. Se debe considerar una constante de rotación para cada nodo:  $\mathbf{V}_k = e^{j\theta_k}$ , donde  $\theta_k = \left\{0, \frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ , dependiendo de la fase.

También se requiere una matriz  $M$  cuando las cargas se encuentran en conexión delta. Esta matriz se encarga de convertir las tensiones de fase a tensiones de línea. Con estas nuevas incorporaciones las variables de la matriz quedan definidas:

$$\mathbf{A} = -2\mathbf{h}\mathbf{M}^T\mathbf{S}_{Pk}^* \circ \mathbf{T} - \mathbf{h}\mathbf{M}^T\mathbf{S}_{Ik}^* \circ \mathbf{T} \quad (25)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{h}^2\mathbf{M}^T\mathbf{u}_k(\mathbf{S}_{Pk}^* \circ \mathbf{T}^2) \mathbf{M} \quad (26)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_{kj} - \mathbf{h}^2\mathbf{M}^T\mathbf{u}_k(\mathbf{S}_{zk}^*) \mathbf{M} \quad (27)$$

Donde  $(\circ)$  es el producto Hadamard.

Sin embargo, para una carga modelada como potencia constante, bajo un sistema balanceado trifásico y asumiendo  $h=1$  los términos quedarían así:

$$\mathbf{A} = -2\mathbf{S}_{Pk}^* \quad (28)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{u}_k(\mathbf{S}_{Pk}^*) \quad (29)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_{kj} \quad (30)$$

Esta formulación concuerda con la presentada en [12], ahora las ecuaciones en forma de matriz quedan definidas como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_k\mathbf{P}_k + \mathbf{G}_{bus(k)} & \mathbf{u}_k\mathbf{Q}_k + \mathbf{B}_{bus(k)} \\ -\mathbf{u}_k\mathbf{Q}_k + \mathbf{B}_{bus(k)} & -\mathbf{u}_k\mathbf{P}_k + \mathbf{G}_{bus(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{P}_k \\ -2\mathbf{Q}_k \end{bmatrix} \quad (31)$$

#### 4. Implementación computacional del método de estimación.

Se presenta la estructura general del método propuesto implementado para la estimación de estado en sistemas de distribución. En primer lugar, se especifica la información de los sistemas referencia donde se llevará a cabo la estimación de estados, luego se detallará el uso de diferentes softwares que ayudan a extraer información relevante de los sistemas, agregar información de medidas y posteriormente estimar la solución a partir de un algoritmo que siga la formulación lineal.

**Open DSS:** El software OpenDSS permite el modelado y simulación de diferentes circuitos y sistemas, el cual arroja una solución exacta para las diferentes condiciones de carga y tensión en los nodos. El software permite agrupar y organizar datos relevantes de la solución del sistema tales como: construcción de la Ybarra, tensiones netales, corrientes netales inyectadas, potencias inyectadas, corrientes de línea y tensiones bases en cada uno de los nodos presentes.

Esta información es supremamente relevante, puesto que logra simular el uso de los diferentes tipos de entrada de información. (PMU, medidores de corriente de línea, potencias estimadas de carga). Además, ofrece un punto de comparación para los estados que se estiman, puesto que OpenDSS soluciona de forma iterativa estos estados.

**Matlab:** En el uso del software MATLAB recae la recopilación, filtro y organización de los diferentes datos de las medidas, así como el tratamiento e implementación del algoritmo. El tratamiento y organización de los datos se logra mediante la creación del vector de medidas  $\mathbf{z}$  para cada fase y la creación de la matriz de procesos  $\mathbf{h}$ .

Posteriormente de estimar los estados, se presenta de manera gráfica la solución propuesta por el algoritmo lineal  $\hat{\mathbf{x}}$  y los valores exactos de estado otorgados por el software OpenDSS.

	c	1,02	120°
--	---	------	------

Fuente: elaboración propia.

## 5. Casos de estudio

### 5.1. Sistema de potencia balanceado de 5 barras

Se presenta un ejemplo de sistemas de potencia simple de 4 nodos, disponible en el libro “Análisis de Sistemas de Potencia” de Stevenson [15]. Este primer modelo propuesto es balanceado y no presenta inductancias mutuas. Se utiliza para comparar los datos obtenidos de la estimación con la información que el software OpenDSS ofrece.

