en una proporcion de cerca de 100 personas bien educadas por 10,000 con poca o sin educacion alguna. En Francia, durante siete años, la proporcion de los bien educados con las otras clases de acusados, era de 227 por cada 9,773. En la Penitenciaria de Filadelfia, de 217 presos que entraron en 1853, solo 85 sabian leer; i de estos mui raros los que podian hacerlo medianamente. Las penitenciarias de los otros Estados daban mas o ménos el mismo resultado. En la de Auburn, en Nueva York, por ejemplo, de 244 presos solo 58 podian leer regularmente. (8)

Se nota mas claramente los efectos de la educacion en la calidad de los crímenes cometidos por las personas educadas, comparados con los que produce la ignorancia. La estadística criminal de Escocia revela, que de 41 personas educadas que fueron convictas en el año de 1840, habia 15 condenados por ataques personales o peleas, 15 por simples robos, 2 por robo con fractura, i los demas por ofensas insignificantes; siendo de advertir que los crímenes de la primera clase fueron casi todos ejecutados bajo la influencia del licor. (9)

PEDRO P. ORTIZ,
Miembro de la Universidad de Chile.

ESCUELA DE INJENIERIA.

PROGRAMA DE MATEMATICAS.

PRIMER CURSO.

ARITMÉTICA SUPERIOR I ÁLJEBRA.

1. Preliminares del Áljebra e idea de la jeneralidad i marcha ordinaria de sus procedimientos: elementos del lenguaje i notacion aljebraicas.

2. Adicion, sustraccion, multiplicacion i division con cantidades aljebraicas monomias i polinomias; productos i cuocientes notables; exponente cero: exponente negativo.

(8) El conocimiento de estas verdades no es ménos útil al estadista que al preceptor. Hace parte de la mision del último el averiguar las causas de los vicios i errores mas dañosos a la sociedad, i combatirlos vigorosamente desde la escuela, no cesando de explicar a sus alumnos los malos efectos que acompañan a una conducta desordenada. Si la pereza, la embriaguez, la imprevision, la falta de honradez i la discordia son los vicios dominantes del pueblo, debe insistir en producir un resultado contrario atacando las causas que dan vida a estas perversas pasiones, i demostrando el mérito de las virtudes contrarias, como la industria i dilijencia, la frugalidad i la economía, la sobriedad, la honradez, el amor al prójimo i el respeto a las autoridades.

(9) El modo jeneralmente adoptado de clasificar las personas acusadas o convictas, es como sigue: la 1.ª clase, comprende aquellos que no saben leer o escribir; 2.ª los que leen i escriben imperfectamente; 3.ª los que leen i escriben bien; 4.ª los que han recibido una educacion superior en colejios.

3. Teoría del máximo comun divisor en Áljebra.

4. Fracciones aljebraicas.

5. Potencias i raices de los monomios: exponentes fraccionarios: cantidades radicales: expresiones imajinarias.

6. Cuadrado de los polinomios: raiz cuadrada de una cantidad numérica o de un polinomio.

7. Demostracion aritmética de los valores asignados a los símbolos $\frac{1}{0}$ i $\frac{1}{\infty}$, i a la potencia *cero* de una cantidad.

8. Carácter aljebraico de las cantidades negativas.

9. Teoría de las permutaciones i combinaciones.

10. Desarrollo de las potencias de los polinomios en jeneral: deduccion de la fórmula del binomio de Newton por la teoría de las permutaciones i combinaciones.

11. Extraccion de raices de cualquier grado de las cantidades numéricas.

12. Resolucion de las ecuaciones de primer grado con una o mas incógnitas, en cuestiones determinadas: principios jenerales para el despejo de las incógnitas: métodos jenerales de eliminacion; método de Bezout: teorema de La Place.

13. Interpretacion de los valores positivos, negativos, infinitivos o indeterminados obtenidos para las incógnitas por las fórmulas de solucion.

14. Resolucion de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita, i análisis de la fórmula jeneral de solucion: raices reales, desiguales e iguales, de igual o de contrario signo: raices imajinarias: suma i producto de las raices: factores binomios de la ecuacion.

15. Eliminacion entre dos ecuaciones de segundo grado.

16. Ecuaciones trinomias, resolubles por la fórmula de las del segundo grado: ecuacion bicuadrada: máximos i mínimos.

17. Teoría de las ecuaciones binomias: raices de la unidad.

18. Fracciones continuas, i conversion de un radical del segundo grado en fraccion continua.

19. Teoría de las razones i proporciones, por diferencia i por cuociente.

20. Regla de tres directa e inversa: simple i compuesta: regla de compañía.

21. Progresiones aritmética i jeométrica; sus propiedades, fórmulas i cuestiones jenerales; suma de la progresion jeométrica decreciente: números figurados.

22. Análisis indeterminado del primer grado, en las cuestiones que conducen a una ecuacion con dos variables: lei de formacion de las progresiones de los valores correlativos de las variables; resolucion con valores enteros i positivos: resolucion por medio de las fracciones continuas.

23. Teoría jeneral de la formacion o composicion de las ecuaciones:

sus divisores o factores de diferentes grados: los coeficientes en funcion de las raices: qué significan la falta del segundo término, la igualdad i la alternabilidad de signos: cómo entran las raices imajinarias i las irracionales; caractéres que indican la existencia de raices reales o de raices imajinarias. Regla de los signos de Descartes.

24. Trasformacion de las ecuaciones. Pasar de una ecuacion a otra del mismo grado cuyas raices sean las de la primitiva, aumentadas o disminuidas en cierta cantidad; pasar de una ecuacion a otra cuyas raices sean múltiplas o submúltiplas de las de la primitiva; pasar de una ecuacion a otra cuyas raices sean los cuadrados de las raices de la primitiva; pasar de una ecuacion a otra que carezca del segundo término o de otro término cualquiera.

25. Teoría de las ecuaciones recíprocas.

26. Método de los coeficientes indeterminados. Aplicacion a los desenvolvimientos en serie, i a la descomposicion de una fraccion en suma o resta de fracciones.

27. Fórmula del binomio de Newton para exponente o fraccionario o negativo, demostrada por el método de los coeficientes indeterminados.

28. Teorema exponencial, deducido por el mismo método.

29. Derivaciones de funciones de una o mas variables, i desenvolvimiento de las mismas por las potencias de los incrementos de las variables: derivada de un producto.

30. Ecuaciones de tercero i cuarto grado.

31. Resolucion de las ecuaciones numéricas de todos los grados: clafisicacion de las raices: sus límites: teoría de las raices iguales.

32. Raices comensurables, enteras o fraccionarias.

33. Raices incomensurables: métodos de Newton i de Lagrange.

34. Eliminacion en jeneral entre dos ecuaciones: fracciones simétricas de las raices de las ecuaciones.

35. Raices imajinarias: teoremas de Sturm i de Budan.

36. Teoría aljebraica de los logaritmos: su aplicacion a la resolucion de las ecuaciones exponenciales.

37. Uso de los logaritmos para los cálculos aritméticos: formacion i uso de las tablas logarítmicas de los números naturales: pasar de un sistema de logaritmos a otro de base diferente: series logarítmicas.

38. Reglas de aligacion, de interes simple i compuesto, de descuento, de anualidad i de falsa posicion.

JEOMETRÍA PLANA.

1. Preliminares de la jeometría i teoría aljebraica de las desigualdades.
2. Medicion i comparacion de las líneas rectas i de los ángulos.
3. Teoría de las perpendiculares i oblicuas.

4. Teoría de las paralelas.
5. Principales propiedades de los triángulos.
6. Cuadrilátero i sus diferentes especies.
7. Polígonos convejcs.
8. Teoremas sobre los triángulos, cuadriláteros i polígonos en jeneral.
9. Cuerdas, secantes i tanjentes.
10. Medida de los ángulos.
11. Propiedades de los polígonos inscrito i circunscrito a una circunferencia de círculo.
12. Polígonos regulares.
13. Círculos secantes, tanjentes, exteriores e interiores, unos a otros.
14. Resolucion de problemas por medio del análisis i la síntesis.
15. Sobre una recta dada de lonjitud trazar un arco de círculo capaz de contener un ángulo dado.
16. Dados de un triángulo un lado, el ángulo opuesto i la suma o diferencia de los otros dos lados, construir el triángulo.
17. Trazar una tanjente comun a dos círculos dados.
18. Dados en un plano dos círculos, trazar una trasversal cuyas partes comprendidas en lo interior de dichas circunferencias sean iguales a una línea dada.
19. Describir un círculo tanjente a tres rectas dadas de posicion en un plano.
20. Trazar una circunferencia que toque a una recta dada en un punto dado, i que pase por otro punto situado fuera de la recta.
21. Describir un círculo que toque a una recta dada i a una circunferencia tambien dada, conociendo el punto de contacto con la recta.
22. Describir un círculo que toque a una recta dada i a una circunferencia tambien dada, conocieudo el punto de contacto con esta.
23. Describir un círculo que toque en un punto dado a una circunferencia dada i que pase por otro punto tambien dado.
24. Describir un círculo de un radio dado que toque a una recta dada i a una circunferencia tambien dada.
25. Describir un círculo de un radio dado que toque a dos circunferencias dadas.
26. Hallar el triángulo máximo que puede ser inscrito en un círculo dado.
27. Hallar el cuadrado mínimo inscrito en otro cuadrado dado.
28. Líneas proporcionales.
29. Caractéres i propiedades de las figuras semejantes.
30. Teorema sobre las líneas proporcionales. Propiedades de los triángulos rectángulos i oblicuángulos.
31. Determinacion de las áreas.

