

ELEMENTOS SOBRE EL DISEÑO DE CONDUCTOS PARA TRANSPORTE DE SÓLIDOS EN SUSPENSIÓN

SANDRA L. CASTRO O. , CARLOS M. TORO

Ingeniería Civil, Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Medellín

JAIME I. VELEZ U.

Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos
Universidad Nacional de Colombia, Medellín

RESUMEN

Se propone una metodología de trabajo para el diseño de conductos empleados en el transporte de sólidos en suspensión y se aplica al caso de suspensiones de caolín. Se examinan los parámetros reológicos de fluidos Newtonianos y no Newtonianos y las características de la sedimentación de tales fluidos, así como los aspectos técnicos del transporte de sólidos por tubería.

ABSTRACT

A methodology to designing pipelines used in the transport of suspended solids is introduced, and applied to the case of kaolin slurries. Rheologic parameters of Newtonian and non-Newtonian fluids are examined, along with the sedimentation characteristics of those type of fluids. Technical aspects of solid transport through pipelines are also discussed.

1. INTRODUCCION

Para industrias como las de minerales, el transporte desempeña un papel fundamental en el éxito de sus actividades. Dada la naturaleza, magnitud y cantidad de mineral a transportar, las distancias hasta el destino final y la periodicidad en el suministro, el transporte de sólidos por tubería se puede constituir en el medio de transporte más indicado, brindando enormes ventajas comparativas respecto a otros sistemas convencionales, por ejemplo el transporte por medio de volqueta. Este sistema, además de permitir la cobertura de grandes distancias en condiciones climáticas y topográficas adversas, elimina los procesos de carga y descarga del material y puede ser operado a control remoto garantizando la continuidad en el suministro del mismo con muy alta confiabilidad y mediante costos reducidos.

El transporte de sólidos por tubería tiene un campo de aplicación que abarca los mas diversos procesos. Tal es el caso del transporte de lodos de perforación, aguas residuales, mezclas de cemento y pastas de productos alimenticios entre otros.

La complejidad del transporte de sólidos en suspensión radica en que la presencia de los sólidos le confiere a la suspensión unas propiedades que hacen que se comporte de manera diferente a como lo haría el líquido puro, de suerte que cambios en las características, distribución o concentración de los sólidos alteran sustancialmente las condiciones del flujo en la conducción; ya no bastará entonces con conocer las propiedades físicas del medio suspendente para caracterizar el conjunto, sino que adicionalmente es necesario considerar las propiedades de los sólidos que se superponen a las del fluido y el efecto de los sólidos sobre las propiedades de la mezcla.

Consecuentemente, estos sistemas sólidos-líquido por lo general presentan comportamientos de flujo no newtonianos que deben ser identificados plenamente para garantizar el éxito del diseño. Estas características determinan los dos elementos más importantes para el diseño de sistemas de transporte por tubería que involucran sólidos en suspensión, que son: las pérdidas por fricción y la velocidad de deposición de los sólidos. Para proceder al diseño hidráulico de la conducción, es necesario caracterizar previamente la suspensión estimando correctamente las propiedades físicas determinantes del

comportamiento del flujo, a saber la reología y la sedimentabilidad de la mezcla.

En este artículo se propone una metodología de trabajo para el diseño de conductos destinados al transporte de sólidos en suspensión. Esta metodología propuesta fue desarrollada en el laboratorio para una suspensión de caolín a diferentes concentraciones.

2. REOLOGIA

El comportamiento del flujo se caracteriza por la relación entre la tensión cortante (medida de la resistencia interna al flujo) y la tasa de deformación (gradiente de velocidad). Una ecuación que relacione estos dos aspectos se conoce con el nombre de "Ecuación de Estado" o "Modelo Reológico".

En el caso de los fluidos más simples como el agua, la tensión cortante es directamente proporcional a la tasa de deformación, y su constante de proporcionalidad es la "viscosidad absoluta μ "; estos son los llamados fluidos Newtonianos, cuya ecuación de estado es:

$$\tau = \mu (dv/dy) \quad (1)$$

De (1) se obtiene que

$$\mu = \frac{\text{Tension Cortante}}{\text{Tasa de Corte}} \quad (2)$$

Una gráfica que contiene en las abscisas las tasas de corte (T^{-1}) y en las ordenadas las tensiones cortantes (F/L^2), se denomina **curva característica** de flujo, reograma, curva de consistencia o diagrama de cortante. Para el caso de los fluidos newtonianos es siempre una línea recta que pasa por el origen con pendiente igual a la constante de proporcionalidad μ (figura 1, curva 0).

Fluidos más complejos como las mezclas agua-sedimento, que no exhiben una proporcionalidad directa entre la tensión cortante y la tasa de corte son clasificados como "No Newtonianos". Entre la gran variedad de fluidos no newtonianos que han sido identificados en la naturaleza, los más estudiados han sido los sistemas fluidos puramente viscosos, que son aquellos que pueden ser totalmente caracterizados por su relación τ vs. dv/dy bajo condiciones de cortante simple, en flujo laminar uniforme, es decir, $dv/dy = f(\tau)$.

La figura 1 muestra los reogramas de los comportamientos de flujo de fluidos no newtonianos puramente viscosos más importantes. Tal como se puede apreciar, existen unos fluidos que tienen que vencer una resistencia interna

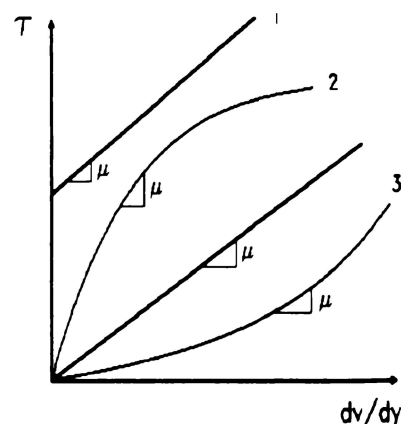


Figura 1. Curvas Características de distintos fluidos.

para comenzar a fluir (Curva 1: Plásticos Bingham) y otros que no. Estos últimos comprenden dos grandes grupos: fluidos pseudoplásticos (Curva 2) y fluidos dilatantes (Curva 3).