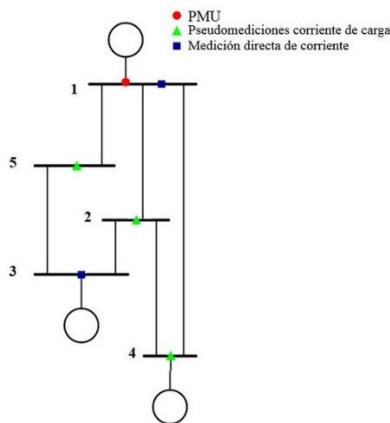


Figura 1. Ejemplo Stevenson. Fuente: elaboración propia.

El conjunto de medidas asumidas corresponde a la tensión en el nodo 1 (PMU), corrientes de carga estimada en el nodo 2, 4 y 5 (Pseudomedidas) y corrientes inyectadas a los nodos 1 y 3 (medición directa de corriente). Las demandas de carga activa y reactiva asumidas para este ejemplo se muestra en la Tabla 1. El conjunto de medidas para tensiones fasoriales, se presentan en la Tabla 2. En la Tabla 3 se encuentran el conjunto de medidas para las inyecciones de corriente nodal.

Tabla 1. Demandas de carga

Carga		
Nodo	P (p.u)	Q (p.u)
2	0,6	0,3
4	0,4	0,1
5	0,6	0,2

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Mediciones de PMU

Tensión (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
1	a	1,02	0°
	b	1,02	-120°

Tabla 3. Mediciones de corriente

Corriente (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
1	a	0,7155	153,22°
	b	0,7155	33,22°
	c	0,7155	-86,78°
3	a	1,0654	156,48°
	b	1,0654	36,48°
	c	1,0654	-83,52°

Fuente: elaboración propia.

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 4. Número de variables y medidas

Sistema “Ejemplo Stevenson”	
Número de estados totales	Números de medidas
30	36

Fuente: elaboración propia

Debido a que el sistema es balanceado se presenta las estimaciones exclusivamente para la fase A. En la Tabla 5 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 5. Resultados de la estimación de estado

N	Fa	OpenDSS		Estimación		% Error
		V <sub>pu</sub>	δ°	V <sub>pu</sub>	δ°	
1	(a)	1,0200	0	1,0200	0	0
2	(a)	0,9548	-3,9	0,9549	-3,9506	0,0891
3	(a)	1,0400	2,0	1,0399	2,0075	0,0151
4	(a)	0,9234	-8,0	0,9244	-8,0696	0,1579
5	(a)	0,9931	-2,1	0,9928	-2,0482	0,0964

Fuente: elaboración propia

### 5.2. Sistema de distribución IEEE 4 Nodos

El sistema de prueba está constituido por cuatro barras, dos líneas de transmisión, un transformador conexión YY y una carga desbalanceada conectada al nodo 4. La potencia base asumida para el sistema es de 10MVA y una tensión base de 12,47 kV en el nodo 1. La información detallada del sistema se presenta en [16].

En la Tabla VI se muestra la demanda asumida para la carga conectada al nodo 4. El conjunto de mediciones de PMU se encuentra en la Tabla VII y el conjunto de mediciones de corriente para el caso se encuentra en la Tabla VIII.

En la Tabla 10 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 6. Demanda de carga

Carga (Caso A)			
Nodo	Fase	P (p.u)	Q (p.u)
4	(a)	-0,0599	-0,0291
	(b)	-0,0600	-0,0291
	(c)	-0,0599	-0,0291

Fuente: elaboración propia

Tabla 7. Mediciones de PMU

Tensión (Caso A y Caso B)			
Nodo	Fase	Magnitud (p.u)	Ángulo
4	(a)	1,00	0°
	(b)	1,00	-120°
	(c)	1,00	120°

Fuente: elaboración propia

Tabla 8. Mediciones de corriente

Corriente (Caso B)			
Nodo	Fase	Magnitud (p.u)	Ángulo
4	(a)	0,7515	-34,92°
	(b)	0,6992	-154,16°
	(c)	0,7275	85,01°

Fuente: elaboración propia

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 9. Número de variables y medidas

Sistema “IEEE 4 Nodos”	
Número de estados totales	Números de medidas
24	30

Fuente: elaboración propia

**Caso A:** En el primer caso se asume mediciones de tensión en la subestación (PMU), corrientes de carga estimada en el nodo 4 (pseudomedidas), corriente de línea entre los nodos 1 y 2 al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos 2 y 3 (nodos sin carga). Se presenta las estimaciones para las 3 fases. En La Tabla X se observa las tensiones estimadas en p.u y los respectivos ángulos en grados.