32. Comparacion de las áreas.

33. Líneas proporcionales consideradas en el círculo.

34. Valuacion de los lados i áreas de los polígonos regulares.

35. Medida del círculo bajo el doble aspecto de su extension lineal i de su extension superficial.

36. Determinacion de las áreas circulares—Observaciones sobre las líneas quebradas regulares.

37. Relacion de la circunferencia al diámetro—Consecuencias relativas a la medida de los ángulos.

38. Construccion de las líneas proporcionales.

39. Dividir una línea dada en media i extrema razon.

40. Dados en un plano dos puntos, hallar otro punto cuyas distancias a los dos primeros estén en una razon dada $m : n$.

41. Dada de posicion una recta indefinida, i dos puntos, describir una circunferencia que pasando por estos dos puntos, sea tanjente a la recta dada.

42. Problemas sobre las áreas— Trasformar un polígono en otro que tenga un lado ménos, i por consiguiente en un triángulo.

43. Trasformar un polígono cualquiera en un cuadrado.

44. Sobre una recta dada de lonjitud, construir un polígono semejante a un polígono dado.

45. Dados dos polígonos, construir uno tercero semejante al primero i tal que el segundo sea al tercero como $m : n$.

46. Dados dos polígonos semejantes, construir otro semejante a los dos primeros i equivalente a su suma o a su diferencia.

47. Dado un cuadrado g^2, hallar otro cuadrado x,^{2} que tenga con el primero la misma relacion que dos líneas dadas, m i n; es decir, que den la proporcion $m:n::a^2:x^2$.

48. Dado un polígono, construir otro polígono semejante al primero, i que guarde con este la razon de $m : n$.

49. Construir un rectángulo equivalente a un cuadrado dado, i tal que la suma o la diferencia de dos lados contiguos sea igual a una línea dada.

50. Dados en un plano dos puntos, hallar otro tal que la suma de los cuadrados de sus distancias a los otros dos sea igual a un cuadrado dado.

51. Dados dos puntos en un plano, hallar otro tal que la diferencia de los cuadrados de sus distancias a los otros dos sea igual a un cuadrado dado.

52. Superficie de un triángulo en funcion de sus tres lados.

53. Problemas numéricos—Cortándose dos cuerdas en el círculo, valiendo respectivamente 13 i 25 varas los dos segmentos de la una, i hallándose los dos de la otra en la razon de 4:7, se quiere saber el valor de esta última.

54. Se desea saber cuál es la lonjitud de los lados de un triángulo cuya área es de 24 varas i cuyos lados están entre sí como 3 : 4 : 5.

55. Se desea saber el número de rollos de papel que se necesitan para empapelar una sala rectangular de 15,76 varas de largo i 8,24 de ancho. Su altura es de 4,87 varas, pero el arteson tiene 0,37. Cada rollo de papel tiene 10 varas de largo, i 0,6 de anchura.

56. Calcular el área de un octógono regular cuyo lado tiene 0,25 varas de largo.

57. Dada el área de un círculo igual a $33^{v. c.}$,1830 hallar su radio.

58. Determinar el área de un segmento de círculo cuyo arco vale la mitad de un cuadrante, siendo el radio del círculo igual a 3,15 varas.

59. Suponiendo que el lado de un triángulo equilátero tenga 5,8 varas de largo, hallar las superficies de los círculos inscrito i circunscrito.

JEOMETRÍA DEL ESPACIO.

1. Rectas perpendiculares a un plano.
2. Ángulos diedros i su medida.
3. Planos perpendiculares entre sí.
4. Ángulos triedros i poliedros en jeneral.
5. Rectas i planos paralelos.
6. Igualdad de los ángulos triedros.
7. Poliedros convejos.
8. Igualdad de los poliedros.
9. Cilindro i cono. Desarrollo de su superficie en un plano.
10. Esfera i sus principales propiedades.
11. Triángulos i polígonos esféricos.
12. Camino mas corto sobre la esfera.
13. Poliedros inscriptibles i circunscriptibles. Poliedros regulares.
14. Semejanza de los poliedros.
15. Áreas i volúmenes de los poliedros.
16. Áreas i volúmenes del cilindro, del cono i de la esfera.
17. Comparacion del área i del volúmen de la esfera, con el área i volúmen del cilindro i del cono circunscritos.
18. Problemas numéricos sobre los poliedros. Conociendo las bases i la altura de un tronco de pirámide cualquiera de bases paralelas, calcular las alturas de la pirámide total i de la pirámide deficiente.
19. Se quiere medir un metro cúbico de leña por medio de cuatro reglas rectilíneas que forman un cuadrado de un metro de lado, cuyo plano está dispuesto verticalmente; los trozos o astillas en lugar de tener un metro de lonjitud, tienen 1, 2; se pregunta cuánto se debe disminuir la altura del paralelipípedo.
20. Dado el volúmen de un tetraedro regular, igual a $19^{m. c.}$, 683, hallar su arista i su área.

21. Se quiere saber cuál es el volúmen de un tronco de pirámide triangular regular cuya base mayor tiene de lado 0,9, la menor 0,4, i cuya arista lateral es igual a 0, 5.

22. Problemas sobre los cuerpos redondos. Se quiere saber cuál es el área de un triángulo esférico cuyos ángulos son respectivamente 85° 17', 103° 35', 67° 49', siendo el radio de la esfera igual a 1,^{m}54.

23. Dado el lado de un cono recto, igual a 25^{m}, 15, i su altura 17^{m}, 3, hallar su superficie lateral i su volúmen.

24. Valuar el volúmen de un cristal de forma lenticular cuyo diámetro es 0,^{m} 03 i su espesor 0.^{m} 004.

25. Un obelisco de piedra de sillería tiene la forma de una pirámide cuadrangular regular, sostenida por un prisma de base cuadrada que le sirve de pedestal; la base comun a la pirámide i al pedestal, tiene 1,^{m} 2 de lado; el apotema de la pirámide es a este lado :: 5 : $\sqrt{2}$; i la altura del pedestal es doble del mismo lado. Se quiere saber el peso total de la masa bajo el supuesto de ser 2,5 la densidad de la piedra.

26. Tenemos una pirámide exáedra regular de plata pura, cuyas dimensiones i peso no conocemos; pero sabemos: 1.° que su arista lateral es doble del lado de la base; 2.° que el peso específico de la plata es 10, 5; 3.° que si de la pirámide se hiciera moneda añadiéndole la cantidad necesaria de liga, se harian 6048 fr. Se quiere saber las dimensiones i peso de la pirámide.

27. Suponiendo la tierra perfectamente esférica, i sabiendo que el cuadrante del meridiano vale 10000000 de metros, se quiere determinar su radio, el área de su superficie, su volúmen i su peso, siendo segun Cavendisch, 4,5 la densidad media de la tierra.

28. Un físico sabe que una gota de agua de jabon que forma un cilindro de dos milímetros de radio i dos milímetros de altura, puede desenvolverse en una esfera de 54 milímetros de radio. Se quiere saber: 1.° cuál debe ser el espesor de la evoluta acuosa que forma esta esfera o bomba; 2.° cuántas partes visibles a simple vista contiene, suponiendo que una buena vista puede distinguir $\frac{1}{10}$ de milímetro; 3.° cuántas partes contendrá visibles por medio de un microscopio que aumente 20 veces las dimensiones lineales.

TRIGONOMETRÍA.

1. Principios jenerales de ámbas Trigonometrías: líneas trigonométricas: su relacion mutua i con el radio: sus alteraciones en valor i signo para cada cuadrante, i sus límites: senos naturales de los arcos de 18,° de 30,° de 45° i de 90.° (division sexajesimal.)

2. Deduccion de la fórmula del seno, coseno i tanjente de la suma i diferencia de dos arcos, del arco duplo, de la mitad del arco, i de cualesquiera arcos múltiplos i sub-múltiplos.

3. Demuéstrase que la suma de los senos de dos arcos es a la diferencia, como la tanjente de la semi-suma de los mismos arcos es a la tanjente de su semi-diferencia.

4. Tablas trigonométricas naturales: cálculo de los arcos: cálculo de las líneas trigonométricas partiendo de los senos naturales conocidos i empleando las fórmulas deducidas: cálculo directo de las mismas para una serie de arcos en progresion por diferencia.

5. Tablas logarítmicas trigonométricas, su formacion i uso.

6. Proporcionalidad de los lados de un triángulo rectilíneo con los senos de los ángulos opuestos.

7. Principios i procedimientos para la resolucion de los triángulos rectilíneos rectángulos.

8. Demuéstrase: que en todo triángulo rectilíneo la suma de dos lados es a la diferencia, como la tanjente de la semi-suma de los ángulos opuestos es á la tanjente de su semi-diferencia.

9. Valor del coseno de un ángulo en funcion de los tres lados de un triángulo.

10. Demuéstrase: que si del vértice de uno de los ángulos de un triángulo rectilíneo se baja una perpendicular sobre el lado opuesto, este lado será a la suma de los otros dos, como la diferencia de los mismos a la diferencia de los segmentos del primero.

11. Resolucion de los triángulos rectilíneos oblicuángulos.

12. Aplicacion de la Trigonometría rectilínea a la resolucion de las siguientes cuestiones.

1.ª Reducir al plano horizontal una recta finita inclinada.

13. 2.ª Determinar la proyeccion de un punto sobre el plano horizontal que pasa por dos puntos determinados.

14. 3.ª Situar un punto por los ángulos que en él forman las rectas dirijidas a tres puntos determinados.