En estos fluidos, la sola viscosidad no basta para caracterizar su comportamiento de flujo por lo que se hace necesaria la intervención de otros parámetros.

En un intento por describir el estado de esfuerzos y deformaciones al interior de estos fluidos, se han propuesto una serie de Modelos Reológicos que buscan explicar lo más acertadamente posible la relación entre τ y dv/dy a través de ecuaciones empíricas. Pese a esto, ninguna de las ecuaciones desarrolladas hasta el momento logra describir con exactitud la relación tensión cortante vs. tasa de corte en todo el rango de tasas cortantes. sin embargo, para propósitos prácticos, estos modelos simplificados permiten alcanzar un grado de aproximación bastante satisfactorio. Entre los modelos más usados en la práctica se destacan: el modelo Bingham y el modelo de ley potencial, los cuales serán tratados en este artículo por ser de amplia aplicación en el manejo de arcillas como el caolín.

2.1 Modelo para fluidos plásticos Bingham

Tal como aparece referenciado en la curva 1 de la figura 1, estos fluidos se caracterizan por presentar un esfuerzo para una tasa secante nula seguido por una relación lineal entre τ y dv/dy . La interpretación que se le ha dado al comportamiento de los plásticos Bingham es que una vez el fluido está en reposo, las fuerzas atractivas entre las partículas que se generan como consecuencia de las cargas eléctricas que hay en la superficie de los sólidos dispersos en la fase fluida, desarrollan una estructura tridimensional

lo suficientemente rígida, capaz de resistir cualquier esfuerzo por debajo de un valor crítico llamado "Tensión de Cedencia". Sin embargo, una vez esta tensión es excedida, la estructura se desintegra y el material comienza a fluir comportándose como un fluido newtoniano bajo la acción de la tensión cortante adicional que supera la tensión crítica. Una vez las tensiones aplicadas caen por debajo de la tensión de cedencia, la estructura se recupera y el material se comporta como un sólido.

De los modelos propuestos, el de E. C. Bingham, es el que mejor representa el comportamiento descrito por la curva 1 de la figura 1 correspondiente a un plástico Bingham ideal. La ecuación para describir este comportamiento de flujo es

$$\begin{aligned} \tau - \tau_y &= \mu_p \left(\frac{dv}{dy} \right) & , \tau > \tau_y \\ \frac{dv}{dy} &= 0 & , \tau < \tau_y \end{aligned} \quad (3)$$

En donde dos parámetros reológicos caracterizan el flujo:

- τ_y : Tensión de Cedencia.
 μ_p : Viscosidad Plástica. Pendiente constante de la curva. Sus unidades son las mismas de la viscosidad absoluta.

2.2 Modelo potencial para fluidos pseudoplásticos y dilatantes

Los fluidos pseudoplásticos y dilatantes se caracterizan porque: (a) no presentan esfuerzos de cedencia, (b) sus curvas características de flujo pasan a través del origen y (c) ellas son funciones no lineales de la tensión cortante.

El modelo de Ostwald-de Waele o modelo de ley potencial, es el modelo mas utilizado para representar este tipo de fluidos, por ofrecer la más simple y conocida de las relaciones empíricas, por ser de cobertura general pues permite modelar, los fluidos pseudoplásticos, dilatantes y newtonianos, y por ser de amplia y fácil aplicación en la ingeniería dada la complejidad de los otros modelos.

Este modelo requiere dos parámetros para caracterizar el fluido y es válido únicamente para flujo laminar.

$$\tau = K \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (4)$$

donde:

n : Índice de comportamiento de flujo. Es un parámetro adimensional.

K : Índice de consistencia. Es una medida indirecta de la viscosidad del fluido pero sus unidades dependen de n , ($\text{dinas-seg}^n/\text{cm}^2$).

El modelo supone K y n constantes para un fluido particular.

Dependiendo del valor de n , la ley potencial describe tres comportamientos de flujo, a saber:

- Seudoplásticos:

$$0 < n < 1$$

$0.4 < n < 0.7$ lodos no dispersos (Sierra, 1991)

$0.7 < n < 0.9$ lodos altamente dispersos

- Newtonianos: Caso particular donde $n = 1$ y $K = \mu$

- Dilatantes: $n > 1$

De lo anterior se concluye que n es una medida de la desviación del comportamiento newtoniano, es decir, mientras más se aleje el valor de n de la unidad en ambos sentidos, más pronunciadas serán las características no newtonianas del fluido.

En la práctica, las curvas de consistencia de muchos fluidos reales exhiben un comportamiento que no se ajusta exactamente al de los modelos ideales presentando curvas logarítmicas de τ vs. dv/dy no lineales. Esto demuestra que los parámetros n y K de la ley potencial no son constantes sobre todo el rango de tasas cortantes tal como lo estipula el modelo. A este respecto, la ecuación (4) introduce algunas limitaciones en lo referente al estudio del flujo en tuberías.

Para obviar esta última dificultad, Metzner y Reed (1955) propusieron que la ley potencial fuera definida en función de la velocidad media del flujo. Estas variaciones al modelo potencial de Ostwald constituyen lo que se ha llamado "Modelo Potencial Generalizado", cuya ecuación reológica es de la forma:

$$\tau_w = K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} \quad (5)$$

donde:

V : velocidad media del flujo

D : diámetro de la tubería

τ_w : tensión cortante en la pared del tubo

n' : índice de comportamiento de flujo (definido para la ecuación 5)

K' : Índice de consistencia (definido para la ecuación 5). Una expresión que relaciona el K' de la ecuación (5) con el K de la ecuación (4) es:

$$K = K' \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n, \quad K' = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (6)$$

Donde la ecuación diferencial ya ha sido integrada y por consiguiente es inconsecuente preguntarse si n' y K' son o no constantes.

Retornando al procedimiento de diseño, se debe seleccionar entre los modelos reológicos existentes el que mejor se ajuste a los datos tensión de corte-tasa de deformación. La evaluación del modelo equivale a cuantificar sus parámetros. Cuando no se tenga claridad acerca del comportamiento real del fluido bajo estudio, es recomendable tratar de obtener el reograma completo de flujo, ya que, como es sabido, el comportamiento real que exhiben los fluidos no siempre se ajusta al de los modelos hipotéticos, excepto quizás dentro de rangos muy reducidos de tasas de corte. De ahí que nociones preconcebidas acerca de la reología del fluido en términos de algún modelo particular de flujo, puedan llevar a interpretaciones erróneas de los datos experimentales.