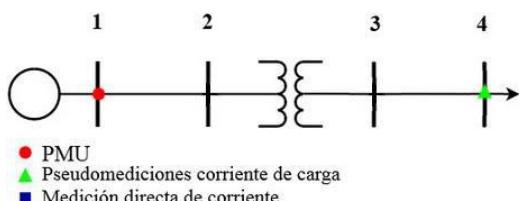


Figura 2. IEEE 4 Nodos caso A. Fuente: elaboración propia.

Tabla 10. Resultados de la estimación de estado

IEEE 4 Nodos					
N	Fa	OpenDSS		Estimación	
		$ V_{pu} $	$\delta^{\circ}$	$ V_{pu} $	$\delta^{\circ}$
1	(a)	1,0000	0	1,0000	0
	(b)	1,0000	-120,00	1,0000	-119,999
	(c)	1,0000	120,00	1,0000	119,999
2	(a)	0,9871	-0,30	0,9870	-0,342
	(b)	0,9917	-120,30	0,9917	-120,342
	(c)	0,9890	119,60	0,9890	119,631
3	(a)	0,9357	-3,70	0,9358	-3,696
	(b)	0,9445	-123,50	0,9450	-123,463
	(c)	0,9392	116,40	0,9390	116,416
4	(a)	0,7984	-9,41	0,7984	-9,193
	(b)	0,8582	-128,30	0,8617	-128,265
	(c)	0,8247	110,90	0,8229	111,034

Fuente: elaboración propia

**Caso B:** En el segundo caso se asume mediciones de tensión en la subestación (PMU), corrientes inyectadas al nodo 4 (Medición directa de corriente), al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos 2 y 3 (Nodos sin carga). Se presentan las estimaciones para las 3 fases.

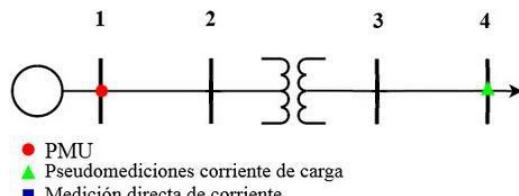


Figura 3. IEEE 4 Nodos caso B. Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 11 se observa la comparación entre los resultados de estimación y los valores reales para cada nodo.

Tabla 11. Resultados de la estimación de estado

IEEE 4 Nodos					
N	Fa	OpenDSS		Estimación	
		$ V_{pu} $	$\delta^{\circ}$	$ V_{pu} $	$\delta^{\circ}$
1	(a)	1,0000	0	1,0000	0
	(b)	1,0000	-120,00	1,0000	-120,000
	(c)	1,0000	120,00	1,0000	120,000
2	(a)	0,9871	-0,30	0,9871	-0,333
	(b)	0,9917	-120,30	0,9917	-120,343
	(c)	0,9890	119,60	0,9890	119,628
3	(a)	0,9357	-3,70	0,9357	-3,694
	(b)	0,9445	-123,50	0,9445	-123,475
	(c)	0,9392	116,40	0,9392	116,394
4	(a)	0,7984	-9,41	0,7985	-9,073
	(b)	0,8582	-128,30	0,8582	-128,315
	(c)	0,8247	110,90	0,8247	111,854

Fuente: elaboración propia

### 5.3. Sistema de distribución IEEE 13 Nodos

El tercer sistema de prueba usado se presenta en la Fig.12. Este sistema está constituido por trece barras, ocho cargas de tipo monofásica, bifásica y trifásica, el sistema hace referencia a un sistema de distribución radial trifásico y desbalanceado.

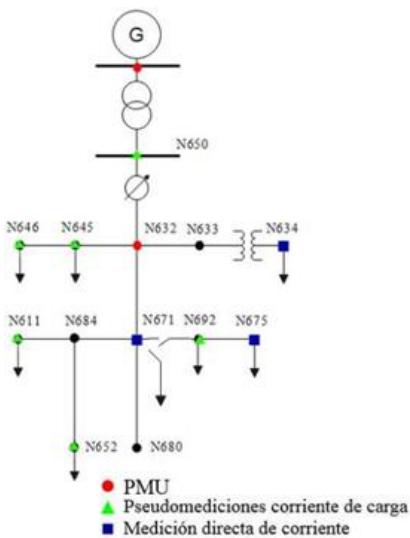


Figura 4. IEEE 13 Nodos. Fuente: elaboración propia.