15. 4.ª Calcular el área de un triángulo en funcion de sus tres lados, o de dos lados i el ángulo comprendido, o de un lado i los dos ángulos adyacentes.

16. 5.ª Calcular el área de un cuadrilátero en funcion de sus dos diagonales i del ángulo que ellas forman.

17. 6.ª Dados los tres lados de un triángulo, hallar el radio del círculo circunscrito.

18. 7.ª Dados el lado i el ángulo al centro de un polígono regular, computar su área.

19. 8.ª Area de la proyeccion de un triángulo sobre un plano.

20. Principios jenerales de la trigonometría esférica: triedro suplementario: triángulos polares.

21. Ecuaciones de relacion entre cada ángulo i los tres lados del

triángulo, i entre cada lado i los tres ángulos: deduccion de otras fórmulas jenerales.

22. Proporcionalidad de los senos de los lados de un triángulo esférico con los senos de los ángulos opuestos.

23. Principios especiales, i procedimiento para la resolucion de los triángulos esféricos rectángulos.

24. Principios especiales, i procedimiento para la resolucion de los triángulos esféricos oblicuángulos.

25. Analojías de Néper.

26. Aplicacion de la trigonometría esférica a la resolucion de las cuestiones siguientes:

1.ª Reducir al plano horizontal un ángulo inclinado, conocidos los ángulos que sus lados forman con la vertical.

27. 2.ª Dadas las lonjitudes i latitudes de dos puntos del globo terrestre, computar el arco de su mas corta distancia.

28. Expresion del área de un triángulo esférico.

El Profesor,
LUIS LLÉRAS.

SEGUNDO CURSO.

JEOMETRÍA PRÁCTICA.

1. Objeto de la agrimensura.

Dentro de qué límites puede considerarse la tierra como plana, sin error sensible, para el efecto de medir su superficie.

Cuándo es preciso hacer uso de la trigonometría rectilínea i cuándo de la esférica.—Definicion de las líneas i ángulos horizontales, verticales i oblicuos; de los planos horizontales i verticales; de la distancia horizontal entre dos puntos, o sea la proyeccion horizontal de una línea.—Angulos de elevacion i depresion.

2. Medicion material de las líneas rectas sobre la superficie.—Consideraciones para obtener una línea recta horizontal.—Instrumentos para medir distancias: cadena, piquete, percha, modo de usarlas.—La estadia —Medidas aproximativas con pasos, con un reló, por medio del movimiento uniforme.

3. Cómo se considera proyectado sobre un plano un terreno que se quiere medir. En qué se funda el principio de medir la proyeccion horizontal. En qué figuras se considera dividida la superficie para facilitar su medicion.—Unidad de medida: varía segun la extension. Unidades colombianas usuales i oficiales: modo de reducir la una a la otra.

4. Instrumentos para medir ángulos: su mecanismo en jeneral.—Cuarto de círculo; recipiángulo; grafómetro; círculo repetidor: su teoría especial.

5. Instrumentos que dan reducidos los ángulos al plano horizontal:

su mecanismo. Círculo jeodésico repetidor; cartabon o escuadra de agrimensor; brújula; teodolito. Descripcion i uso de estos instrumentos. Teoría i práctica del nonis o vernier.

6. Instrumentos de reflexion para medir ángulos: su teoría—Descripcion, uso i correccion del sextante, del octante, de la brújula prismática i de la de reflexion.

7. Instrumentos que sirven para medir ángulos verticales u oblicuos. Aplicacion al modo de medir distancias i alturas accesibles e inaccesibles.

8. La plancheta: su descripcion.—Instrumentos accesorios de la plancheta.

9. Operaciones sobre el terreno verificadas con cuerdas i piquetes.—Trazado de perpendiculares i de paralelas. Construccion sobre el terreno de un ángulo dado sobre el papel i viceversa. Medicion de distancias inaccesibles en parte o totalmente.—Prolongacion de una recta mas allá de un obstáculo intermedio.—Medicion de alturas con los mismos instrumentos.—Medida de alturas por la sombra de los objetos.

10. Plano o mapa de un terreno.—Planos topográficos, corográficos, hidrográficos, orográficos.—Cróquis.—Principios jenerales que se deben observar para el levantamiento de un plano.—Reconocimiento del terreno; eleccion de la base de operaciones; fijacion de los puntos notables; condiciones favorables de los triángulos i de los ángulos; colocacion del instrumento en el punto preciso; operaciones comprobatorias; apuntamientos metódicos; puntos que deben fijarse trigonométricamente. Triangulaciones: condiciones especiales. Pormenores del plano: su determinacion.

11. Trazado de los meridianos magnético i verdadero por varios métodos. Orientar un plano trazado sobre la plancheta con respecto a una base, al terreno i a los puntos cardinales.

12. Cálculos para determinar con qué aproximacion deben medirse los ángulos i los lados de una figura a fin de obtener un resultado que en la práctica dé errores despreciables al trazar el plano.—Cálculo para reducir el vértice de un ángulo a su verdadera posicion cuando por alguna circunstancia no ha podido hacerse estacion en el sitio preciso sino en alguno mui próximo.

13. Trabajos con plancheta por interseccion de visuales o desde un punto central. Operaciones recorriendo el contorno del terreno. Trabajos a dos planchetas.—Operaciones con la brújula: apuntamientos que deben formarse.—Trazado en el plano de un punto importante olvidado desde el cual son visibles otros tres ya fijados. Métodos jeométrico i trigonométrico.

14. Figura de la tierra.—Círculos máximos—Meridianos i paralelos. Eje de la tierra. Diámetro. Relacion del eje al diámetro. Lonjitud del radio medio de la tierra. Horizonte real i horizonte racional. Cuáles son los puntos mas bajos de la superficie del globo.

15. Qué cosa es nivelar.—Puntos a nivel aparente i a nivel verdadero Cálculo de la diferencia entre el nivel aparente i el verdadero de un punto comparado con otro. Fórmula de la diferencia: cómo se podrian formar tablas. Refraccion de la luz: modo de correjir los errores que causa en la medicion de alturas.—Nivelacion sobre el terreno. Descripcion i uso de los niveles de perpendículo, de aire i de agua. Nivel de Chézy—Mira para nivelaciones.—Niveladas simple i doble: cuál ofrece mayores ventajas. Operaciones de nivelacion: cuadro de los cálculos. Trazado del perfil de la nivelacion.

16. Ademas del plano, puede darse idea de un terreno por medio de perfiles.—Sistema para representar las curvaturas del suelo sobre el papel, por medio de planos secantes horizontales. Operaciones que serian necesarias para este trabajo.—Recíprocamente, dado el sistema de curvas que representan las undulaciones del suelo, figurar estas en papel.

17. Sondas fluviales i marítimas. Determinacion del perfil de un rio i de la línea de su cauce. Números que representan las sondas. Arrecifes, bancos de arena, líneas de flujo i reflujo, puntos de anclaje, corrientes, &.ª

18. Representacion jeométrica de un objeto material.—Aplicacion para los planos, perfiles i vistas jeométricas de los edificios.

19. Reconocimientos militares.—Medida de distancias.—Medida de ángulos horizontales i verticales.—Nivelacion.

20. Operaciones especiales de agrimensura.—Hallar las áreas de figuras triangulares, rectangulares, trapezoidales, cuadradas, paralelográmicas, circulares, elípticas &.ª Aplicacion del teorema de Thomas Simpson para buscar las áreas de figuras irregulares. Fijacion sobre el terreno de una área dada.—Division de los terrenos en partes que llenen ciertas condiciones.—Avalúo.—Deslinde.

21. Diseño sobre el papel.—Regla, escuadra. Compases recto, curvo, de vara, de proporcion para líneas i superficies. Trazado de las escalas: escala diagonal de partes iguales.—Trasportador.—Trazado de un ángulo por medio de los senos naturales i de la escala de cuerdas. Determinacion de puntos; trazado de perpendiculares i de paralelas.—Nociones jenerales de dibujo de planos; representacion de los objetos materiales del suelo: tintas convencionales: reglas para el trazado de las líneas. Escritura de los planos. Adornos relativos a la superficie de que se trata.—Copias de planos o delineaciones, iguales, reducidas o aumentadas.—Pantógrafo. Idea jeneral de las escalas que pueden adoptarse, segun la extension del terreno.

JEOMETRIA ANALÍTICA.

NOCIONES JENERALES.

1. Principios jenerales de Jeometría analítica, o sea, aplicacion del Áljebra a la Jeometría.

2. Cuestiones determinadas: 1.º Cortado un tetraedro por un plano cualquiera, hallar el volúmen del tronco; 2.º Inscribir en un triángulo un rectángulo equivalente a un cuadrado; 3.º En un triángulo equilátero determinar un punto tal que la suma de las perpendiculares bajadas de él sobre los tres lados, sea igual a la altura del triángulo; 4.º Determinar el radio de tres círculos iguales, tanjentes interiormente a un círculo dado i tanjentes entre sí.

PARTE PRIMERA.

JEOMETRÍA DEL PLANO.

3. Construccion jeométrica de las expresiones aljebraicas. Casos particulares de los monomios o polinomios; de las expresiones radicales. Líneas trigonométricas.

4. Cómo deben entenderse los signos positivos i negativos en la Jeometría. Teoría de Carnot. Aplicacion a algunas cuestiones para poner en evidencia esta teoría.

5. Representacion de los puntos jeométricos por ecuaciones. Uso del sistema coordenado rectilíneo i polar. Ecuaciones del punto medio de una recta.