También es necesario anotar que, a diferencia de los fluidos newtonianos donde la velocidad del flujo es siempre proporcional a la tensión que lo causa y por ende sólo una viscosidad puede ser asociada a un fluido particular (Viscosidad absoluta, $\mu = \tau/(dv/dy)$), con los fluidos no newtonianos han sido definidas una serie de expresiones para la viscosidad, por lo que es muy importante tener claridad sobre el concepto de viscosidad que manipule el modelo seleccionado y la forma en que haya sido calibrado el reómetro empleado.

En la práctica, las propiedades reológicas de suspensiones se determinan mediante el uso de reómetros o viscosímetros rotatorios y de tubo capilar, los cuales se caracterizan por medir las pérdidas por fricción asociadas al flujo laminar que se desarrolla en su interior.

En el caso concreto de la suspensión de caolín considerada para el desarrollo de la metodología propuesta, no se disponía de ningún viscosímetro de tubo capilar. En su defecto, se tenían varios viscosímetros rotatorios los cuales fueron ensayados pero sin resultados satisfactorios, entre otras cosas, porque la presencia de cuarzos en la mezcla tuvo efectos nocivos para los cilindros del viscosímetro, especialmente para espacios anulares angostos.

En el afán de lograr un acercamiento al comportamiento reológico del caolín en suspensión, sin removerle los cuarzos, se analizaron otras posibilidades que condujeran a la determinación de la viscosidad, al menos de una manera indirecta; fue así como se pensó en desarrollar un sistema para la obtención de los parámetros reológicos de

fluidos no newtonianos, basado en los principios del viscosímetro de tubo capilar por analogía con el "Viscosímetro de Worsnop-Flint", el más simple de los viscosímetros capilares (Castro y Toro, 1992). En vista de que el sistema desarrollado no sólo permitió llenar el vacío generado por la falta de equipos comerciales adecuados, sino que en su versión más reciente ha respondido de manera excelente a las necesidades creadas, se consignan a continuación los elementos básicos de esta nueva metodología por considerar que es una propuesta efectiva, sencilla y adecuada para un medio en el que no se dispone de mucha tecnología.

El equipo consiste en un tanque cilíndrico o rectangular de buena sección y altura, a una de cuyas paredes verticales, y cerca de la base, se conecta una pipeta de sección circular, de radio R y longitud L , tal que garantice el completo desarrollo del flujo laminar. La pipeta se coloca horizontal y desde su eje se miden las cotas del nivel de la superficie libre del fluido en el tanque (figura 2).

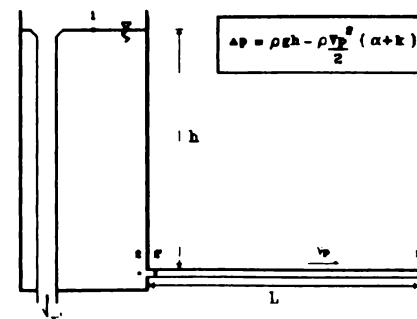


Figura 2. Esquema del reómetro empleado.

Se sabe que la superficie libre desciende con un movimiento uniformemente desacelerado de bajísima aceleración, razón por la cual resulta irrelevante considerar en el análisis matemático tanto el rango no permanente del flujo como la cabeza cinética en la superficie libre.

Aplicando la ecuación de energía entre los puntos 1-2, 2-2' y 2'-3 de la figura 2, resulta:

$$\gamma h_f = \rho g h - \frac{1}{2} \rho V_s^2 (\alpha + k) \quad (7)$$

$$\gamma h_f = \frac{fL}{2R} \frac{1}{2} \rho V_s^2$$

donde:

- α : Factor de Coriolis del flujo a la salida de la pipeta
- k : Coeficiente de pérdidas por entrada a un orificio
- f : Factor de fricción de Darcy-Weisbach
- V_s : Velocidad del flujo en la pipeta

Esta es la ecuación fundamental del equipo en la cual se basan todos los análisis que fueron desarrollados para los modelos reológicos que fueron considerados (Castro y Toro, 1992).

Debe resaltarse que entre dos puntos de un conducto horizontal, de sección constante, las pérdidas de energía debidas a la fricción se manifiestan como una caída de presión, Δp , esto es: $\Delta p = \gamma h_f$. En consecuencia, es posible emplear la ecuación (7) para calcular las pérdidas de energía en la pipeta.

El procedimiento con el aparato consiste en tomar alturas de descenso vs. tiempo de vaciado a una frecuencia tal que los datos de Δh y Δt obtenidos sean significativamente pequeños.

Con estos datos y haciendo uso de la ecuación de continuidad, es posible calcular las velocidades en la pipeta correspondientes a las distintas alturas en el tanque, esto es:

$$V = \frac{\Delta h}{\Delta t} \frac{\text{Area tanque}}{\text{Area pipeta}} \quad (8)$$

De esta manera se obtienen fácilmente entre 30 y 50 datos (h, t) que se transforman en (h, V) ó (h, Q) .

Adicionalmente, se deben considerar los siguientes aspectos cuando se esté empleando el reómetro con suspensiones de sólidos altamente concentradas:

- Al hacer la toma de datos (h, t) , registrar los momentos a partir de los cuales comienzan a ocurrir las siguientes situaciones:
 - Sedimentación en el interior de la pipeta.
 - Adherencia del flujo a la pared externa de la pipeta en el momento de salir y antes de caer.
 - Cuando de la pipeta comiencen a caer gotas en lugar de un flujo continuo, terminar la observación. Registrar la respectiva altura en el tanque, la cual se denominará "Altura de Goteo".
- Se propone hacer la observación para diferentes longitudes de pipeta con la misma concentración. Esto con el fin de independizar los cálculos de las pérdidas locales que se producen en el orificio de entrada al capilar.
- Luego se grafican los puntos (h, V) y se trazan las curvas para las diferentes longitudes de pipeta. La forma de estas curvas se presenta en la figura 3.

