06

EL MODELO DE OPTIMIZACION DE LA TASA DE RENDIMIENTO SUSTENTABLE PARA UN RECURSO RENOVABLE

Fanor Lozano Reyes[1]

424

COMPENDIO

Es necesario que las unidades productivas del sector agropecuario, hagan uso sostenible de los recursos renovables, por ejemplo bosques y peces. Por tanto, el problema a resolver en este aspecto es el de elaborar un modelo matemático plausible empíricamente, que permita determinar la tasa de explotación o cosecha máxima de un recurso renovable, en relación con su tasa natural de crecimiento y con el tamaño de la población del recurso que le sirve de base, con el objetivo de maximizar las ganancias de la explotación comercial y usar dicho recurso en forma sostenible.

Palabras claves: Modelo matemático, Recursos renovables, Tasa de cosecha. Tasa natural de crecimiento, Población del recurso.

ABSTRACT

AN OPTIMIZATION MODEL FOR THE SUSTAINABLE YIELD RATE TO A RENEWABLE RESOURCE

It is necessary for productive units, in the agricultural sector, to make long-lasting use of renewable resources, for example woods and fishes. Hence, an empirically plausible mathematical model needs to be created, that will determine the renewable resource's maximum harvest or exploitation rate, in relation to its natural growth rate and to the extent of the basis of the resource. The objective of this model is to maximize commercial exploitation earnings and to use the resource in a sustainable form.

Keywords: Mathematical model, Renewable resources, Harvest rate, Natural growth rate, Stocklor biomass of the resource

INTRODUCCION

Este estudio sobre Modelos Económicos en el Análisis de Sostenibilidad, trata de formular un Modelo Matemático tentativo que sea plausible empíricamente, es decir, que tenga la posibilidad de ser contrastado con información tomada de la realidad empírica y cuyo objetivo sea el de determinar la máxima tasa de explotación o cosecha de un recurso renovable, en relación con su tasa natural de crecimiento y con el tamaño de la población del recurso, de tal manera que permita maximizar las ganancias de la explotación comercial, mediante un uso sostenible del recurso utilizado.

El modelo de optimización de la tasa de rendimiento sustentable para un recurso renovable

El stock de población de un recurso renovable (peces, árboles maderables, etc), es una función del tiempo; dicho stock de población crece a través del tiempo en forma claramente asimilable a una función matemática de crecimiento logístico (*Figura* 1).

En la *Figura 1*, la curva X representa el stock de un recurso renovable en relación con el tiempo; indica cómo crece la población del recurso (ej. peces, árboles maderables, etc.), a través del tiempo.

En el nivel máximo de población del recurso X_{max}, las especies comienzan a competir por la oferta de insumos.

Ello ocurriría porque el número de individuos competirían intensamente en un ya reducido espacio vital (ecosistema), por los recursos indispensables para la supervivencia como: luz, agua y nutrimentos en el caso de los árboles y oxígeno y alimento en el caso de los peces; y por el desarrollo de depredadores naturales;los cuales permiten que el crecimiento de los recursos en la naturaleza tenga carácter sostenible.

[1] Economista. M.Sc. Administración de Empresas. Profesor Universidad Nacional de Colombia, Sede Palmira A.A 237.

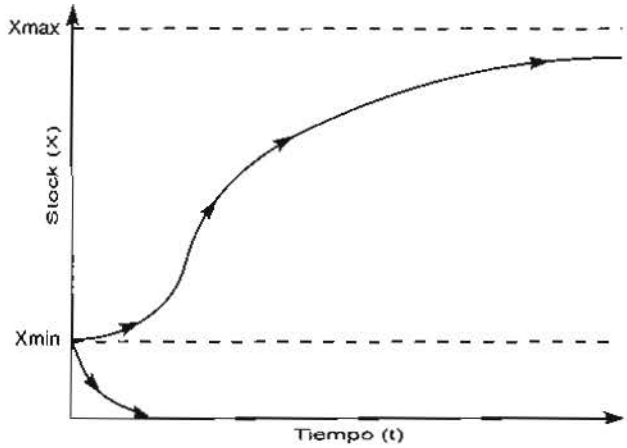

Figura 1. Curva de crecimiento logístico para un recurso renovable

La curva logística del stock de población, a partir del X_{max}, se convierte en un segmento infinitamente elástico, como se representa en la *Figura 1*, puesto que la tasa de incremento poblacional es igual a cero, lo cual hace que el stock de la población del recurso se estabilice en el X_{max} en forma natural.

Nótese que la curva empieza en un nivel de población X_{min}; este es un nivel crítico de extinción del recurso, en el cual el stock de población tendería a cero en corto tiempo.