6. Representacion de las líneas por ecuaciones: las líneas son lugares jeométricos de las ecuaciones i viceversa. Método jeneral para construir una línea por su ecuacion. Casos particulares de las curvas llamadas Cisoide de Diócles, Folium de Descartes i Curva Logarítmica. Construccion de la Cisoide por movimiento continuo. Intersecciones de una línea con los ejes coordenados, o con otra línea cualquiera.

7. Dada la línea, buscar su ecuacion: principios jenerales. Aplicaciones. Clasificacion de las líneas por el grado de la ecuacion.

8. Qué representa la ecuacion de primer grado entre dos variables. Resuelta en una de ellas, asignar las funciones del coeficiente de la otra i del término independiente. Ecuacion de una recta sujeta a pasar por uno o por dos puntos. Modo de determinar el punto de interseccion de dos rectas. Ecuacion de una recta paralela a otra que pase por un punto dado.

9. Líneas trigonométricas de los ángulos que forma una recta con sus ejes coordenados. Ángulos de dos rectas dadas por sus ecuaciones. Ecuaciones de dos rectas perpendiculares entre sí. Hacer pasar por un punto dado una recta que forme con otra un ángulo dado. Hallar aljebraicamente la distancia de un punto a una recta. Hallar la ecuacion de la bisectriz del ángulo de dos rectas.

10. La línea recta referida al sistema polar. Su ecuacion. Construccion de la línea, dada la ecuacion. Hallar la ecuacion de las rectas que pasan por un punto i la de la que pasa por dos. Interseccion de dos rectas: condicion de paralelismo. Construir el ángulo que la recta forma con el

eje polar o con otra recta: ecuacion de las perpendiculares. Determinacion de la distancia de un punto a una recta.

11. Hallar la ecuacion del círculo. Condicion para que la ecuacion de 2.° grado entre dos variables represente círculo. Ecuaciones modificadas segun la posicion del centro con relacion a los ejes coordenados. Muchas propiedades demostradas en la jeometría elemental se deducen de la ecuacion del círculo. Tanjentes al círculo.

12. Trasformacion de un sistema a otro sistema de ejes coordenados, rectilíneos i polares. La trasformacion no cambia el grado de la ecuacion.

13. Teoría de los centros de las curvas. Definicion del centro. Modo de determinarlo. Dada la ecuacion de la curva, se pueden establecer las relaciones entre los coeficientes para que haya centro.

14. Definicion del diámetro de una curva. Determinacion de la línea diametral. Diámetros conjugados.

15. Tanjentes. Dada la ecuacion de una curva hallar la de una tanjente que pase por determinado punto, i construirla. Método particular para las curvas de 2.° grado. Subtanjente. Tanjentes comunes a dos curvas. Curvas tanjentes a otras curvas. Uso de la tanjente trigonométrica del ángulo que una tanjente jeométrica forma con uno de los ejes coordenados para examinar la curvatura de una curva. Concavidad, convexidad, límites, puntos múltiplos i puntos de inflexion de las curvas.

16. Normales i subnormales. Sus ecuaciones. Asíntotas: definicion. Modo de determinarlas. Curvas asintóticas una de otra. Las asíntotas en el sistema polar.

17. Discusion jeneral de la ecuacion de 2.° grado entre dos variables. Clases de curvas que representa. Intersecciones con los ejes coordenados. A cuantas condiciones debe satisfacer la curva para que sea determinada. Exámen de las asíntotas de las curvas de 2.° grado. Reduccion de las ecuaciones de las curvas de 2.° grado a la forma mas sencilla, esto es, la elipse i la hipérbola al centro i a sus ejes i la parábola al eje i al parámetro.

18. Discusion particular de la elipse. Sus varias construcciones. Los cuadrados de las ordenadas son proporcionales a los segmentos del diámetro. La elipse referida al parámetro. Determinacion de los focos. Directrices. Determinacion de la ecuacion de la elipse por la propiedad de que la suma de las distancias de un punto cualquiera a dos puntos fijos, sea igual a una magnitud dada. Otra determinacion por la propiedad de que las distancias de cualquiera de sus puntos a una recta i a un punto estén en una relacion constante. Tanjentes a la elipse determinadas por los radios vectores, trazadas desde un punto de la curva o fuera de ella. Lugar jeométrico de los pies de las perpendiculares bajadas de los focos sobre las tanjentes; valor de la ordenada focal. Tanjentes paralelas a una recta dada o que formen entre sí un ángulo dado. Normales i subnormales. Diá-

metros conjugados i diámetros iguales de la elipse. Magnitud i posicion de cualesquiera diámetros conjugados. Propiedades de los paralelógramos conjugados. Máximo i mínimo ángulos de los diámetros conjugados. Cuerdas suplementarias. Ecuacion de la elipse referida a cualesquiera diámetros inclusive los iguales. Ecuacion polar de la elipse. Su cuadratura aproximada.

19. Discusion particular de la hipérbola. Diversas construcciones gráficas. Los cuadrados de las ordenadas son proporcionales con las distancias del pié de estas a los vértices de la hipérbola. Esta referida a uno de los vértices, en funcion del parámetro. Determinacion de los focos i propiedades de las directrices. Ecuacion de la hipérbola deducida de la propiedad de que la diferencia de las distancias de uno de sus puntos a los dos focos sea igual a una magnitud dada. Ecuacion deducida de la propiedad de que las distancias de cualquiera de sus puntos al foco i a la directriz estén en una relacion constante. Uso de los focos para trazar tanjentes a la hipérbola. Ordenada focal. Normales, subnormales i subtanjentes. Hipérbolas conjugadas. Diámetros conjugados. Magnitud i posicion de cualesquiera diámetros conjugados. Asíntotas. Paralelógramos conjugados. Cuerdas suplementarias. La hipérbola referida a cualesquiera diámetros conjugados. Propiedades referentes a las asíntotas. La hipérbola referida a las asíntotas. Potencia de la hipérbola. Ecuacion polar. Cuadratura aproximada. Oríjen de los logaritmos hiperbólicos.

20. Discusion completa de la parábola. Diversas construcciones gráficas. Los cuadrados de las ordenadas son proporcionales a las abscisas correspondientes. Determinacion del foco i de la directriz. Ecuacion de la parábola deducida de la propiedad de que todos sus puntos están a igual distancia del foco i de la directriz. Uso del foco i de la directriz para tirar tanjentes a la parábola. Tanjentes trazadas por procedimientos analíticos. Subtanjente, normal i subnormal. Diámetros de la parábola. Ordenada focal. Ecuacion polar. La parábola es cuadrable.

21. Dado un arco de una curva de 2.° grado, determinar la clase de curva a que pertenece. Semejanza de curvas. Relacion de semejanza. Centros homólogos de semejanza. Averiguacion de las condiciones de semejanza, dadas las ecuaciones. Los círculos son todos semejantes, así como las parábolas. Condiciones de semejanza de las elipses i de las hipérbolas.

22. Secciones cónicas—Su identidad con las curvas de 2.° grado. Exámen de los casos particulares en que las secciones cónicas sean círculos. Secciones cilíndricas: son caso particular de las secciones cónicas. Caso en que las secciones cilíndricas son círculos.

23. Aplicacion de las construcciones jeométricas a la investigacion de las raices aljebraicas del 2.° grado en adelante. Corroboracion de algunos principios de la teoría jeneral de las ecuaciones.

24. Algunos problemas famosos entre los antiguos, resueltos por la Jeometría analítica: 1.º Intercalacion de dos medios jeométricos proporcionales entre dos magnitudes dadas; 2.º Triseccion de un ángulo; 3.º Duplicacion del cubo.

PARTE SEGUNDA.

JEOMETRÍA DEL ESPACIO.

25. Representacion de los puntos, líneas i superficies en el espacio—Exámen analítico de una, dos i tres ecuaciones con una, dos i tres variables—Curvas planas i de doble curvatura—Hallar la expresion de las coordenadas del punto intermedio de dos puntos dados—Hallar la expresion de la distancia entre dos puntos. Explicacion del sistema de las coordenadas polares.

26. Ecuaciones de la línea recta en jeneral. Ecuaciones de las que pasan por un punto dado i de la determinada por dos puntos. Expresion del ángulo de dos rectas dadas por sus ecuaciones. Condiciones de paralelismo i de perpendicularidad de dos rectas. Fórmula para hallar la distancia de un punto a una recta. Ecuacion del plano. Sus trazas en los de proyeccion.

27. Problemas relativos al plano i a la línea recta: 1.º Ecuacion de los planos que pasan por tres puntos; 2.º Ecuacion del plano determinado por tres puntos; 3.º Interseccion de una recta i un plano: condicion de paralelismo: condicion para que la recta esté situada en el plano; 4.º Ecuacion de los planos que pasan por una recta dada; 5.º El mismo problema, dando ademas un punto fijo fuera de la recta; 6.º Ecuacion del plano que pasa por una recta i es paralelo a otra; 7.º Ecuacion del plano determinado por dos rectas paralelas; 8.º Ecuaciones jenerales de dos planos paralelos; 9.º Planos perpendiculares a una recta: caso en que debe pasar por un punto; 10.º Rectas perpendiculares a un plano: determinar una perpendicular que pase por un punto; 11. Distancia de un punto a un plano; 12. Hallar el ángulo de una recta i un plano; 13. Ángulo de dos planos: condicion de perpendicularidad; 14. Ángulos de un plano con los de proyeccion: condicion constante a que satisfacen; 15. Interseccion de dos planos; 16. Por una recta hacer pasar un plano perpendicular a otro; 17. Determinar en magnitud i posicion la recta que mide la mínima distancia entre otras dos situadas en el espacio.