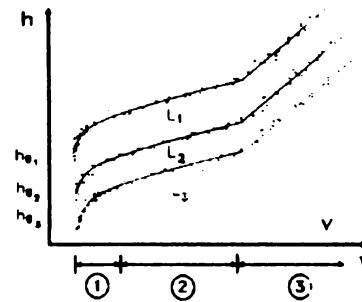


Figura 3. Tendencia de los datos (h, V) .

En las curvas de la figura 3 se identifican tres zonas:

- Zona 1: Llamada zona capilar. Comprende los datos tomados entre el momento a partir del cual la vena de flujo se pega a la pared externa cuando sale de la pipeta (comienzan a actuar fuerzas de tensión superficial sobre el flujo) y el momento en el cual comienzan a caer las gotas (el flujo es dominado totalmente por las fuerzas de tensión superficial).
- Zona 2: Llamada zona laminar. Comprende la región lineal de la curva, cuyo inicio coincide en forma aproximada con el momento en el cual la vena de flujo se pega a la pared del capilar.
- Zona 3: Llamada zona de transición a turbulenta. Comprende la porción de ascenso brusco de la curva.

Para efectos prácticos sólo se tendrán en cuenta los datos de la zona 2, por considerar que son verdaderamente representativos del flujo laminar.

2.3 Análisis para fluidos newtonianos

La ecuación reológica de estos fluidos es de la forma de la ecuación (1). Si el flujo es laminar, o sea del tipo Hagen-Poiseuille, se sabe que:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\mu}{\rho VD} \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (7), resulta:

$$h = \frac{V^2(\alpha + k)}{2g} + \frac{32\mu LV}{\rho g D^2} \quad (10)$$

Tomando, de la figura 3, valores de h y L para V constante, la ecuación (10) corresponde a una línea recta con pendiente m e intercepto b iguales a:

$$m = \frac{32\mu V}{D^2 \rho g} \quad b = \frac{(\alpha + k)V^2}{2g}$$

Una regresión lineal sobre los datos (h, L) permite medir la viscosidad μ por intercepto y $(\alpha + k)$ por pendiente, y como en este tipo de fluidos $\alpha = 2$, se puede obtener también el valor de K.

2.4 Análisis para el modelo ley potencial de Ostwald

Se sabe que:

$$\tau_w = \gamma h_f \left(\frac{R}{2L} \right) \quad (11)$$

Igualando (11) con (5), resulta

$$K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} = \gamma h_f \left(\frac{D}{4L} \right) \quad (12)$$

Sustituyendo en (12) la expresión para γh_f que aparece en (7), se obtiene el siguiente arreglo para h:

$$h = \frac{8^{n'+1} V^{n'} K'}{2\rho g D^n} \left(\frac{L}{D} \right) + \frac{V^2}{2g} (\alpha + k) \quad (13)$$

Donde D y L son las dimensiones de la pipeta.

Dividiendo por $V^2/2g$ con el objeto de volver la ecuación adimensional, ésta se transforma en:

$$\frac{h}{V^2/2g} = \frac{64 K' 8^{n'-1}}{\rho D^n V^{2-n}} \left(\frac{L}{D} \right) + (\alpha + k) \quad (14)$$

En esta ecuación se tienen como incógnitas n, K' y $(\alpha + k)$, donde:

- n, K': Parámetros reológicos del modelo potencial.
- k : Coeficiente de pérdidas por entrada a orificio
- α : Coeficiente de Coriolis

$$\alpha = \frac{3n+1}{n+1} \quad (15)$$

Al observar detenidamente la ecuación (14) se puede identificar que el coeficiente del primer término de la derecha es el número generalizado de Reynolds (Re'). Sustituyendo esta expresión en (14), se obtiene finalmente:

$$\frac{h}{V^2/2g} = \frac{64}{Re'} \left(\frac{L}{D} \right) + (\alpha + k) \quad (16)$$

En donde la ecuación (16) corresponde a una línea recta con pendiente $m = 64/Re'$ e intercepto $b = (\alpha + k)$, esto es

$$\frac{h}{V^2/2g} = m \left(\frac{L}{D} \right) + b \quad (17)$$

Nótese que $m = 64/Re' = f_{Darcy} = 4.f_{Panning'}$ para flujo laminar. Así pues, mientras la pendiente de la ecuación (16) representa la componente de pérdidas por fricción en el régimen laminar, el intercepto $(\alpha + k)$, representa la componente que cuantifica las pérdidas locales a la entrada y salida de la pipeta.

Ahora, si de la gráfica h.vs.V se escogen varias velocidades pertenecientes a la zona 2, de forma que abarquen toda la región laminar y se leen las respectivas alturas (h) a las cuales fueron alcanzadas las diferentes velocidades seleccionadas en cada una de las longitudes de pipeta ensayadas, entonces se tiene para cada velocidad escogida (V_i), una serie de datos (h_i, L_i). Llevando estos datos a una gráfica de la forma $h/(V^2/2g)$.vs.L/D se obtiene un conjunto de rectas (una para cada velocidad escogida) de la forma dada por la ecuación (16), tal como se muestra en la figura 4.

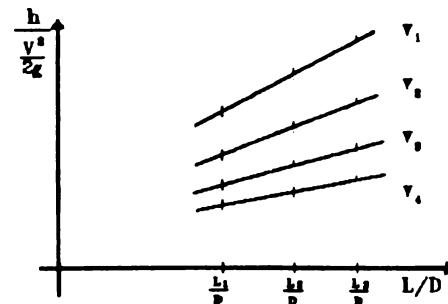


Figura 4. Diagrama adimensional del reómetro.

2.4.1 Determinación de n, K' y K. Revisando nuevamente la ecuación (14), los parámetros n y K' de la ley potencial sólo hacen parte del primer término de la derecha de dicha ecuación, es decir, dichos parámetros están involucrados en las pendientes de las rectas obtenidas para cada velocidad o, lo que es lo mismo, en la componente asociada a las pérdidas por fricción.

De acuerdo con lo anterior, si se hace un ajuste lineal de la ecuación (16) en la forma Δh .vs. ΔL con los datos (h_i, L_i) leídos de las curvas h. vs.V para cada V_i de la zona 2 se obtienen las pendientes de cada una de las rectas anteriores en función de la velocidad, es decir, $m = 4.f_{Panning} = \Phi(V)$, lo cual permite reproducir parejas de puntos (V_i, f_i).

