

53. Fórmula para el valor de $\frac{\pi}{2}$ deducida de la $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS.

54. Distincion entre el cálculo de las diferencias i el cálculo diferencial—Analogía de sus principios con los del cálculo diferencial.

55. Fórmula para $\Delta^n u$ en funcion de los valores sucesivos de u .—Espresion del término jeneral u_n de una serie en funcion del primer término i de sus diferencias sucesivas.

56. Diferencias de las funciones enteras—Diferencias de funciones fraccionarias o trascendentales.

57. Cálculo inverso de las diferencias—Notacion empleada—Funcion periódica—Teoremas sobre las integrales por diferencias finitas—Integracion de algunas funciones enteras i trascendentales.

58. Valuacion de las sumas por integrales ordinarias i de las integrales por sumas.

59. Fórmulas de Newton i de Lagrange para la interpolacion.

60. Fórmulas de aproximacion para las cuadraturas, rectificacion i cubaturas de superficies, líneas i volúmenes.

Para el estudio de este curso pueden consultarse:

Curso de Análisis por Ch. Sturm.

Cálculo infinitesimal por H. Sonnet.

Elementos de cálculo infinitesimal por M. Duhamel.

El Profesor, *Enrique Moráles*.

PROGRAMA JENERAL DEL CURSO 8.º

MECÁNICA ANALÍTICA.

PRIMERA PARTE.

Estática.

1. Objeto de la Mecánica—Estática—Fuerza—Comparacion de las fuerzas—Medida de las fuerzas—Dinamómetros—Resultante de muchas fuerzas—Regla del paralelogramo de las fuerzas—Composicion de muchas fuerzas concurrentes—Relaciones de una fuerza i sus componentes, segun tres ejes rectangulares.

2. Cálculo de la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas a un mismo punto—Condiciones de equilibrio de muchas fuerzas concurrentes—Equilibrio de un punto sujeto a permanecer sobre una curva o sobre una superficie.

3. Composicion de dos fuerzas paralelas—Composicion de un número cualquiera de fuerzas paralelas—Centro de las fuerzas paralelas—Teorema de los momentos de las fuerzas paralelas con respecto a un plano—Cálculo de las coordenadas del centro de las fuerzas paralelas—Equilibrio de las fuerzas paralelas.

4. Par.—Traslacion de un par a un plano paralelo—Equivalencia de los pares—Composicion de los pares situados en un mismo plano o en planos paralelos—Composicion de los pares situados en planos concurrentes—Momento lineal de un par—Composicion de los pares por la consideracion de los momentos lineales.

5. Reduccion de las fuerzas aplicadas a un sistema invariable—Composicion i equilibrio de un sistema de fuerzas situadas en un mismo plano, o demostrar que cuando varias fuerzas situadas en un mismo plano están en equilibrio la suma aljébrica de los momentos de todas las fuerzas con respecto a un punto debe ser nula, i que la suma de las componentes estimadas segun dos ejes, debe ser nula separadamente.

6. Ecuaciones jenerales de equilibrio de las fuerzas aplicadas a un sistema invariable—Caso en que el sistema de fuerzas admite una resultante única—Caso en que existe en el sistema un punto o un eje fijo—Equilibrio de los cuerpos que reposan sobre un plano por uno o muchos puntos.

7. Equilibrio de las fuerzas aplicadas a cordones que pasan por un mismo punto—Caso en que una de las cuerdas pasa por un anillo—Polígono funicular—Equilibrio del polígono funicular—Caso en que las fuerzas están aplicadas a anillos—Caso de muchos cordones aplicados a un mismo punto.

8. Velocidad virtual de una fuerza—Momento virtual—Demostracion del principio de los momentos virtuales, cuando las fuerzas son concurrentes, i cuando están aplicadas a un sistema invariable.

9. Nociones sobre la gravedad—Peso—Centro de gravedad—Densidad—Peso específico—Propiedades del centro de gravedad—Determinacion del centro de gravedad de un conjunto de cuerpos por su distancia a tres planos, o a tres puntos dados.

10. Determinacion del centro de gravedad de las líneas—Aplicacion de las fórmulas a la línea recta; al arco de círculo, i al arco de parábola.

11. Fórmulas para determinar el centro de gravedad de las superficies—Aplicacion de estas fórmulas a la superficie del triángulo; a la superficie comprendida entre el eje, un arco de parábola i una ordenada cualquiera; a la superficie del sector circular, i al segmento de círculo—Centro de gravedad de la superficie de un trapecio.