28. Trasformacion de coordenados: 1.º Pasar a ejes paralelos mudando el oríjen; 2.º Pasar de un sistema rectangular a uno oblicuo; 3.º Pasar de un sistema rectangular a otro de la misma especie. Fórmulas para determinar la ecuacion de la seccion hecha por un plano en una superficie, en el mismo plano secante; 4.º Pasar del sistema rectilíneo rectangular al polar i viceversa.

29. Superficies curvas. Ecuacion de la esfera. La interseccion de una esfera con un plano es un círculo—Interseccion de dos esferas—Ecuacion

del plano tanjente—Dos modos de determinar las ecuaciones de las superficies cónicas, cilíndricas i de revolucion—Aplicaciones diversas—Ecuacion del toro o superficie anular: ecuacion del hiperboloide de revolucion de una hoja.

30. Teoría jeneral de los planos tanjentes a las superficies curvas, de las normales i planos normales. Teoría jeneral de las tanjentes a las líneas curvas de doble curvatura. Dadas las ecuaciones de una curva de doble curvatura, determinar el lugar jeométrico de las posiciones de sus tanjentes—Superficies desarrollables: arista de retroceso.

31. Teoría jeneral de los centros, de los diámetros i de los planos diametrales de las superficies—Caractéres que presenta una ecuacion cuando el centro está en el oríjen de las coordenadas—Modo de determinar el centro cuando le hai, i no está en el oríjen—Carácter de las superficies sin centro, deducido de la relacion entre sus coeficientes. Casos particulares en que hai eje central o plano central—Superficie diametral: planos diametrales principales u oblicuos—Planos diametrales conjugados—Modo de determinar la superficie diametral: aplicacion a la ecuacion jeneral del 2.º grado entre tres variables—Investigacion de los planos diametrales principales de las superficies en jeneral representadas por la ecuacion jeneral de 2.º grado entre tres variables—Reduccion de la ecuacion jeneral de 2.º grado entre tres variables a sus mas sencillas formas—Ecuaciones especiales de las superficies con centro i de las sin centro.

32. Análisis de las superficies determinadas por las ecuaciones de que se acaba de tratar. Superficies con centro—Elipsoide: sus tres ejes—Interseccion con los planos coordenados i con un plano cualquiera—Planos tanjentes al elipsoide: son paralelos al plano diametral conjugado del diametro que pasa por el punto de contacto. Si diversos conos tanjentes al elipsoide tienen sus vértices en un mismo plano, los planos de las curvas de contacto se cortan en un mismo punto del diámetro conjugado del plano diametral paralelo—Si los vértices están en una misma recta, los planos de las curvas de contacto se cortarán en la cuerda de union de los puntos de contacto de los dos planos tanjentes que pueden hacerse pasar por la misma recta.

33. Teorema de Monge. Si tres planos que forman un ángulo triedro trirectángulo, se mueven conservándose siempre tanjentes a un elipsoide, el vértice del ángulo describirá una esfera concéntrica con la superficie i cuyo radio es la diagonal del paralelepípedo de los semiejes—Investigacion de las secciones circulares del elipsoide. Interseccion de un elipsoide con una esfera: dos círculos cualesquiera de los dos sistemas en que puede haber secciones circulares en el elipsoide, pertenecen a una esfera cuyo centro es el punto de concurso de las perpendiculares, bisectrices de sus diámetros, situado en el plano de los ejes mayor i menor—En el elipsoide,

la suma de los cuadrados de tres diámetros conjugados cualesquiera es igual a la de los cuadrados de los tres ejes; i el paralelepípedo construido sobre los diámetros conjugados es equivalente al de los ejes.

34. Hiperboloide de una hoja. Secciones principales. Semiejes. Secciones hechas por planos paralelos a los de proyeccion i por planos cualesquiera. Elipse del cuello. Investigacion de las secciones circulares del hiperboloide—Cono asintótico. Planos tanjentes al hiperboloide: son paralelos al plano diametral conjugado del diámetro que pasa por el punto de contacto—Es superficie gaucha. Por cualquier punto de su superficie pueden pasar dos rectas íntegramente contenidas en la misma superficie—La superficie puede ser enjendrada de dos maneras diferentes por el movimiento de una recta—Ninguna jeneratriz corta a otra del mismo sistema, i cualquiera de las del un sistema a todas las del otro sucesivamente, encontrando una en cada uno de sus puntos. Modificacion del teorema de Monge para el hiperboloide.

35. Hiperboloide de dos hojas.—Secciones principales. Semiejes. Secciones paralelas a los planos de proyeccion i los hechos por un plano cualquiera. Investigacion de las secciones circulares de esta superficie.—Cono asintótico.—Plano tanjente. Teorema de Monge para el hiperboloide de dos hojas.

36. Superficie sin centro.—Paraboloide elíptico—Secciones con los ejes i con los planos de proyeccion. El paraboloide en funcion de sus parámetros principales. Secciones paralelas a los planos de proyeccion. Secciones hechas por cualquier plano.—Investigacion de las secciones circulares. Ecuacion del plano tanjente. Teorema de Monge aplicado al paraboloide elíptico.

37. Paraboloide hiperbólico.—Secciones con los ejes i con los planos de proyeccion.—El paraboloide hiperbólico en funcion de sus parámetros. —Secciones paralelas a los planos de proyeccion.—Seccion hecha por cualquier plano.—No hai secciones circulares.—No es aplicable el teorema de Monge.—Secciones rectilíneas de esta superficie.—Puede ser enjendrada de dos maneras diferentes por el movimiento de una recta.—Las jeneratrices de un mismo sistema no se cortan: las de sistemas diferentes se cortan siempre. Puede enjendrarse por el movimiento de una recta que se desliza sobre dos no situadas en el mismo plano, permaneciendo paralela a un plano director.—Ecuacion del plano tanjente: las intersecciones de este con la superficie son dos rectas que pertenecen a los dos sistemas de jeneratrices.

JEOMETRÍA DESCRIPTIVA.

PARTE PRIMERA.

LA LÍNEA RECTA I EL PLANO.

Objeto de la Jeometría descriptiva.—Qué se llama proyeccion de un punto i de una línea.—Planos i cilindros proyectantes.—Planos de proyeccion.—Modo de determinar las proyecciones.—Un punto está determinado cuando se conocen sus proyecciones sobre dos planos que se cortan. Condicion para que dos puntos situados en dos planos que se cortan sean proyecciones de un punto.—Una recta está determinada cuando se conocen sus proyecciones sobre dos planos que se cortan; i en jeneral, las proyecciones de una curva cualquiera sobre dos planos que se cortan, determinan la curva.—Modo de determinar un plano.—Rebatimiento de los dos planos de proyeccion uno sobre otro. Posicion que toman despues del rebatimiento las proyecciones de un punto. Plano horizontal; plano vertical; línea de tierra.—Líneas horizontales i verticales i líneas paralelas al plano vertical. Proyecciones de un punto i de una línea situados en uno de los planos de proyeccion. Proyeccion de una línea recta paralela o perpendicular a uno de los de proyeccion.—Trazas de los planos perpendiculares o paralelos a uno de los de proyeccion.—Proyecciones ortogonales, oblicuas i perspectivas. Notacion i signos convencionales para la mejor intelijencia de las figuras.

PROBLEMAS DE LA LÍNEA RECTA I EL PLANO.

1. Dadas las proyecciones de una recta, buscar sus trazas en los planos de proyeccion.

2. Dadas las trazas de dos planos, construir las proyecciones de su interseccion.

3. Hallar la interseccion de una recta con un plano.

4. Dada una de las proyecciones de un punto situado en un plano, hallar la otra proyeccion.

5. Determinar la comun interseccion de tres planos.

6. Dada una proyeccion de una recta situada en un plano, hallar la otra proyeccion.

7. Determinar las proyecciones de la recta que une dos puntos del espacio i hallar la verdadera magnitud de la distancia.

8. Por un punto del espacio, tirar una paralela a una recta dada.

9. Por un punto dado hacer pasar un plano paralelo a un plano dado.

10. Hacer pasar un plano por dos rectas que se cortan, o por dos paralelas, o por tres puntos o por una recta i un punto.

11. Por una recta dada hacer pasar un plano paralelo a una recta dada.

12. Por un punto dado trazar un plano paralelo a dos rectas.

13. Hallar una recta que pase por un punto i que encuentre a dos rectas dadas.

14. Hallar una recta que encuentre a dos rectas dadas i sea paralela a un plano dado.

15. Por un punto dado trazar una perpendicular a un plano i determinar el pié i la verdadera magnitud de la perpendicular.

16. Por un punto dado trazar un plano i una recta perpendiculares a una recta dada.

17. Por una recta hacer pasar un plano perpendicular a otro plano.

18. Construir los ángulos que una recta forma con los planos de proyeccion.

19. Construir los ángulos que un plano forma con los de proyeccion i el ángulo de sus trazas.

20. Construir el ángulo que forman dos rectas en el espacio, cortándose o cruzándose.

21. Dividir por mitad el ángulo de dos rectas.

22. Construir el ángulo de una recta i un plano.

23. Construir el ángulo de dos planos.

24. Dividir por mitad el ángulo de dos planos.

25. Dividir por mitad el ángulo que forma un plano con cada uno de los de proyeccion.

26. Dado un plano por sus trazas, rebatirlo sobre uno de los de proyeccion.

27. Dada una proyeccion de un punto situado en un plano dado, hallar su posicion cuando el plano se rebate sobre uno de los de proyeccion.

28. Dado un punto en un plano rebatido sobre uno de los de proyeccion, buscar sus proyecciones cuando el plano vuelve a su primitiva posicion.