Si se considera únicamente la pendiente de dichas rectas en función de la velocidad, lo que es factible, ya que para la zona de flujo laminar completamente desarrollado, que es donde se está trabajando, no hay efectos de pérdidas

locales, entonces se tiene que:

$$f = \frac{64}{Re'} = \left(\frac{64 K' 8^{n-1}}{\rho D^n} \right) V^{n-2} \quad (18)$$

Los valores de n y K' se pueden obtener haciendo una regresión lineal en el espacio logarítmico para f y V :

$$\ln f = (n-2) \ln V + \ln \left(\frac{64 K' 8^{n-1}}{\rho D^n} \right)$$

Si adicionalmente se reemplazan n y K' en la ecuación (6) se encuentra K .

2.4.2 Determinación de $(\alpha+k)$. El diagrama adimensional $h/(V^2/2g)$ vs. L/D puso de manifiesto otro hecho importante y es la variación de k (coeficiente de pérdidas por entrada a orificio) con la velocidad para una misma longitud. Esto se evidencia en la figura 4 por el desplazamiento de los interceptos $(\alpha+k)$ para una misma longitud a medida que varía la velocidad. Se afirma además que es k la que varía con la velocidad y no α , puesto que según la ecuación (15), $\alpha=f(n)$ y n es contante para un fluido particular.

Ahora, despejando k de la ecuación (16) y reemplazando a α por la ecuación (15), resulta:

$$k = \frac{K' 8^{n+1}}{\rho D^n V^{2-n}} \left(\frac{L}{D} \right) - \frac{h}{V^2/2g} + \frac{3n+1}{n+1} \quad (19)$$

Se presenta así una ecuación de la forma:

$$k = \frac{C_1}{Re} + f(V) \quad (20)$$

Donde $Re = f(V, D, \rho, K', n)$.

Puesto que k está variando con la velocidad, se planteó el experimento de tal forma que todos los parámetros del Re permanecieran constantes, menos la velocidad. En este sentido, datos pertenecientes a muestras del mismo material, preparadas a la misma concentración y ensayadas en la misma pipeta, conservan sus parámetros D , n , K y ρ constantes y sólo difieren en sus velocidades. Puesto que todos los parámetros anteriores son conocidos, se puede ir directamente a la ecuación (19) y obtener k para una velocidad dada.

Graficando k vs Re en escala natural se obtiene una hipérbola equilátera desplazada una cierta cantidad "Y" en la dirección negativa del eje k , tal como se muestra en la figura 5.

Perdidas Locales
Coolin Cw= 25%

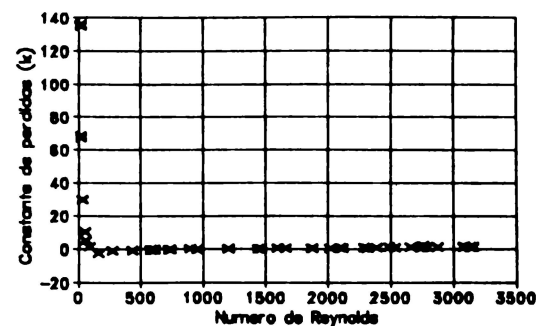


Figura 5. Pérdidas locales (normal).

Si al parámetro k se le adiciona un valor fijo igual a "Y" con el propósito de poder graficar esta curva en escala logarítmica se obtiene una curva k .vs. Re , (figura 6), donde los valores se ajustan sorprendentemente bien. Estos resultados llaman la atención sobre los estudios realizados con agua por James Villemonte (1977) y la ASME, según los cuales, para régimen laminar y de transición que son las condiciones de operación de este reómetro, k varía con la velocidad y por ende con el número de Reynolds. Esto es:

$$k = f \left(\frac{1}{Re} \right), \quad \text{con } n < 1 \quad (21)$$

lo cual hace pensar que estos trabajos pueden ser extendidos a otros fluidos diferentes de agua. En la literatura consultada sin embargo, no se encontró nada al respecto, por lo que se propone el tema como materia de futuras investigaciones.

Perdidas Locales
Coolin Cw= 25%

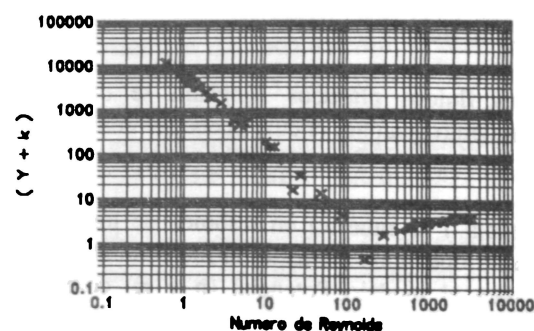


Figura 6. Pérdidas Locales (Logarítmica).

2.5 Reograma de los fluidos de ley potencial, τ .vs. dv/dy

A diferencia de los viscosímetros de tubo convencionales, en los cuales a partir de las curvas de flujo se obtienen los parámetros n y K del modelo, en el reómetro que aquí se propone se llega a la curva absoluta de flujo, una vez determinados dichos parámetros. Así, un indicativo de la calidad del ajuste de un modelo particular al comportamiento real de un determinado fluido, lo da la buena correlación de los ajustes obtenidos en el desarrollo del modelo.

Por otra parte, a diferencia de algunos viscosímetros rotatorios en los que sólo con dos puntos se construye la curva absoluta de flujo, con este reómetro la curva se construye empleando todos los datos de velocidad obtenidos, los cuales pueden oscilar entre 30 y 50 puntos.

Para construir la curva de flujo se hace uso de las siguientes ecuaciones, las cuales se derivan del análisis del flujo laminar en tuberías:

Tasa de corte:

$$\left(-\frac{dv}{dr}\right) = \left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)\left(\frac{8V}{D}\right) \quad (22)$$

en donde, para fluidos de ley potencial, $n'=n$

Tensión cortante:

$$\tau_w = \frac{D \Delta P}{4L}, \text{ con } \Delta P = \rho gh - \frac{1}{2} \rho V^2(\alpha + k) \quad (23)$$

Puesto que n' , $\alpha = f(n)$ y $k = f(V)$ son conocidos de procedimientos anteriores, se obtienen parejas de puntos ($\tau, dv/dy$) en la pared variando la velocidad, las cuales graficadas en escala normal, permiten obtener la curva absoluta de flujo.