12. Centro de gravedad de las superficies de revolucion—Aplicacion a la zona esférica i a la superficie lateral de un cono de revolucion—Teorema de Guldin—Volumen de un cilindro.

13. Fórmulas para determinar el centro de gravedad de los volúmenes—Determinacion del centro de gravedad de un cono, de una pirámide i de un sector esférico—Determinacion del centro de gravedad de los sólidos de revolucion—Cuerpos cuyo centro de gravedad se obtiene por una sola integracion.

14. Peso i volumen de un cuerpo referido a coordenadas polares—Coordenadas polares del centro de gravedad—Aplicacion de las fórmulas a la determinacion del centro de gravedad del volumen comprendido entre dos superficies esféricas i un cono de revolucion.

15. Atraccion de los cuerpos—Atraccion de una capa esférica—Atraccion de dos esferas—Fórmulas jenerales que dan la atraccion que un cuerpo ejerce sobre otro situado a cierta distancia.

SEGUNDA PARTE.

Dinámica.

16. Objeto de la dinámica—Definiciones—Inercia de la materia—Movimiento uniforme—Velocidad en el movimiento uniforme—Espresion del espacio recorrido por un móvil con movimiento uniforme—Ecuacion de movimiento—Movimiento variado—Velocidad en el movimiento variado rectilíneo.

17. Movimiento uniformemente variado—Aceleracion en un movimiento rectilíneo cualquiera—Espresion del espacio recorrido por un móvil dotado de movimiento uniformemente variado—Curva de los espacios. Curva de las velocidades i de las aceleraciones.

18. Principios de los movimientos relativos—Efecto de una fuerza constante sobre un punto material—Relacion entre las fuerzas aplicadas a un punto material i las aceleraciones que le comunican—Composicion de las velocidades, de los espacios i de las aceleraciones.

19. Masa de un punto material—Masa de los cuerpos—Relacion entre las fuerzas, las masas i las velocidades—Cantidad de movimiento—Fuerza motriz—Fuerza aceleratriz—Relacion entre el peso i la masa—De las unidades empleadas en mecánica.

20. Movimiento de los cuerpos pesados en el vacío—Movimiento de un cuerpo pesado sobre un plano inclinado—Determinacion de la constante g —Caída de un cuerpo pesado en el vacío, teniendo en cuenta la variacion de la intensidad de la gravedad—Caso particular de un cuerpo colocado a una pequeña distancia de la superficie terrestre.

21. Movimiento descendente de un cuerpo pesado en un medio que resiste como el cuadrado de la velocidad—Movimiento ascendente de un cuerpo pesado en un medio que resiste como el cuadrado de la velocidad. Movimiento ascendente i descendente de un cuerpo pesado en un medio

que resiste como la velocidad—Movimiento de un cuerpo atraído en razón directa de la distancia.

22. Proyeccion de un movimiento rectilíneo uniforme sobre un eje. Velocidad en el movimiento curvilíneo—Proyeccion de un movimiento dado sobre un eje cualquiera—Demostrar que la aceleración rectilínea del movimiento de la proyeccion del móvil sobre un eje, es igual a la que imprimiría a un punto de la misma masa, una fuerza igual a la proyeccion sobre ese eje de la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo—Movimiento de un punto sujeto a moverse sobre una curva o sobre una superficie dada.

23. Movimiento de los proyectiles en el vacío.

24. Descomposicion de la fuerza motriz en fuerza tanjencial i en fuerza centrípeta—Caso de un punto sujeto a moverse sobre una curva o superficie dada—Fuerza centrífuga—Diversas espresiones de la fuerza centrífuga—Valor de la fuerza centrífuga de un punto situado en el ecuador, en un paralelo dado, o a una altura dada sobre la superficie de la tierra, ocasionada por el movimiento de rotacion de la tierra—Impulsion de una fuerza—Demostrar que la pérdida o ganancia de la cantidad de movimiento de un cuerpo o punto material, durante cierto tiempo, es igual a la impulsion de la componente tanjencial durante el mismo tiempo—Demostrar que la pérdida o ganancia de la cantidad de movimiento de un cuerpo o de un sistema material, proyectada sobre un eje, es igual a la suma aljébrica de las impulsiones de todas las fuerzas proyectadas sobre el mismo eje.