En la *Figura 2*, la curva x' representa la tasa de crecimiento marginal (incremento o decremento) de la población. Esta curva x' muestra a la vez que el crecimiento marginal x' de la población de un recurso

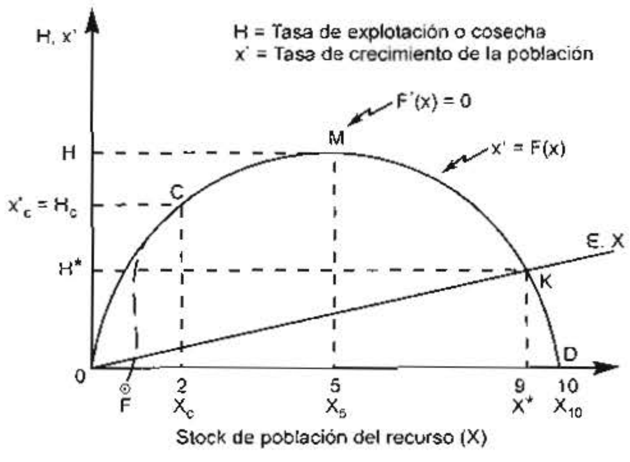

Figura 2. Curva de crecimiento poblacional de un recurso : La tasa de rendimiento sustentable

(eje vertical) depende del tamaño de la población X (eje horizontal).

El punto D indica el tamaño máximo de población X_{10}, en el cual el ecosistema está tan saturado que no puede incrementarse la población; por cada nueva unidad del recurso, morirá una de las existentes en las condiciones de un medio natural sostenible. Si no hay explotación del recurso (pesca, o tala de bosques), la población crecerá hasta esta cifra pero no más allá.

Ninguna autoridad pública o privada pretendería sobrepasar la población mas allá de X_D, dados los límites del espacio vital (ecosistema), el cual se encuentra saturado y no puede resistir un crecimiento adicional sin afectar negativamente el tamaño de la población del recurso.

Si estuviéramos en otro punto como K, la población del recurso se incrementará en un valor igual a la altura de K. Este crecimiento significa que en el siguiente período la población será mayor, ocasionando un movimiento hacia la derecha que continuará mientras que la curva de rendimiento este por encima del eje X.

Pero la realidad es que la sociedad no está interesada en una solución como ésta, en la cual no se realiza explotación alguna del recurso.

En lugar de ello consideramos un punto como C, en el cual hay explotación del recurso, aquí la población es $X_c = X_2$ y se incrementa en x'_c.

En este punto se puede explotar el recurso en el incremento natural a la tasa de H_c por año, sin reducir la población X_c, de aquí que la curva de la tasa marginal de incremento poblacional (x'), se pueda llamar *curva de rendimiento sostenido.*

El rendimiento sostenido es la cantidad de recurso renovable (como peces o árboles maderables) que puede recolectarse dejando constante el tamaño de la población.

El punto más alto de esta curva, M, representa el rendimiento sostenido máximo: es un punto que muestra el máximo que se puede explotar del recurso continuamente sin agotar las existencias, pero para ello se requiere una población de X_5. Impedir que el recurso caiga por debajo de este nivel es aproximadamente lo que los economistas denominan preservación.

En algunos períodos, la situación de hace mucho tiempo antes de la explotación comercial en gran escala, como podría ser el punto K *Figura 2*, abundaban los recursos naturales; pero con el aumento de la población humana y de las demandas en el consumo de bienes, la población de los recursos se redujo con el aumento en su explotación comercial; no obstante, si la población del recurso permanecía por encima X_5 (o sea, a la derecha del rendimiento sostenible máximo en M), no habría problema de preservación. Con el aumento de la explotación del recurso, disminuyó la población pero fue capaz de regenerarse a sí misma (es decir, el incremento natural fue mayor como lo muestra la altura de la curva). Sólo cuando la población cae a X_5 se empiezan a encontrar problemas potenciales; si en este punto la explotación del recurso supera el incremento natural, continua la reducción del tamaño poblacional (desplazamiento a la izquierda de M).

Pero ahora, con cada nuevo desplazamiento, la población del recurso es menos capaz de regenerarse a sí misma (cada movimiento a la izquierda nos coloca en un punto más bajo sobre la curva de rendimiento). Si no se ejerce *disciplina en la explotación del recurso*, se puede correr el riesgo de extinguir todas las especies.

Resumiendo: Una vez que la explotación comercial empieza a agotar la población, es importante tratar de identificar el rendimiento sostenido máximo (M) y la población (X_5) que le sirve de base. Estos puntos determinan los objetivos aproximados de recolección eficiente y preservación de la población.