29. Dada una proyeccion de una recta, situada en un plano, buscar su posicion cuando se rebate el plano sobre uno de los de proyeccion.

30. Dada una recta en un plano rebatido, determinar sus proyecciones cuando el plano vuelve a su primitiva posicion.

31. Dada una proyeccion del centro de un círculo situado en un plano i la lonjitud del radio, determinar las proyecciones del círculo, i las de cualquier polígono inscrito o circunscrito.

32. Dados tres puntos por sus proyecciones, hallar las del círculo que pasa por ellos, determinar su centro i la verdadera magnitud del radio.

33. Por un punto dado trazar una recta que haga con los planos de proyeccion ángulos dados.

34. Determinar un plano que pase por un punto dado i que haga con los planos de proyeccion ángulos dados.

35. Conociendo las trazas de un plano i la proyeccion horizontal de la diagonal de un cuadrado situado en el plano, construir las proyecciones del cuadrado.

36. Conocido el ángulo de dos rectas i los que ellas forman con la vertical, reducir dicho ángulo al plano horizontal.

37. Construir la mas corta distancia entre dos rectas.

38. Dado un punto hallar su proyeccion sobre un nuevo plano vertical, no variando el horizontal.

39. Dada una recta, hallar su proyeccion sobre un nuevo plano vertical, no variando el horizontal.

40. Dadas las trazas de un plano, hallar la traza en un nuevo plano vertical, sin variar el horizontal.

41. Hacer jirar un punto al rededor de un eje vertical i construir las nuevas proyecciones del punto.

42. Hacer jirar una recta al rededor de un eje vertical i construir las nuevas proyecciones de la recta.

43. Hacer jirar una recta al rededor de un eje vertical de manera que quede paralela al plano vertical.

44. Hallar sobre una recta dada un punto que esté a una distancia dada de un punto de esta recta.

45. Hallar sobre una perpendicular a un plano dado, un punto que esté a una distancia dada del plano.

46. Resolver gráficamente los seis casos del ángulo triedro.

47. Conociendo las proyecciones de las aristas de un ángulo triedro, construir las trazas de un plano que corte estas aristas a distancias dadas a partir del vértice.

48. Circunscribir una esfera a una pirámide triangular.

49. Inscribir una esfera en una pirámide triangular.

50. Trazar un plano paralelo a un plano dado i que esté distante de este una lonjitud dada.

PARTE SEGUNDA.

SUPERFICIES CURVAS I PLANOS TANJENTES.

Modo de determinar una superficie.—Jeneratriz, directriz, plano director.—Definicion del plano tanjente. El plano tanjente a una superficie contiene todas las tanjentes tiradas por el punto de contacto a todas las líneas que se pueden trazar por este punto sobre la superficie.—Sirve este principio para la determinacion de los planos tanjentes a las superficies.

Superficies desarrollables.—Cilindro, cono. Superficies desarrollables en jeneral. Arista de retroceso.—El plano tanjente a una superficie desarrollable contiene una jeneratriz entera i es tanjente en toda la extension de esa jeneratriz.

Superficies de revolucion.—Eje, planos meridianos, meridianos i paralelos. Superficie gaucha de revolucion.—En toda superficie de revolucion el plano tanjente es perpendicular al plano meridiano que pasa por el punto de contacto.

Superficies gauchas.—Son regladas como las desarrollables.—Definicion del hiperboloide de una hoja; del paraboloide hiperbólico o plano gaucho o alabeado; del cilindroide o cilindro gaucho i del conoide.

Teoremas. 1.° Las jeneratrices de la superficie gaucha de revolucion se proyectan sobre el plano de su cuello en tanjentes al cuello. 2.° Se pueden trazar por cada punto de la superficie, dos rectas que coincidan con la superficie en toda la extension de las primeras. 3.° El centro del círculo del cuello es al mismo tiempo el centro de la superficie. 4.° Dos jeneratrices de sistemas diferentes están siempre en un mismo plano; dos del mismo sistema jamas lo están. Tres de estas últimas, tomadas a voluntad, no pueden ser paralelas al mismo plano. 5.° Si por el centro de la superficie se tira una paralela a una jeneratriz i si ámbas jiran a un tiempo al rededor del eje sin dejar de ser paralelas, la primera describe un cono recto asintótico de la superficie gaucha descrita por la segunda. 6.° Cortando la superficie gaucha de revolucion por planos cualesquiera, las secciones pueden ser elípses, hipérbolas o parábolas—Caso particular en que el plano de la seccion pasa por el eje.—La construccion de los círculos comunes a dos superficies de revolucion que tienen el mismo eje, puede referirse al caso en que una de las dos superficies sea un cono.—Las secciones en el cono asintótico son de la misma especie que las de la superficie gaucha. 7.° El hiperboloide de una hoja puede enjendrarse de dos maneras diferentes por el movimiento de una recta. 8.° Con las tres directrices del hiperboloide de una hoja se puede construir un paralelepípedo cuyas tres aristas no paralelas estén situadas sobre estas directrices; i el centro del paralelepípedo lo es del hiperboloide. 9.° El paraboloide hiperbólico puede enjendrarse de dos maneras diferentes por el movimiento de una recta, o por una recta que se desliza sobre otras tres, permaneciendo paralela a un plano, o por rectas que forman al cortarse cierta proporcion. 10.° Si dos superficies gauchas tienen una jeneratriz comun i los mismos planos tanjentes en tres puntos de esa jeneratriz, convienen las dos superficies: es decir, que tienen el mismo plano tanjente en cualquiera otro punto de esa jeneratriz. Condiciones que son necesarias, en jeneral, para determinar el movimiento de una recta que describe una superficie gaucha. 11.ª Para construir un plano tanjente en un punto dado de una superficie gaucha cualquiera, se puede reemplazar esta superficie por otra superficie gaucha de directrices rectilíneas.

PROBLEMAS.

1. Conociendo la traza horizontal de un cilindro i la direccion de sus jeneratrices, hallar el plano tanjente en un punto dado sobre el cilindro.
2. Trazar un plano tanjente a un cilindro por un punto exterior.
3. Trazar un plano tanjente a un cilindro, paralelo a una recta dada.
4. Trazar un plano tanjente a un cono por un punto dado sobre su superficie.
5. El mismo problema, estando el punto dado fuera de la superficie.
6. El mismo problema, siendo el plano tanjente paralelo a una recta.
7. Dados el eje i un meridiano de un elipsoide de revolucion, trazar un plano tanjente a la superficie por un punto situado en ella.

8. El mismo problema verificándose el contacto en un paralelo dado, siendo el punto exterior.

9. El mismo problema verificándose el contacto en un meridiano dado, siendo el punto exterior.

10. Trazar un plano tanjente a una superficie de revolucion i que sea paralelo a un plano dado.

11. Trazar un plano tanjente a una superficie de revolucion, de modo que el contacto se verifique sobre un paralelo dado i el plano tanjente sea paralelo a una recta.

12. El mismo problema verificándose el contacto en un meridiano dado.

13. Hallar la curva de contacto de un elipsoide de revolucion con un cono circunscrito cuyo vértice se da.

14. Determinar la curva de contacto de un elipsoide de revolucion con un cilindro circunscrito cuyas jeneratrices son paralelas a una recta dada.

15. Por una recta dada hacer pasar planos tanjentes a una superficie de revolucion.

16. Por una recta dada hacer pasar un plano tanjente a una esfera.

17. Por un punto dado trazar un plano tanjente comun a dos esferas.

18. Hallar los planos tanjentes comunes a tres esferas.

19. Dados un cono o un cilindro, trazar a esta superficie un plano tanjente que haga un ángulo dado con el plano de la base.

20. Determinar los planos tanjentes comunes a una esfera i a un cono recto.

21. Dadas una recta i una esfera, determinar el cilindro circunscrito a la esfera i paralelo a la recta, construyendo las proyecciones de la curva de contacto i la traza horizontal del cilindro.

22. Determinar la curva de contacto de un elipsoide de ejes desiguales con un cono circunscrito a esta superficie cuyo vértice se da.

23. Trazar las proyecciones del hiperboloide de una hoja por sus jeneratrices, como superficie gaucha de revolucion.

24. Dados el eje i la jeneratriz de una superficie gaucha de revolucion, trazarle un plano tanjente por un punto de la superficie.

25. Por un punto dado exterior a una superficie gaucha de revolucion, trazar a esta superficie un plano tanjente de modo que el contacto tenga lugar sobre un meridiano o sobre un paralelo cuyo plano se da.

26. Trazar un plano tanjente a una superficie gaucha de revolucion i paralelo a un plano dado.

27. Por una recta dada trazar un plano tanjente a una superficie gaucha de revolucion.

28. Dadas tres rectas que se toman por directrices de una superficie gaucha, construir una jeneratriz cualquiera de la superficie i en seguida el plano tanjente en un punto de esa jeneratriz.

29. Se dan tres elípses semejantemente situadas i con sus centros en la misma vertical.—Se supone ademas que hai dos mayores iguales entre sí i colocadas en planos igualmente distantes del plano de la menor. Estas tres curvas se consideran como directrices de una superficie gaucha i se pide trazar un plano tanjente a esta superficie por un punto tomado sobre una jeneratriz cualquiera.

30. Trazar un plano tanjente a una superficie gaucha que tiene por directrices una recta horizontal i dos curvas situadas en planos verticales paralelos.

31. Trazar un plano tanjente al conoide descrito por una horizontal que se mueve apoyándose sobre una recta vertical i sobre una curva situada en un plano vertical.