Este sistema tiene una potencia base de 2MVA y una tensión base de 115kV en la subestación. La información detallada de la construcción del sistema y sus cargas se presenta en [17].

El conjunto de medidas para una estimación con bajo error, se hace posible con una adecuada selección de su ubicación. Debido a que el sistema es trifásico y existen cargas monofásicas conectadas a los diferentes nodos, es relevante agregar nueva información donde se tenga en cuenta que la tensión fase neutro para las fases no existentes es cero.

Por lo cual, se asume mediciones de tensión en la cabecera de la subestación, el nodo 671 y el nodo 632 (PMU), corrientes de carga estimada en los nodos 646, 645, 611, 692, 652 (pseudomedidas), corrientes inyectadas a los nodos Subestación, 671, 634, 675 (medición directa de corriente), al igual que todas las corrientes de inyección cero en los nodos restantes (nodos sin carga) y además se tiene en cuenta las tensiones de fase cero en los diferentes nodos.

Tabla 12. Demandas de carga

Potencia de datos históricos			
Nodo	Fase	P (p.u)	Q (p.u)
611	(c)	0,0817	-0,0078
645	(b)	0,0850	0,0625
646	(b)	0,0787	0,0003
	(c)	0,0386	0,0670
692	(a)	0,0214	0,0609
	(c)	0,0619	0,0132
652	(a)	0,0610	0,0410

Fuente: elaboración propia.

Tabla 13. Mediciones de PMU

Tensión (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
611	(a)	1,0000	30,00°
	(b)	1,0000	-90,00°
	(c)	1,0000	150,00°
692	(a)	0,9828	-5,40°
	(b)	1,0403	-122,40°
	(c)	0,9649	116,00°

Fuente: elaboración propia.

Tabla 14. Mediciones de corriente

Corriente (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
634	(a)	0,1703	-37,79°
	(b)	0,1288	-159,14°
	(c)	0,1322	80,40°
675	(a)	0,4621	-27,20°
	(b)	0,0753	-163,99°
	(c)	0,3231	79,83°
671	(a)	0,3856	-33,60°
	(b)	0,3856	-153,63°
	(c)	0,3856	86,36°

Fuente: elaboración propia.

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 15. Número de variables y medidas

Sistema “IEEE 13 Nodos”	
Número de estados totales	Números de medidas
96	120

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 16 se observa las tensiones estimadas en p.u y los ángulos en grados para el sistema trifásico.

Tabla 16. Resultados de la estimación de estado

IEEE 13 Nodos						
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error
		V <sub>pu</sub>	δ°	V <sub>pu</sub>	δ°	
1	(a)	1,000	30,00	1,000	29,962	0,0002
	(b)	1,000	-90,00	0,999	-89,987	0,0008
	(c)	1,000	150,00	1,000	150,014	0,0003
650	(a)	1,000	0,00	1,000	-0,024	0,0003
	(b)	1,000	-120,00	0,999	-120,024	0,0008
	(c)	1,000	120,00	1,000	120,026	0,0002
660	(a)	1,056	0,00	1,056	-0,026	0,0003
	(b)	1,037	-120,00	1,037	-120,025	0,0008
	(c)	1,056	120,00	1,056	120,024	0,0002
633	(a)	1,011	-2,60	1,012	-2,573	0,0002
	(b)	1,027	-121,80	1,026	-121,710	0,0011
	(c)	1,002	117,80	1,003	117,893	0,0011
634	(a)	0,987	-3,30	0,987	-3,182	0,0004
	(b)	1,008	-122,30	1,004	-122,483	0,0045
	(c)	0,982	117,30	0,984	117,328	0,0014
675	(a)	0,976	-5,60	0,975	-5,604	0,0012
	(b)	1,043	-122,60	1,041	-122,633	0,0020
	(c)	0,963	116,00	0,966	116,380	0,0030
611	(a)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(b)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(c)	0,961	115,70	0,964	116,135	0,0031
632	(a)	1,014	-2,50	1,015	-2,572	0,0007
	(b)	1,029	-121,80	1,029	-121,560	0,0003
	(c)	1,004	117,80	1,004	117,918	0,0002
670	(a)	1,004	-3,50	1,004	-3,549	0,0001
	(b)	1,032	-122,00	1,033	-121,802	0,0015
	(c)	0,990	117,10	0,990	117,399	0,0000
671	(a)	0,983	-5,40	0,982	-5,361	0,0013
	(b)	1,040	-122,40	1,039	-122,453	0,0016
	(c)	0,965	116,00	0,968	116,369	0,0028
680	(a)	0,983	-5,40	0,981	-5,339	0,0015
	(b)	1,040	-122,40	1,038	-122,495	0,0022
	(c)	0,965	116,00	0,968	116,376	0,0033
645	(a)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(b)	1,020	-121,90	1,024	-121,443	0,0043
	(c)	1,002	117,80	1,001	117,859	0,0017
646	(a)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(b)	1,018	-122,00	1,025	-121,308	0,0073
	(c)	1,000	117,80	0,997	117,863	0,0030
692	(a)	0,983	-5,40	0,982	-5,361	0,0013
	(b)	1,040	-122,40	1,039	-122,453	0,0016
	(c)	0,965	116,00	0,968	116,369	0,0028
684	(a)	0,981	-5,40	0,980	-5,388	0,0013
	(b)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(c)	0,963	115,90	0,966	116,276	0,0030
652	(a)	0,975	-5,30	0,974	-5,319	0,0014
	(b)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000
	(c)	0,000	0,00	0,000	0,00	0,0000