25. Fuerza viva o potencia viva de un punto material—Diferencial de la fuerza viva de un punto material—Formas diversas de la diferencial de la fuerza viva de un punto material—Definicion del trabajo de una fuerza—Relacion entre el trabajo i la fuerza viva de un punto material—Consecuencias del principio de las fuerzas vivas—Caso en que haya frotamiento, o resistencia del medio—Caso en que el móvil es solicitado por fuerzas dirigidas hácia centros fijos—Principio de las fuerzas vivas en el movimiento de un sistema material—Consecuencias del principio de las fuerzas vivas.

26. Movimiento de un punto pesado sobre una curva—Caso en que el móvil tiene una velocidad inicial—Péndulo simple—Ecuacion de movimiento—Duracion de una oscilacion sea pequeña o grande—Longitud del péndulo simple que bate segundos—Demostrar que las longitudes de dos péndulos en un mismo lugar, son inversamente proporcionales al cuadrado del número de oscilaciones ejecutadas por cada uno en el mismo tiempo—Determinar la ganancia o pérdida de oscilaciones de un péndulo, cuando se lleva a una altura dada sobre la superficie de la tierra—Péndulo cicloidal.

27. Fuerzas centrales—Principio de las áreas—Espresion de la velocidad de un movimiento curvilíneo en coordenadas polares—Espresion de la fuerza aceleratriz—Leyes de Kepler—Consecuencias de las leyes de Kepler.

28. Movimiento de un punto atraído por un centro fijo en razon inversa del cuadrado de la distancia—Caso de una órbita elíptica—Perihelio i afelio—Anomalía escéntrica i anomalía verdadera de un planeta—Ecuacion de relacion entre la anomalía verdadera i la escéntrica—Caso de una órbita circular—Caso de una órbita parabólica.

29. Lei de la atraccion universal—Verificacion de la lei de la atraccion—Movimiento absoluto i relativo de dos cuerpos que se atraen—Determinacion de la masa de los planetas que tienen satélites; de la masa de la tierra, i de la masa de los planetas que no tienen satélites.

30. Demostracion del principio de Alembert—Observaciones sobre el principio de Alembert—Fuerzas perdidas i fuerzas efectivas—Movimiento del centro de gravedad—Conservacion del movimiento del centro de gravedad.

31. Movimiento de rotacion de un sistema sólido al rededor de un eje—Velocidad angular—Espresion de la velocidad angular—Momento de inercia—Dado el momento de inercia de un cuerpo con respecto a un eje, encontrar el momento de inercia del mismo, con relacion a un eje cualquiera paralelo al primero—Péndulo compuesto—Centro de oscilacion i centro de suspension—Longitud del péndulo simple equivalente al péndulo compuesto—Péndulo de Kater.

32. Momento de inercia i radio de jiro de una varilla rectilínea; de una varilla en arco de círculo; de un triángulo isósceles; de un triángulo rectángulo; de un rectángulo; de una doble té; de un polígono regular; de un disco circular; de una corona circular; de un disco elíptico; de un segmento parabólico; de la superficie de un cilindro de revolucion; de la superficie cónica; de la superficie de un tronco de cono; de la superficie de la esfera; de los prismas rectos i de los cilindros; del cono de revolucion; del tronco de cono, i de la esfera que jiran al rededor de un eje situado en su plano, o perpendicular a él.

33. Choque de los cuerpos—Elasticidad—Coeficiente de elasticidad—Del choque directo de dos cuerpos esféricos—Choque de dos cuerpos inelásticos—Choque de dos cuerpos imperfectamente elásticos—Choque de dos cuerpos elásticos—Velocidad de los dos centros de gravedad despues del choque—Casos particulares—Choque oblicuo—Modo de determinar aproximadamente el coeficiente de elasticidad.

TERCERA PARTE.

Hidrostatica.

34. Objeto de la hidrostática—Distincion entre los gases, los líqui-

dos i los vapores—Viscosidad—Presion de un líquido sobre una pared—Principio de Pascal—Ecuaciones jenerales de equilibrio de una masa fluida.

35. Figura permanente de un fluido que jira uniformemente al rededor de un eje—Presion que ejerce un líquido sobre el fondo del vaso que lo contiene—Presion que ejercen sobre el fondo del vaso varios líquidos superpuestos—Vasos comunicantes—Centro de presion—Determinacion del centro de presion.