32. Trazar un plano tanjente a una superficie enjendrada por una recta horizontal, que está sujeta a encontrar siempre una curva trazada en un cilindro vertical i a permanecer constantemente tanjente o normal a otro cilindro vertical.

33. Hallar los puntos de interseccion de una recta con un cilindro.

34. Hallar los puntos de interseccion de una recta con un cono.

PARTE TERCERA.

INTERSECCIONES DE SUPERFICIES.

Modo de determinar una línea.—Método jeneral para hallar la interseccion de un plano con una superficie curva.—Método jeneral para hallar la interseccion de dos superficies curvas.—Determinacion de las tanjentes a las curvas que resultan de la seccion de dos superficies.—Penetracion e interseccion de dos superficies.—Definicion de la hélice i del epicicloide esférico.

PROBLEMAS.

1. Hallar la interseccion de un cilindro perpendicular al plano horizontal con un plano perpendicular al vertical.—Construir la curva en su verdadera magnitud i desarrollo i tirarle tanjentes.

2. Interseccion de un cilindro cualquiera con un plano perpendicular a sus jeneratrices.—Construccion i desarrollo de la curva en verdadera magnitud i tirarle tanjentes.

3. Seccion hecha en un cono por un plano perpendicular al vertical. Construccion, desarrollo, &.ª

4. Interseccion de un plano con un cono en el caso en que la curva de interseccion tenga asíntotas. Construccion de la curva en verdadera magnitud i desarrollo i trazar las asíntotas.

5. Interseccion de una esfera con un plano.

6. Interseccion de un elipsoide de revolucion con un plano.

7. Seccion de una superficie gaucha de revolucion por un plano.

Construccion de la curva en verdadera magnitud, su desarrollo sobre un plano i trazado de tanjentes.

8. Seccion de la superficie gaucha de revoluccion por un plano en el caso de que la curva de interseccion tenga asíntotas.—Su determinacion.

9. Interseccion de dos cilindros: tanjentes a la curva.

10. Interseccion de dos conos.—Tanjentes a las curvas.

11. Dados dos conos, reconocer si la curva de interseccion tiene ramas infinitas i determinar las asíntotas cuando las hai.

12. Interseccion de dos elipsoides de revolucion cuyos ejes se cortan: tanjente a la curva.

13. Interseccion de dos superficies de revolucion cuyos ejes no se cortan.

14. Determinar los puntos de interseccion de una esfera i una recta.

15. Determinar los puntos de interseccion de una recta con una superficie gaucha de revoluccion.

16. Dadas una recta i una esfera, así como un círculo de la esfera, trazar por la recta un plano que corte a la esfera en un circulo tanjente al círculo dado.

17. Se supone que una recta se desliza paralelamente a sí misma sobre el contorno de un nicho, se pide la línea que traza en el interior del nicho.

18. Otro modo de determinar las proyecciones de la interseccion de dos elipsoides de revolucion cuyos ejes no se cortan, tomando el plano horizontal de proyeccion de modo que se puedan hacer las construcciones por medio de círculos.

19. Determinar un punto cuando se conocen sus distancias a tres puntos fijos.

20. Hallar la posicion de un punto del espacio determinado por los ángulos formados por los rayos visuales dirijidos de él a tres puntos fijos.

21. Se supone que un punto elevado en el espacio se ha visto por tres observadores a un tiempo, i que cada uno en el lugar en que se encuentra, ha medido el ángulo formado con la vertical por el rayo visual dirijido hácia el punto. Se pide la posicion del punto en el momento de la observacion, en el supuesto de que se conoce la de los tres observadores.

22. Determinar un punto cuando se conocen sus distancias a tres ejes fijos.

23. Construir la proyeccion de una hélice trazada sobre un cilindro vertical i determinar las tanjentes a esta hélice que sean paralelas a un plano dado.

24. Construir la proyeccion de un epicicloide esfêrico i determinar la tanjente en un punto cualquiera de la curva.

25. Aplicacion de la hélice a las roscas de los tornillos i a la escalera de serpentin.

APLICACIONES DE LA JEOMETRIA DESCRIPTIVA.

PARTE PRIMERA.

TEORIA DE LAS SOMBRAS.

1. La sombra de un cuerpo es un complemento de su descripcion.—Puede determinarse el cuerpo por su proyeccion horizontal i su sombra sobre este plano, al ménos en cuanto a su figura.—Cómo se considera formada la sombra.—Diferencia entre sombra propia i proyectada.—Investigacion de la sombra de un cuerpo opaco alumbrado por un punto luminoso.—Sombra pura, penumbra.—Investigacion de la sombra de un cuerpo alumbrado por otro cuerpo luminoso.—Método jeneral.—Caso de dos esferas: degradacion de la oscuridad de la penumbra.—Los rayos solares pueden considerarse paralelos: la penumbra desaparece.—En el método jeneral, hai conos o cilindros rasantes en parte o totalmente i conos o cilindros tanjentes del mismo modo.—Hai superficies en las cuales la determinacion de la línea de sombra queda determinada por la forma del cuerpo.

2. Sombras propia i proyectada de un prisma, de una pirámide, de un cilindro, de un cono, de una esfera, de un nicho, de un cuerpo complejo cualquiera, sobretodo, los terminados por caras planas.

3. Rayos de luz cuyas proyecciones hacen un ángulo de 45° con la línea de tierra.—Rayos luminosos inclinados a 45° con relacion al plano horizontal.

4. Puntos brillantes de las superficies.—Su determinacion.—Línea brillante.—Caso de paralelismo para los rayos incidentes o para los reflejos o para juntos.—Ejemplo del punto brillante sobre la esfera.

5. Ideas jenerales sobre la perspectiva aérea.—Degradacion de las tintas que indican la luz i la sombra.—Intensidad de la luz recibida por el objeto iluminado.—Intensidad de la claridad aparente.—Zonas igualmente iluminadas u oscuras.—Reglas para el lavado a tinta de China de un dibujo de sombras.—Reflejos de la atmósfera.—Aristas brillantes u oscuras.-Rayo atmosférico principal.-Aplicacion a una superficie cilíndrica.

PARTE SEGUNDA.

PERSPECTIVA LINEAL.

1. Cómo se hace visible un cuerpo—Rayo luminoso i rayo visual. Contorno aparente de los cuerpos. Observaciones sobre las causas que nos ayudan a apreciar las distancias.

2. Qué es la perspectiva de un cuerpo.—El cuadro.—El punto de vista. Condiciones que deben tener el cuadro y el punto de vista para que la perspectiva ofrezca un conjunto satisfactorio. Distancia del punto de vista al cuadro.

3. Método de los puntos de concurso. Regla jeneral para obtener la perspectiva de una recta por medio de su traza en el cuadro i de su punto de concurso. Perspectiva de las rectas paralelas al cuadro. Perspectiva de un punto. Modo de obtener la perspectiva de las rectas i puntos sobre el plano mismo del cuadro. Línea de horizonte. Puntos de distancia. Plano jeometral u objetivo. Perspectiva de una recta horizontal situada en el jeometral. Perspectiva de un punto dado en una de estas rectas. Rectas horizontales situadas fuera del jeometral i puntos particulares de estas rectas. Plano de frente. Perspectiva de las rectas situadas en un plano de frente.

4. Rectas oblícuas al horizonte: su perspectiva. Definiciones del plano principal, plano de concurso, linea de concurso &.ª Ejemplos de perspectiva de rectas: perspectiva de una serie de pilastras i de un obelisco piramidal o prismático.

5. Problemas sobre las líneas rectas: 1.º Dada la perspectiva de una recta que se sabe que es horizontal i situada a una altura h sobre el jeometral–hallar su traza i punto de concurso; tirarle una paralela o una perpendicular por un punto dado del cuadro. 2.º Dividir en dos partes iguales el ángulo perspectivo formado por dos horizontales. 3.º Dada la perspectiva de una recta que concurre al punto principal i su traza: hallar en ella una profundidad perspectiva de cierta dimension; a partir de un punto dado, tomar cierta lonjitud dada; hallar la verdadera distancia entre dos puntos perspectivos; dividir una porcion dada en partes perspectivamente iguales. 4.º Dada la perspectiva de una recta que concurre a un punto dado de la línea de horizonte i su traza, buscar los mismos resultados del problema anterior. 5.º Hallar sobre una perspectiva partes sucesivas que sean iguales materialmente.

6. Problemas con rectas paralelas al cuadro. 1.º Dada una vertical en un plano de frente conocido: hallar su pié en el jeometral; hallar la verdadera magnitud de una porcion dada; hallar una lonjitud que sea igual a un módulo; dividir cierto espacio en partes perspectivamente iguales. 2.º El mismo problema aplicado a una recta cualquiera situada en un plano de frente conocido.

7. Problemas con rectas de direccion cualquiera. 1.º Dado un plano de concurso, trazar en este plano, por un punto dado, una recta que esté inclinada al horizonte un ángulo dado. 2.º Dada la perspectiva de una recta situada en un plano de concurso: hallar las trazas de esta recta i su punto de concurso; hallar una longitud perspectivamente igual a un módulo; dividir la porcion dada en partes iguales. 3.º Dado un plano de concurso cuya traza horizontal tiene una perspectiva que no llega al punto principal, trazar en el plano i por un punto dado una recta inclinada al horizonte una cantidad angular dada.

8. Escalas de perspectiva. Método de las cuadrículas.—Distancia figurada o reducida: método para evitar los puntos de concurso mui lejanos.