Fuente: elaboración propia.

#### 5.4. Sistema de distribución IEEE 33 Nodos

El cuarto sistema de distribución se constituye por treinta y tres barras. El sistema trabaja a una tensión nominal de 12,66kV y una potencia aparente base de 1MVA. La

información detallada de la construcción del sistema y sus cargas se presenta en [18].

Para este sistema de prueba se presenta y compara la estimación de estado para dos casos con diferentes conjuntos de medidas.

En la Tabla 17 se muestran las potencias inyectadas asumidas para los diferentes nodos. El conjunto de mediciones de PMU se encuentra en la Tabla 18 y el conjunto de mediciones de corriente para el caso B, se encuentra en la Tabla 19.

Tabla 17. Potencias Inyectadas

Potencia de datos históricos			
Nodo	Fase	P (p.u)	Q (p.u)
01	(a)	1,2686	0,7848
02	(a)	-0,0333	-0,0200
03	(a)	-0,0400	-0,0133
04	(a)	-0,0200	-0,0267
05	(a)	-0,0200	-0,0100
06	(a)	-0,0664	-0,0067
07	(a)	-0,0646	-0,0332
08	(a)	-0,0191	-0,0323
09	(a)	-0,0189	-0,0064
10	(a)	-0,0141	-0,0063
11	(a)	-0,0188	-0,0094
12	(a)	-0,0185	-0,0110
13	(a)	-0,0369	-0,0108
14	(a)	-0,0184	-0,0246
15	(a)	-0,0184	-0,0031
16	(a)	-0,0183	-0,0061
17	(a)	-0,0274	-0,0061
18	(a)	-0,0300	-0,0122
19	(a)	-0,0300	-0,0133
20	(a)	-0,0300	-0,0133
21	(a)	-0,0300	-0,0133
22	(a)	-0,0300	-0,0133
23	(a)	-0,0300	-0,0167
24	(a)	-0,1400	-0,0667
25	(a)	-0,1400	-0,0667
26	(a)	-0,0200	-0,0083
27	(a)	-0,0199	-0,0083
28	(a)	-0,0194	-0,0065
29	(a)	-0,0382	-0,0223
30	(a)	-0,0631	-0,1894
31	(a)	-0,0469	-0,0219
32	(a)	-0,0656	-0,0312
33	(a)	-0,0187	-0,0125

Fuente: elaboración propia

Tabla 18. Mediciones de Tensión

Tensión (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
1	(a)	1,0000	0,00°
2	(a)	0,9971	0,00°
6	(a)	0,9518	0,10°
12	(a)	0,9223	-0,30°
18	(a)	0,9368	0,30°

Fuente: elaboración propia.

Tabla 19. Mediciones de corriente

Corriente (p.u)			
Nodo	Fase	Magnitud	Angulo
18	(a)	0,0329	155,40°
22	(a)	0,0331	155,93°
25	(a)	0,1599	154,46°

Fuente: elaboración propia.