Para los fluidos plásticos Bingham se desarrolló un procedimiento análogo, el cual puede ser consultado en el trabajo de Castro y Toro (1992).

En la tabla 1 se muestra un resumen de los parámetros reológicos obtenidos mediante la metodología propuesta, tanto para el modelo Potencial (n y K) como para el modelo Bingham (μ_p y τ_y), con una suspensión de caolín trabajada a distintas concentraciones.

Tal como se puede observar en la tabla 1, para el modelo potencial, los valores obtenidos de n , fueron todos menores que la unidad. Esto implica que a la luz de este modelo,

el fluido presenta un comportamiento pseudoplástico. Sin embargo, fluidos con un comportamiento marcadamente no newtoniano, es decir con $n < 0.4$, que es el caso que nos ocupa, en donde la mayor n obtenida fue de 0.3011 para una concentración por peso del 25%, pueden ser tratados en forma exitosa indistintamente como fluidos pseudoplásticos o como plásticos Bingham, lo que explica las elevadas correlaciones obtenidas con ambos modelos. Esto puede ser comprobado directamente al observar la forma como las curvas de ambos modelos se ajustaron a la nube de datos experimentales.

Adicionalmente, a partir de los resultados de la tabla 1, se dedujeron las ecuaciones que permitieran relacionar los parámetros reológicos de ambos modelos con la concentración de sólidos por volumen. Estas ecuaciones se presentan a continuación junto con su solución gráfica (figura 7):

$$\mu_p = \frac{e^{0.14086 C_v}}{100} \quad (24)$$

$$\tau_y = 0.014 C_v^{3.233} \quad (25)$$

$$n = e^{-0.110236 C_v} \quad (26)$$

$$K = e^{0.2417598 C_v} \quad (27)$$

Estas ecuaciones están dadas en sistema C.G.S. y sus correlaciones fueron todas superiores al 98% para el rango del 20 al 35 % por peso. Sin embargo, se debe tener especial cuidado al evaluarlas para valores de C_v menores al 6% y mayores a 20%.

En la figura 7 se presentan las curvas de consistencia o curvas absolutas de flujo obtenidas para cada modelo, en las diferentes concentraciones trabajadas.

3. LA SEDIMENTABILIDAD DE LOS SOLIDOS

Antes de entrar a analizar las características de la sedimentación en las suspensiones de caolín manipuladas es necesario aclarar que en ellas sobresalen dos tipos de partículas básicamente:

- Cuarzos finos que se sedimentan en una suspensión de caolín.
- Partículas de caolín que se sedimentan en agua.

Tabla 1. Parámetros reológicos obtenidos para el modelo potencial (n,k) y para el modelo Bingham (μ_p, τ_y)

PARAMETROS REOLOGICOS					
C_w %	μ_p Poises	τ_y (dina/cm ²)	n	K	C_v %
0	0.0100	0.000	1.0000	1.00	0.00
25	0.0454	37.845	0.3011	10.96	11.36
30	0.0706	69.472	0.2363	26.90	14.15
35	0.1228	144.05	0.1323	88.94	17.16

3.1 Velocidad de sedimentación de los cuarzos.

Puesto que al analizar el caso de la sedimentación de los sólidos el problema crítico lo constituye la sedimentación de los cuarzos en la suspensión de caolín, que como se sabe es altamente no newtoniana, entonces el manejo del problema debe hacerse a la luz de la teoría desarrollada por M. Y. Dedegil (1987), la cual hace referencia a la sedimentación de partículas individuales esféricas en medios suspensivos no newtonianos. Puesto que el porcentaje de cuarzos es relativamente bajo (menos del 10%), entonces se puede suponer que dichas partículas aún se sedimentan individualmente sin crear interferencia mutua; por otro lado, los cuarzos tienen formas regulares que se pueden aproximar a esferas y el caolín en suspensión puede ser tratado como un plástico Bingham, lo que implica que se satisfacen todos los requisitos de la teoría.

Para un fluido plástico Bingham, la existencia de una tensión de cedencia $\tau_y \neq 0$ implica que partículas por debajo de un cierto tamaño de grano no se sedimentan sino que permanecen en suspensión. Esto ocurre cuando las fuerzas debidas al peso, al empuje y a la tensión de cedencia se encuentran en equilibrio. Para partículas esféricas:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho_L) g = \left(\frac{\pi d}{2} \right)^2 \tau_y \quad (28)$$

El diámetro crítico para estas partículas es por tanto:

$$d = \frac{3\pi}{2} \frac{\tau_y}{(\rho_s - \rho_L)g} \quad (29)$$

Calculando el diámetro máximo de grano para cada concentración por debajo del cual las partículas de cuarzo ($\rho \approx 2.65 \text{ gr/cm}^3$) no se sedimentan sino que permanecen

en suspensión, a partir de la ecuación (2) se obtienen los resultados que se presentan en la tabla 2.

De acuerdo con los resultados de la tabla 2, los cuarzos finos presentes en la suspensión no se sedimentan a ninguna de las concentraciones consideradas, pues el diámetro máximo de cuarzos con que cuenta la suspensión (0.6 mm), es muy inferior a cualquiera de los diámetros calculados que marcan el comienzo de la sedimentación.

De esta forma, puesto que la presencia de las partículas de caolín es garantía suficiente para mantener los cuarzos en suspensión, no hay necesidad de continuar con los cálculos.

Para hallar la concentración crítica a la cual comienzan a sedimentarse los cuarzos en el caolín puede hacerse uso de la ecuación (28), reemplazando a τ_y y ρ_L en función de C_v , esto es:

$$\frac{3\pi}{2} \frac{0.01416}{g d} C_v^{3.233} + 0.016 C_v - 1.65 = 0 \quad (30)$$

Ahora, resolviendo la ecuación anterior, se tiene que $C_{vc} = 9.23\%$ o $C_{wc} = 20.9\%$.