9. Problemas inversos de perspectiva. 1.° Hallar la línea de horizonte de una perspectiva dada, en la cual hai dos rectas horizontales que se sabe son paralelas. 2.° Hallar el punto principal de una perspectiva dada, en la cual hai dos rectas que representan perpendiculares al cuadro. 3.° Dada la perspectiva de una pilastra cuadrada, hallar el punto principal i el de distancia. 4.° Con los mismos datos hallar la posicion i dimensiones absolutas de una pilastra, con tal de que se conozca la traza del plano jeometral en que está situada la base. 5.° Dada la perspectiva de un rectángulo horizontal, tal como la base de un edificio, hallar el punto de vista de esta perspectiva.

10. Aplicacion de estos problemas.—Perspectiva de galerías, casas, escaleras, &.ª

11. Líneas curvas.—Método jeneral para obtener la perspectiva de una curva. La perspectiva de la tanjente a una curva es tanjente a la perspectiva de la curva orijinal. Aplicacion a un círculo horizontal: diversos medios particulares. Dividir un círculo en perspectiva en partes iguales. Hallar la perspectiva de un polígono regular que tiene un lado paralelo al cuadro. La perspectiva de un círculo es en jeneral una elipse; pero hai dos posiciones para el cuadro en que la perspectiva de un círculo es otro círculo. Aplicacion de este teorema o la construccion de los Mapamundis por medio de la proyeccion estereográfica.

12. Perspectiva de bóvedas. Ejemplos de puertas abovedadas: diversos métodos. Perspectivas de bóvedas de aristas. Puntos culminantes. Método jeneral de perspectiva para toda especie de superficies.

13. Perspectiva de las sombras: método jeneral.—Método abreviado aplicado a una columna i a una bóveda de aristas con sus sombras.

14. Perspectiva de las imájenes reflejadas. Lei de reflexion; lei de imájen. Perspectiva de una escalera i de su imájen reflejada en el agua. Perspectiva de una sala i de su imájen reflejada en un espejo.

15. Perspectivas curiosas i anamórfosis. Qué se entiende por perspectiva curiosa: su ejecucion por el método de las cuadrículas. Qué es anamórfosis. Aplicacion a un espejo cilíndrico: método jeneral. Método de Ponsif. Anamórfosis en el caso de un espejo cónico.

El Catedrático,
MANUEL H. PEÑA

TERCER CURSO.

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL.

Cálculo diferencial.

1. De las constantes i variables. Clasificacion de las funciones.—Representacion jeométrica de las funciones.—Relacion necesaria entre las constantes i las variables. Continuidad de una funcion.

2. Método de los límites.—Definiciones—La relacion que existe entre los límites de dos funciones es la misma que tuviera lugar entre las variables.—Del infinito presentado como dato de una cuestion o como resultado de ella.—Cantidades infinitamente pequeñas—Teoremas relativos a los límites de las cantidades infinitamente pequeñas. Definicion i representacion de los infinitamente pequeños de varios órdenes.

3. Incrementos infinitamente pequeños de las variables i de las funciones.—Diversas notaciones usadas—Límite de la relacion del incremento de la funcion con el incremento de la variable.—Definicion del cálculo diferencial.—Diferencial i coeficiente diferencial de una funcion.—Funciones iguales tienen diferenciales iguales: la recíproca no es cierta. Diferencial de una funcion en que hai constantes por via de suma o resta. Caso de un factor constante.

4. Determinacion del sentido en que varia una funcion segun el signo de la derivada. Diferenciacion de una funcion compuesta de la suma o diferencia de varias funciones. Diferenciacion de un producto de dos o mas funciones. Diferenciacion de un cociente, de un quebrado, de una potencia, de una raiz. Diferenciacion especial de un radical de segundo grado. Coeficiente diferencial de una funcion de funciones.

5. Diferenciales de varios órdenes.—Coeficientes diferenciales sucesivos.—Teoremas de Taylor i de Mac-Claurin.—Formas de los resíduos.—Resíduo de Cauchy—Exámen del caso de converjencia de las series.—Signo del límite de una serie.—Caso en que no son aplicables las fórmulas de Taylor i de Mac-Claurin.

6. Diferenciacion de las funciones logarítmicas.—Cantidades exponenciales.—Logarítmos Neperianos: determinacion de la base de este sistema:—Cantidades esponenciales de varios órdenes.

7. Diferenciacion de las funciones circulares.—Diferenciacion de las funciones circulares inversas.—Determinacion del valor de un arco en funcion de sus líneas trigonométricas por medio de la fórmula de Mac-Claurin.—Cálculo de la relacion de la circunferencia del círculo al diámetro por medio del teorema de Machin.

8. Definicion de las derivadas parciales i del coeficiente diferencial total de una funcion.— Desarrollo de una funcion de dos o mas variables. Diferenciales sucesivas de una funcion de dos variables. Diferenciacion de las funciones implícitas.

9. Ecuaciones diferenciales de las curvas. Modo de eliminar las constantes i los exponentes. Verdadero carácter de las funciones que toman la forma $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$.

10. Funciones homojéneas. En toda funcion homojénea del grado m las derivadas respecto a cada variable son homojéneas del grado $m-1$. Teoremas de las funciones homojéneas. Su aplicacion para determinar el

número de soluciones que puede tener la cuestion de trazar tanjentes a una curva del grado m.

11. Máximos i mínimos de las funciones de una sola variable. Regla jeneral para hallar los máximos i mínimos.—Máximos i mínimos de las funciones implícitas de una sola variable independiente.—Máximos i mínimos de las funciones de muchas variables.

12. Expresion jeométrica del primer coeficiente diferencial.—Expresiones de las tanjentes i normales, subtanjentes i subnormales. Ecuaciones de las tanjentes i normales.—Asíntotas.—Diferenciales de un arco i de un segmento.

13. Aplicacion del cálculo a las propiedades de las curvas.—Concavidad i convejidad. Puntos de inflexion, puntos múltiplos i conjugados, puntos de retroceso. Caso en que el teorema de Taylor no da los puntos máximo i mínimo.—Discusion de la ecuacion $y=b\pm c\ (x-a).^{m}$

14. Contacto de curvas.—Condiciones que indican la tendencia a coincidir i su órden de contacto. Curvas osculadoras. La osculadora de órden par corta a la curva.—Fórmula diferencial para el radio de curvatura. Círculo osculador.—Radio de curvatura para las líneas de segundo órden.—Evolutas i evolventes. Las normales a la evolvente son tanjentes a la evoluta. La diferencia entre dos radios de curvatura es igual al arco interceptado en la evoluta. Ecuacion de la evoluta.

15. Curvas trascendentales.—La logarítmica; la cicloide; la senoide; las espirales.—Expresiones de la tanjente i normal para la cicloide. Evoluta de la cicloide.—Subtanjente a una curva, expresada en coordenadas polares.

16. Planos tanjentes i normales a las superficies.—Plano osculador.—Angulo de continjencia.—Círculo osculador.—Angulo de torsion.—Superficie polar.—Esfera osculadora: centro. Centro de curvatura—Contacto de las curvas de doble curvatura; recta osculadora, círculo osculador. Aplicaciones a la hélice.

CÁLCULO INTEGRAL.

1. Objeto del cálculo integral—Integracion de las diferenciales monomias. Caso en que la integral tenga factores constantes. Constantes arbitrarias—Integracion de las diferenciales compuestas de la suma o diferencia de varios términos.

2. Integracion de las expresiones que dan lugar a funciones logarítmicas. Integracion del binomio $(a+bx^{n})^{m}x^{n-1}\,dx$. Integracion de un arco en funcion de su seno, coseno, tanjente i senoverso. Integracion por séries.

3. Integracion de las diferenciales binomias—Caso de integrabilidad. Série de Juan Bernouilli. Caso de p fraccionario—Caso de m i p nega-

tivos. Fórmula especial para la integracion de las expresiones tales como

$$\frac{x^q dx}{\sqrt{2ax-x^2}}.$$

4. Integracion de las fracciones racionales—Casos en que el denominador reducido a cero da raices reales i desiguales, raices reales e iguales i raices imajinarias.

5. Integracion de las fracciones irracionales—Caso de monomios. Caso en que el denominador sea de la forma

$$\sqrt{A+Bx+Cx^2} \text{ o } \sqrt{A+Bx-Cx^2}.$$

Aplicacion a la funcion

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

6. Rectificacion de las curvas planas—Aplicacion a las parábolas: al círculo, i a la cicloide—Diferencial de los arcos de espirales referidos a coordenadas polares.

7. Cuadratura de las curvas—La parábola es cuadrable—Cuadratura de la hipérbola, del círculo, de la elipse i de la cicloide—Aplicaciones particulares de las espirales—Propiedades de la espiral de Arquímedes i de la logarítmica.

8. Determinacion del área de las superficies de revolucion.—Aplicacion a un cono i a un cilindro.—Superficies de la esfera, del elipsoide i de la cicloide.

9. Cubatura de los sólidos de revolucion.—Aplicacion al cono i al cilindro.—Cubatura de una esfera, de un elipsoide, de un paraboloide; de una cicloide.

10. Método de las integrales dobles.—Aplicacion a una esfera.—Integrales triples.—Integracion de las funciones expresadas por coeficientes diferenciales de segundo, tercer órden &.ª

El Catedrático,

MANUEL H. PEÑA.

PROBLEMA DE JEOMETRIA.

Resolucion del problema propuesto en el número 2.° de "La Caridad" con fecha 9 de setiembre de 1865.

ENUNCIADO.

Dadas dos líneas construir sobre la mayor un triángulo tal que teniendo el ángulo opuesto a ella igual a uno dado, sea la diferencia de los cuadrados construidos sobre los otros dos lados igual al área del paralelógramo rectángulo formado con las líneas dadas.

R. Ferreira.