En esta prueba, el número de variables de estado y número de medidas son:

Tabla 20. Número de variables y medidas

Sistema “IEEE 33 Nodos”	
Número de estados totales	Números de medidas
198	228

Fuente: elaboración propia

**Caso A:** Para el primer caso del sistema de 33 nodos, se asume mediciones de tensión en la subestación, nodo 2, nodo 6, nodo 12 y nodo 28 (PMU), corrientes inyectadas a los nodos 18, 22, 25 (medición directa de corriente) y corrientes de potencia estimada en todos los nodos (Pseudomedidas).

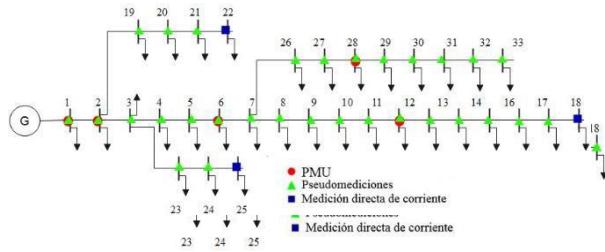


Figura 5. IEEE 33 Nodos caso A. Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 21 se observa las tensiones estimadas en p.u y los ángulos en grados para el sistema trifásico.

Tabla 21. Resultados de la estimación de estado

IEEE 33 Nodos						
N	Fa	OpenDSS		Estimación		Error
		V <sub>pu</sub>	δ°	V <sub>pu</sub>	δ°	
1	(a)	1,000	0,00	1,00	-0,006	0,0000
2	(a)	0,997	0,00	0,997	0,006	0,0000
3	(a)	0,983	0,10	0,983	0,082	0,0004
4	(a)	0,976	0,20	0,976	0,146	0,0008
5	(a)	0,969	0,20	0,969	0,212	0,0014
6	(a)	0,952	0,10	0,952	0,130	0,0003
7	(a)	0,949	-0,10	0,948	-0,085	0,0038
8	(a)	0,936	-0,20	0,936	-0,211	0,0026
9	(a)	0,930	-0,30	0,930	-0,271	0,0022
10	(a)	0,925	-0,40	0,925	-0,320	0,0019
11	(a)	0,924	-0,40	0,924	-0,312	0,0012
12	(a)	0,922	-0,30	0,922	-0,300	0,0000
13	(a)	0,917	-0,40	0,917	-0,376	0,0000
14	(a)	0,915	-0,50	0,915	-0,445	0,0015
15	(a)	0,913	-0,50	0,913	-0,478	0,0019
16	(a)	0,912	-0,60	0,912	-0,497	0,0020
17	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,566	0,0031
18	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,575	0,0031
19	(a)	0,997	0,00	0,997	-0,006	0,0006
20	(a)	0,993	-0,10	0,993	-0,083	0,0043
21	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,103	0,0052
22	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,124	0,0053

14	(a)	0,915	-0,50	0,915	-0,300	0,0014
15	(a)	0,913	-0,50	0,913	-0,375	0,0017
16	(a)	0,912	-0,60	0,912	-0,445	0,0017
17	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,477	0,0031
18	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,496	0,0030
19	(a)	0,997	0,00	0,997	-0,563	0,0007
20	(a)	0,993	-0,10	0,993	-0,571	0,0053
21	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,007	0,0068
22	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,085	0,0084
23	(a)	0,980	0,10	0,980	-0,107	0,0007
24	(a)	0,973	0,00	0,973	-0,129	0,0019
25	(a)	0,970	-0,10	0,970	-0,049	0,0025
26	(a)	0,950	0,20	0,950	0,167	0,0003
27	(a)	0,948	0,20	0,948	0,219	0,0003
28	(a)	0,937	0,30	0,937	0,300	0,0000
29	(a)	0,929	0,40	0,929	0,375	0,0005
30	(a)	0,926	0,50	0,926	0,474	0,0011
31	(a)	0,922	0,40	0,922	0,398	0,0001
32	(a)	0,921	0,40	0,921	0,377	0,0001
33	(a)	0,921	0,40	0,921	0,370	0,0006

Fuente: elaboración propia.

**Caso B:** Para el segundo caso del sistema de 33 nodos, se asume mediciones de tensión en la subestación, nodo 2, nodo 6, nodo 12 y nodo 28 (PMU), corrientes inyectadas a los nodos 18, 22, 25 (medición directa de corriente) y corrientes de potencia estimada en los nodos restantes (pseudomedidas).

Figura 6. IEEE 33 Nodos caso B. Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 22 se observa las tensiones estimadas en p.u y los ángulos en grados para el sistema trifásico.