36. Principio de Archimédes—Equilibrio de un cuerpo flotante—Estabilidad de los cuerpos flotantes—Metacentro.

37. Medida de alturas por medio del barómetro.

CUARTA PARTE.

Hidrodinámica.

38. Objeto de la hidrodinámica—Ecuaciones jenerales del movimiento de los fluidos.

39. Movimiento de un fluido admitiendo el paralelismo de las capas. Nivel constante—Nivel variable.

40. Movimiento permanente de un líquido—Teorema de D. Bernoulli Gasto teórico—Fluidos elásticos—Velocidad efectiva de la salida de un fluido—Contraccion de la vena—Gasto efectivo.

41. Cursos de agua—Tubos de conduccion de las aguas.

QUINTA PARTE.

Máquinas.

42. Máquinas—Fuerza motriz ; resistencias útiles, i resistencias pasivas—Imposibilidad del movimiento perpetuo—Fuerza teórica en caballos de vapor—Palanca, sus jéneros—Balanza—Romana—Balanza de Quintenz—Peson—Balanza de Roberval.

43. Frotamiento—Coeficiente de frotamiento—Leyes del frotamiento. Trabajo absorbido por el frotamiento de un cuerpo que desliza sobre otro. Trabajo absorbido por el frotamiento de un eje sobre su cojinete—Trabajo absorbido por el frotamiento de la cara horizontal de un pivot sobre su quicio—Frotamiento de las cuerdas sobre los cilindros—Rijidez de las cuerdas—Aparato de Amontons para determinar la rijidez de las cuerdas. Fórmulas prácticas de Coulomb i de Morin que dan la rijidez de las cuerdas.

44. Polea—Polea móvil—Polea fija—Equilibrio dinámico de la polea fija i de la polea móvil—Equilibrio dinámico de las tróculas opolipastros, despreciando el peso de la cuerda, el de las poleas i su frotamiento lateral.

45. Torno—Equilibrio dinámico del torno—Cabrestante—Equilibrio

dinámico del cabrestante—Equilibrio dinámico de un cuerpo colocado sobre un plano inclinado.

46. Cuña—Equilibrio dinámico de la cuña—Equilibrio dinámico de la prensa de cuña.

47. Tornillo—Equilibrio dinámico de la prensa de tornillo de filetes cuadrados—Equilibrio dinámico de la prensa de tornillo de filetes triangulares.

48. Engranajes—Doble frotamiento de rotacion i de deslizamiento—Equilibrio dinámico de los engranajes cilíndricos i cónicos—Frotamiento de la cremallera—Equilibrio dinámico del pilon.

Bogotá, noviembre 5 de 1873.

El Catedrático, *Andres A. Arroyo.*

Para dictar las lecciones contenidas en el anterior programa, se han tenido a la vista los siguientes testos:

STURN, Cours de Mécanique de l'Ecole Polytechnique—J. CLAUDEL, Introduction a la Science de l'ingénieur—A. W. SMITH, Mechanics—SONNET, Dictionnaire des mathématiques appliquées—COLLIGNON, Cours de mécanique appliquée.

PROGRAMA

PARA LA CLASE CORRESPONDIENTE AL CURSO 11.º

CONFORME HA SIDO DICTADA EN 1873.

PRIMERA PARTE.

1. ARQUITECTURA—Objeto de esta ciencia—Composicion i construccion—Relacion entre una i otra—Buen gusto, cómo se adquiere—Parte teórica i parte práctica—Paredes, cuándo son fronteras, laterales, trasversales o aisladas—Revestimientos—Murallas—Clasificacion de las paredes atendiendo a su sistema de construccion—Calicanto—Paredes de ladrillo i adobe—Tapia pisada—Bahareque—Aparejo de los sillares en la sillería—Mampostería ordinaria.

2. Material de construccion—Constitucion de los materiales naturales—Rocas, su formacion i clasificacion—Caractéres especiales de las piedras de construccion—Medios prácticos de análisis—Piedras calizas—Medios de reconocerlas—Manera de obtener la cal—Cales hidráulicas—Cementos i morteros—Yeso—Su composicion, extraccion i aplicaciones.

3. Dimensiones de las paredes—Fórmula de Rondelet—Variacion del coeficiente segun la estabilidad pedida—Edificios circulares—Efectos de