Sin embargo, aunque para las concentraciones consideradas (25%, 30% y 35%), los cuarzos permanecen suspendidos en el caolín y sus velocidades de sedimentación respecto a la suspensión son despreciables, es necesario entrar a analizar el comportamiento de la suspensión en sí misma con el fin de determinar si el caolín se está sedimentando con respecto al agua.

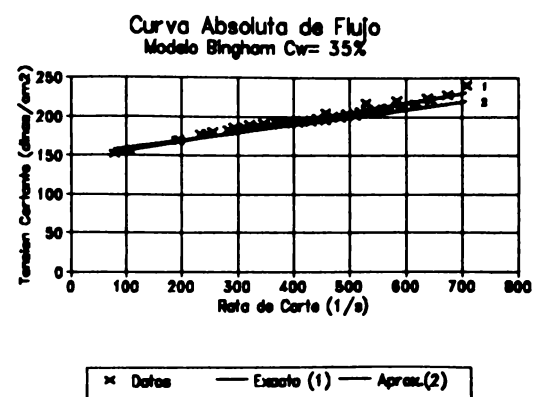
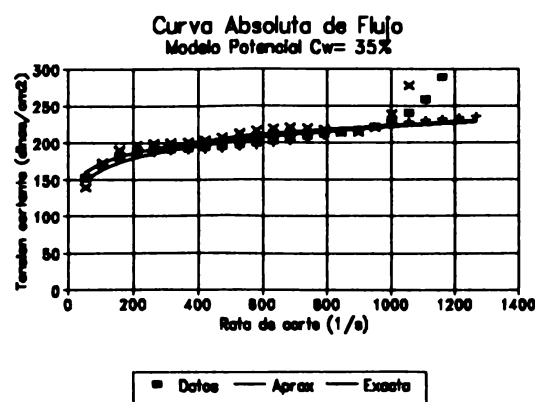
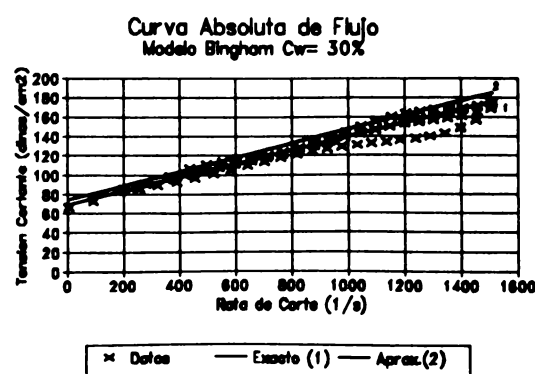
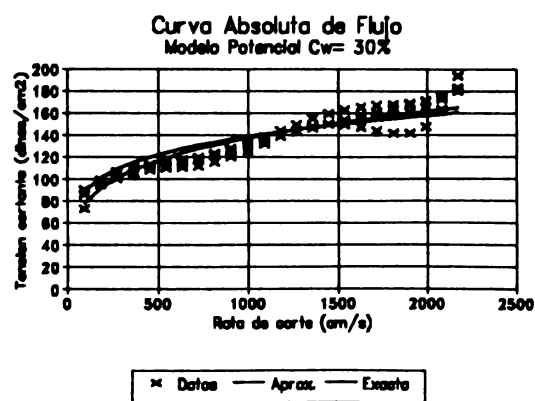
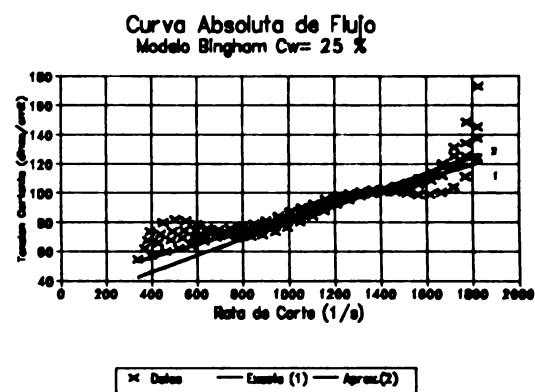
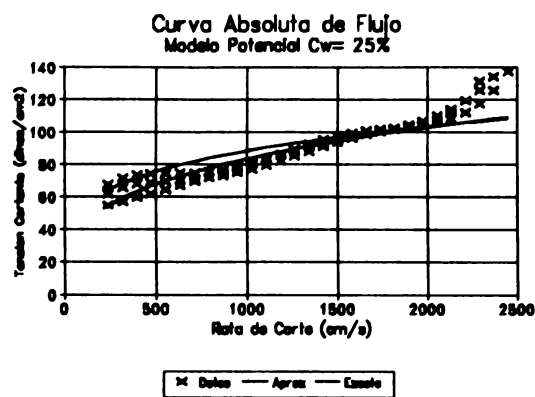


Figura 7. Curvas de consistencia para cada modelo, en diferentes concentraciones.

Tabla 2. Valores de las variables para el cálculo del diámetro crítico.

C_w (%)	τ_y	ρ	d_c (cm)
25	37,8447	1,1818	0,1242
30	69,4723	1,2264	0,23514
35	144,0467	1,2745	0,504597

Sin embargo, aunque para las concentraciones consideradas (25%, 30% y 35%), los cuarzos permanecen suspendidos en el caolín y sus velocidades de sedimentación respecto a la suspensión son despreciables, es necesario entrar a analizar el comportamiento de la suspensión en sí misma con el fin de determinar si el caolín se está sedimentando con respecto al agua.

3.2 Velocidad de sedimentación de la suspensión.

Cuando el tamaño de las partículas oscila entre 0.1 y 20 micrones, las fuerzas físico-químicas responsables del comportamiento coloidal cobran mucha importancia, ya que el tamaño de las partículas no es lo suficientemente grande para contrarrestar estas fuerzas. De esta forma, aunque la suspensión no sea estrictamente coloidal, como consecuencia de la preponderancia de estas fuerzas se va a presentar en la suspensión una floculación espontánea de las partículas (autofloculación) y los procesos de depositación pasarán a ser dominados por efectos de floculación.

En las suspensiones floculentas, las partículas establecen unos puentes entre sí que las mantienen aglutinadas en flocs. Cuando un grupo de estas partículas, orientadas aleatoriamente, se sedimenta en el fluido, la velocidad del floc será mayor que la de las partículas individuales.