Tabla 22. Resultados de la estimación de estado

N	Fa	IEEE 33 Nodos				Error
		OpenDSS		Estimación		
		V <sub>pu</sub>	δ°	V <sub>pu</sub>	δ°	%
1	(a)	1,000	0,00	1,00	-0,006	0,0001
2	(a)	0,997	0,00	0,997	0,006	0,0002
3	(a)	0,983	0,10	0,983	0,082	0,0003
4	(a)	0,976	0,20	0,976	0,146	0,0008
5	(a)	0,969	0,20	0,969	0,211	0,0014
6	(a)	0,952	0,10	0,952	0,129	0,0004
7	(a)	0,949	-0,10	0,948	-0,085	0,0036
8	(a)	0,936	-0,20	0,936	-0,212	0,0024
9	(a)	0,930	-0,30	0,930	-0,271	0,0021
10	(a)	0,925	-0,40	0,925	-0,320	0,0018
11	(a)	0,924	-0,40	0,924	-0,312	0,0010
12	(a)	0,922	-0,30	0,922	-0,300	0,0000
13	(a)	0,917	-0,40	0,917	-0,376	0,0000
14	(a)	0,915	-0,50	0,915	-0,445	0,0015
15	(a)	0,913	-0,50	0,913	-0,478	0,0019
16	(a)	0,912	-0,60	0,912	-0,497	0,0020
17	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,566	0,0031
18	(a)	0,910	-0,60	0,910	-0,575	0,0031
19	(a)	0,997	0,00	0,997	-0,006	0,0006
20	(a)	0,993	-0,10	0,993	-0,083	0,0043
21	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,103	0,0052
22	(a)	0,992	-0,10	0,992	-0,124	0,0053

23	(a)	0,980	0,10	0,980	0,049	0,0005
24	(a)	0,973	0,00	0,973	-0,042	0,0012
25	(a)	0,970	-0,10	0,970	-0,086	0,0012
26	(a)	0,950	0,20	0,950	0,167	0,0003
27	(a)	0,948	0,20	0,948	0,219	0,0003
28	(a)	0,937	0,30	0,937	0,300	0,0000
29	(a)	0,929	0,40	0,929	0,375	0,0004
30	(a)	0,926	0,50	0,926	0,475	0,0010
31	(a)	0,922	0,40	0,922	0,398	0,0003
32	(a)	0,921	0,40	0,921	0,377	0,0002
33	(a)	0,921	0,40	0,921	0,370	0,0007

Fuente: elaboración propia.

## 6. Discusión de resultados

En la práctica, el uso de mediciones de tensión y de corriente, más el uso de pseudomedidas, pueden llevar a obtener un nivel de precisión bastante alto con respecto a la información obtenida de los sistemas eléctricos.

En la Tabla 23 se muestra los resultados de errores cuadráticos y absolutos para la estimación en comparación con los datos reales para las variables de estado.

Tabla 23. Errores cuadráticos y absolutos

Sistema de prueba		EMS % Error absoluto medio	EMS % Error cuadrático medio
4 nodos	Caso A	0,05420	0,11710
	Caso B	0,00055	0,00093
13 nodos		0,13610	0,20050
33 nodos	Caso A	0,00140	0,00119
	Caso B	0,00170	0,00260

Fuente: elaboración propia.

Estos errores indican que la estimación es buena cuando los supuestos de cargas iniciales para cada nodo son cercanos a los valores reales, esto quiere decir que, al aumentar el número de medidas reales y directas, se mejora la precisión e incertidumbre del estimador de estado lineal. Lo cual se puede observar en los casos de estudio donde se reemplaza pseudomedidas por mediciones directas de corriente.

## 7. Conclusiones

Este artículo recopila información de métodos actuales presentados en la literatura científica donde abordan soluciones para la estimación de estado utilizando un modelo lineal. Se observa una clara tendencia en el uso de medidas fasoriales y la implementación de mediciones históricas de potencia (Pseudomedidas).

Además, se presenta un estimador de estado en sistemas de distribución basado en una formulación lineal, que incorpora diferentes tipos de mediciones y

pseudomedidas, haciéndolo factible para la simulación e implementación en otros sistemas de distribución.

Los casos de estudio en diversos sistemas demuestran la eficacia del estimador, ya que se logra un máximo error absoluto medio en la estimación de estado del 0,1361%. También se concluye que la precisión de la estimación de estado disminuye en nodos alejados de las mediciones sincro fasoriales.