En conclusión; la *Figura 2*, mide la tasa de cambio o crecimiento de la población de un recurso con respecto al tiempo.

La tasa de crecimiento del stock del recurso x' es positiva al comienzo, alcanza un máximo y posteriormente declina.

Si se llama E a la proporción del stock del recurso que puede ser explotado, es decir al nivel de esfuerzo o inversión, se tendría que:

$$E = \frac{H}{X} \qquad (1.1)$$

Por tanto:

$$H = E \cdot X \qquad (1.2)$$

Donde:

H: Es la tasa de explotación o extracción del recurso que en el equilibrio o sea en el "estado estacionario de crecimiento", tendría que ser igual a la tasa de crecimiento del recurso x', para dejar constante el tamaño de la población X; puesto que:

$$\frac{dX}{dt} = F(x) - H(t) \qquad (1.3)$$

En donde:

$\frac{dX}{dt}$ = Tasa de crecimiento de X con respecto al tiempo

$F(x) = x'$ = Tasa natural de crecimiento de la población del recurso

$H(t) = H$ = Tasa de explotación o extracción del recurso.

Y como: $\frac{dX}{dt} = 0$, en estado estacionario, ya que $X_{(t)}$ debe ser constante

Entonces: $x' - H = 0$ y por tanto, $x' = H$.

Maximización de ganancias

Si se supone que el recurso es el único factor de producción, tendríamos:

$$CT = W \cdot E \qquad (1.4)$$

Donde:

CT: Costo total.
E: Nivel de esfuerzo o inversión.
W: Precio por unidad de recurso invertido.

Suponiendo también que el precio de mercado del producto, obtenido a partir del uso del recurso permanece constante en P, entonces:

$$IT = P \cdot H \qquad (1.5)$$

Donde:

IT: Ingreso total
P: Precio del producto
H: Tasa de explotación o de cosecha.

En conclusión cada P y W se suponen constantes, pues dependen del mercado.

El ingreso total IT aumenta al comienzo, alcanza el máximo y finalmente disminuye al aumentar la tasa de extracción (*Figura 3*).

La *Figura 3*, representa la curva del ingreso total IT y la recta de costo total CT en la explotación del recurso, las cuales dependen de la tasa de extracción o explotación H y del esfuerzo o inversión del recurso E, respectivamente.

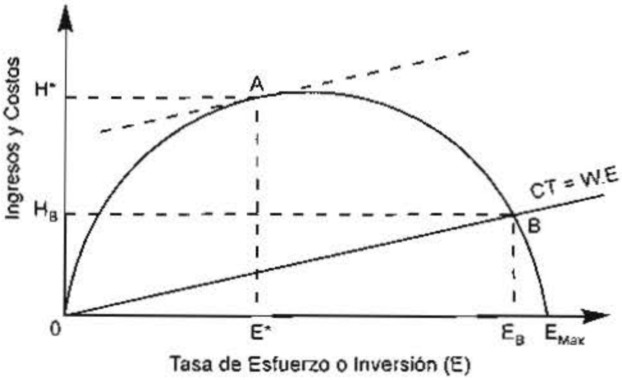

Figura 3. Maximización de la utilidad en la explotación del recurso.

La máxima utilidad se obtiene donde:

$$U_{MAX} = IT - CT \text{ es máxima} \qquad (1.6)$$

Este es el punto A *(Figura 3)*, donde la tasa de explotación es H^* y la tasa de esfuerzo o inversión es E^*.

Según la fórmula (1.3),

$$\frac{dX}{dt} = F(x) - H(t)$$

La tasa de crecimiento de la población en el tiempo dX/dt, es igual a la tasa natural de crecimiento F(x) menos la tasa de explotación o cosecha H(t).

Si la tasa de explotación viene dada por:

$$H = Q\ (E, X) \qquad (1.7)$$

Donde H es una función de Cobb Douglas de la forma:

$$H = A \,.\, E^a \,.\, X^b \qquad (1.8)$$

Y si a = 1 para simplificar, se tiene:

$$H = E \,.\, A \,.\, X^b \qquad (1.9)$$

Entonces:

$$E = \frac{H}{AX^b} \qquad (1.10)$$

El nivel de esfuerzo E, produce una utilidad π igual a:

$$\pi = IT - CT$$

$$\text{ó} \qquad \pi = P.H - C.E \qquad (1.11)$$

Reemplazando (1.10) en (1.11):

$$\pi = P.H. - \frac{CH}{AX^b} \qquad (1.12)$$

Llamando: $$C\ (X) = \frac{C}{AX^b} \qquad (1.13)$$

Entonces: $$\pi = P.H - C(X).H = [P-C(X)]H \qquad (1.14)$$

Ahora se puede maximizar el valor presente (descontado) del flujo de utilidad, teniendo:

$$\text{Maxim VP } (\pi) = \int_0^\infty [P-C(X)]\ He^{-st}\,.dt \qquad (1.15)$$

Se despeja $H_{(t)}$ de la fórmula (1.3):

$$H_{(t)} = F(x) - \frac{dX}{dt} \qquad (1.16)$$

y se reemplaza (1.16) en (1.15)

$$VP\ (\pi) = \int_0^\infty [P-C(X)]\ [\ F(x) - \frac{dX}{dt}\ ].\ e^{-st}.dt \qquad (1.17)$$

Se deriva la solución a la ecuación (1.17) y se obtiene finalmente:

$$\frac{dF}{dt} - \frac{dC/dX\ .\ F\ (X)}{P - C(X)} = s \qquad (1.18)$$

ó

$$F'(X) - \frac{C'(X)\ .\ F\ (X)}{P - C(X)} = s \qquad (1.19)$$

Siendo "s" la tasa relevante de descuento.

Si el costo marginal del recurso C'(X) = 0, entonces:

$$F'(X) = s \qquad (1.20)$$

Donde:

$$F'(X) = \frac{\text{Incremento en la adición al stock X}}{\text{Adición al stock X}}$$

Por tanto F'(X) es el producto marginal, es decir la tasa de retorno sobre la población del recurso.

De otra parte, si se supone que en la expresión (1.17), el valor s es dado por el mercado y que [P-C(X)] [F(x) - dX/dt] equivale a un flujo perpetuo uniforme de utilidad neta, igual a $D por año, entonces el valor pre-sente de la utilidad en la expresión 1.17 puede obte-nerse mediante:

$$VP(\pi) = \int_0^{\infty} D.\ e^{-st}.dt = \lim_{y \to \infty} \int_0^{y} D.\ e^{-st}.dt$$

$$VP(\pi) = \lim_{y \to \infty} \frac{D}{s}\ (1 - e^{sy}) = \frac{D}{s}$$

Finalmente:

$$VP\ (\pi) = \frac{D}{s} \qquad (1.21)$$

Se advierte que el parámetro "y" (número de años), ha desaparecido de la solución final, porque el flujo es perpetuo. El resultado VP (π) = D/s, corresponde a la fórmula conocida de la llamada "capitalización" de una inversión con renta perpetua.

Por ejemplo, si se quiere hallar el valor presente de un flujo perpetuo uniforme de utilidad neta, a una tasa constante de $1.000/año, producto de la explotación de árboles maderables, siendo la tasa continua de descuento del 20% anual, se obtendría:

$$VP\ (\pi) = 1.000\ /\ 0.05 = \$20.000$$

Temas generales de interés para la investigación en sostenibilidad

Finalmente y de acuerdo con lo desarrollado en este escrito, es deseable formular algunos temas de interés que orienten las futuras investigaciones en el campo de la sostenibilidad:

1. Técnicas para la valoración de los bienes ambientales.
2. Medición empírica a través de técnicas de valoración del Impacto Ambiental ocasionado por:
   - Uso indiscriminado de agroquímicos en la producción en fincas (Acosta 1989).
   - Uso de prácticas de "adecuación" de tierras para disminuir costos de producción, que afectan nocivamente el potencial del recurso tierra. (Ej: quemas previas en el cultivo de suelos planos y de laderas) (Acosta 1989).
   - Extracción o cosecha de maderas provenientes de bosques naturales en forma no sostenible (Acosta 1989).
   - Quema indiscriminada del follaje de la caña de azúcar en el Valle del Cauca.
3. Aplicación del modelo de optimización de la tasa de rendimiento sostenible para un recurso renovable como peces. Por Ej: determinación de la función empírica de la tasa de captura de peces provenientes de ríos y lagos naturales.
4. Aplicación del modelo de optimización de la tasa de rendimiento sostenible para un recurso renovable como árboles maderables. Por Ej: determinación de la función empírica de la tasa de explotación o cosecha de maderas, provenientes de bosques naturales.

BIBLIOGRAFIA

ACOSTA L. Juan Gustavo, et al. Seminario sobre casos de modernización agropecuaria. IICA, PNCA, Bogotá, Nov. 1989.

PEARCE David W. y TURNER R., Kerry. Economics of natural resources and the environment. Great Britain. 1990

REPETTO, Robert. et al. Wasting Assets: Natural resources in the National Income Accounts. Institute of Word Resources. 1989.