Se puede concluir que el uso de mediciones de sincrofasonores para obtener los ángulos de fase mejora el proceso de estimación de estado en los sistemas de distribución estudiados, logrando que el estimador presentado sea una alternativa confiable para los métodos de estimación tradicionales.

## 8. Referencias

- [1] P. J Zarco y A. Gomez, Estimación de estado y de parámetros en redes eléctricas. Sevilla: Univ. Sevilla, 1999.
- [2] M. Pau, P. A. Pegoraro and S. Sulis. "Efficient branch current based distribution system state estimation including synchronized measurements," IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement vol. 62 no. 9 pp. 2419-2429, 2013.
- [3] Y. Chen, X. Kong, C. Yong, X. Ma, and L. Yu, "Distributed State Estimation for Distribution Network with Phasor Measurement Units Information," Energy Procedia, vol. 158 pp. 4129-4134, 2019.
- [4] Kong, X.; Chen, Y.; Xu, T.; Wang, C.; Yong, C.; Li, P.; Yu, L. A Hybrid State Estimator Based on SCADA, and PMU Measurements for Medium Voltage Distribution System. Appl. Sci. 2018, 8, 1527.
- [5] D. A. Haughton and G. T. Heydt, "A Linear State Estimation Formulation for Smart Distribution Systems," in IEEE Transactions on Power Systems, vol. 28, no. 2, pp. 1187-1195, May 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2012.2212921.
- [6] V. Volkov and D. Demyanov, "Optimal Estimation of the Linear Functional of State Variables of a Dynamic System," 2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP), Samara, Russia, 2019, pp. 640-643, doi: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976873.
- [7] Z. Yanjun, L. Jun, LiYongguang, LiuRan and MaXiaolei, "A method of state estimation with variable weights iteration based on piecewise linear weight

- function," 2016 China International Conference on Electricity Distribution (CICED), Xi'an, China, 2016, pp. 1-4, doi: 10,1109/CICED,2016,7576165.
- [8] L. Sun, Y. Ju, L. Yang, S. Ge and Q. Fang, "Two-Stage Linear State Estimation for Active Distribution Networks," 2018 2nd IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2), Beijing, 2018, pp. 1-7, doi: 10,1109/EI2,2018,8582160.
- [9] M. A. Hussein and A. J. Sultan, "Enhancement of State Estimation Power System Based Hybrid Algorithm," 2018 1st Annual International Conference on Information and Sciences (AICIS), Fallujah, Iraq, 2018, pp. 164-169, doi: 10,1109/AiCIS,2018,00040.
- [10] K. D. Jones, J. S. Thorp and R. M. Gardner, "Three-phase linear state estimation using Phasor Measurements," 2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting, 2013, pp. 1-5, doi: 10,1109/PESMG,2013,6672516.
- [11] M. Farajollahi, A. Shahsavari and H. Mohsenian-Rad, "Linear Distribution System State Estimation Using Synchrophasor Data and Pseudo-Measurement," 2019 International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA), 2019, pp. 1-6, doi: 10,1109/SGSMA,2019,8784644.
- [12] V. Madani et al., "PMU placement considerations — A roadmap for optimal PMU placement," 2011 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition, 2011, pp. 1-7, doi: 10,1109/PSCE,2011,5772601.
- [13] Zhang, L. and Kexing Lai. "A novel complex linear state estimator for smart power distribution systems: methodology and implementation." International Journal of Electrical Power & Energy Systems 123 (2020): 106312.
- [14] A. Garces, "A Linear Three-Phase Load Flow for Power Distribution Systems," in IEEE Transactions on Power Systems, vol. 31, no. 1, pp. 827-828, Jan. 2016, doi: 10,1109/TPWRS,2015,2394296.
- [15] W. D. Stevenson and S. A. Sebo, "Elements of Power System Analysis, Third Edition," in IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-6, no. 7, pp. 512-512, July 1976, doi: 10,1109/TSMC,1976,4309538.
- [16] IEEE Distribution System Analysis Subcommittee, IEEE 4 Node Test Feeder. 2006.
- [17] IEEE Distribution Planning Working Group Report,
- "Radial distribution test feeders", IEEE Transactions on Power Systems, August 1991, Volume 6, Number 3, pp. 975-985.
- [18] Ghasemi S. Moshtagh Jamal. "Radial distribution systems reconfiguration considering power losses cost and damage cost due to power supply interruption of consumers", International Journal on Electrical Engineering and Informatics - Volumen 5, Número 3. 2013.