En suspensiones diluidas de partículas floculentas, el proceso de sedimentación puede considerarse como una separación de las partículas individuales de la suspensión, la cual se torna cada vez más diluida, es decir, la suspensión se va clarificando lentamente, en forma generalizada, a través de todo el volumen. Puesto que las partículas se sedimentan individualmente, las ecuaciones para la sedimentación de partículas individuales son válidas, siempre y cuando el volumen de sólidos tenga en consideración una cantidad adicional debida a la estructura del floc.

En suspensiones con alta concentración de partículas floculentas (mayores de 10.000 mg/l), las partículas o flocs se sedimentan, no individualmente sino como una

estructura. A medida que esta estructura de partículas se sedimenta, aparece en la parte superior del recipiente que la contiene, una capa de líquido clarificado, la cual se encuentra separada de la suspensión que hay debajo de ella por medio de una interfase perfectamente delimitada. Este tipo de sedimentación, llamado "sedimentación autointerferida" (Hindered Settling), puede ser interpretado como la separación del fluido de la suspensión, la cual se torna cada vez más concentrada.

Sin embargo, a medida que la concentración de la suspensión aumenta, la velocidad de sedimentación de los flocs se ve reducida debido al flujo ascendente del fluido desplazado por los mismos flocs al caer. En consecuencia, mientras mayor sea la concentración de sólidos, menor será la velocidad de sedimentación de la masa. A concentraciones muy altas, el flujo vertical puede llegar a ser tan fuerte, que las fuerzas de arrastre del fluido ascendente sobre los flocs pueden igualar a las fuerzas descendentes gravitacionales, produciéndose un estado de equilibrio dinámico en el cual el movimiento vertical de los flocs es prácticamente despreciable, pues las tasas de sedimentación son extremadamente bajas. Cuando esto ocurre se dice que la suspensión está en "Compactación" o que se trata de un lodo fluidizado. De esta forma, suspensiones que se sedimentan pueden llegar a formar suspensiones que no se sedimentan con sólo aumentar la concentración de los sólidos o con incrementar el porcentaje de finos.

Desde el punto de vista de las aplicaciones en el diseño de conducciones, suspensiones y coladas con velocidades de sedimentación menores a 0.06-0.15 cm/s (0.002-0.005 pies/s) son consideradas como no sedimentables.

Para la sedimentación autointerferida no interesa determinar la velocidad de caída de las partículas individuales sino la velocidad de sedimentación de la suspensión. Es entonces claro que para el problema en cuestión sólo interesa calcular la velocidad de sedimentación de la suspensión de caolín.

Puesto que la velocidad de sedimentación de suspensiones

floculentas depende de muchos factores difíciles de cuantificar, no existen métodos directos de cálculo. Sin embargo, una aproximación aceptable se puede conseguir empleando las fórmulas para partículas individuales, pero tomando la densidad y la viscosidad de la suspensión en lugar de las del fluido; ésto, especialmente cuando se trate de partículas gruesas sedimentándose en suspensiones de partículas finas.

Para suspensiones concentradas de partículas floculentas, con diámetros inferiores a 100 micras y con sedimentación autointerferida, es posible emplear la expresión propuesta por Richardson y Zaki, (1954):

$$w_{s,m} = w_s(1-C)^n \quad (31)$$

Donde:

$W_{s,m}$: Velocidad de sedimentación de la suspensión o velocidad de sedimentación de los flocs en mezclas agua-sedimento.

W_s : Velocidad de caída libre de los flocs, asumiendo que todos caen con la misma tasa de sedimentación, según la ley de Stokes.

n : Es una función de Re , FF y de la geometría del recipiente. Varía entre 3 y 5. Despreciando la geometría se puede tomar un valor promedio de n igual a 4.5.

Calculando la velocidad de sedimentación de la suspensión trabajada, se tiene:

- Para partículas individuales de caolín sedimentándose en agua de acuerdo con la ley de Stokes:

$$w_s = \frac{gd^2(\rho_s - \rho_w)}{18\mu_w K} \quad (32)$$

Utilizando como diámetro de partícula $d_{50} = 0.005$ cm y K (Factor de Forma del caolín) = 1.3 se obtiene una velocidad de sedimentación $w_s = 0.167$ cm/s.

- Usando la ecuación (31), con $n = 4.5$ cm y $w_s = 0.167$ cm/s, se obtienen los valores de $W_{s,m}$ que aparecen en la tabla 3.

Como se observa las velocidades de sedimentación calculadas son todas menores a 0.15 cm/s, lo que significa que las suspensiones de caolín empleadas pueden ser tratadas en el diseño como **no sedimentables**.

Otra forma de determinar la velocidad de sedimentación autointerferida de una suspensión, consiste en realizar ensayos de consolidación en el laboratorio, midiendo el

abatimiento de la interfase fluido - sedimento.

Aunque los resultados obtenidos con la ecuación (31) son bastante ajustados a los obtenidos en el laboratorio con la columna de sedimentación para la muestra de material de nuestro interés, hay que tener cuidado con las mezclas que se estén manipulando, ya que, al igual que los parámetros reológicos del fluido, las velocidades de sedimentación dependen del pH.

Ahora, para saber si se está por dentro o por fuera de la zona de compactación que se presenta dentro del rango de sedimentación autointerferida, es necesario calcular la concentración crítica de sedimentación.

3.3 Concentración crítica que marca el comienzo de la compactación

De los resultados presentados por Thomas, (1963), de sus observaciones con columnas de sedimentación para suspensiones a distintas concentraciones, se tiene que para suspensiones floculentas diluidas, las tasas de sedimentación autointerferida son independientes del diámetro de la columna.

Sin embargo, a medida que la concentración aumenta, las tasas de sedimentación parecen experimentar una dependencia con el diámetro, lo cual se manifiesta por el brusco decrecimiento que se registra en éstas a partir de ciertos valores de concentración que varían según el diámetro. La concentración a la cual ocurre este fenómeno se conoce como "concentración crítica de compactación". Es necesario destacar que una vez se alcanza la concentración crítica, la suspensión pasa prácticamente en forma automática del régimen de sedimentación autointerferida (donde sedimenta entre 10 y 100 veces mas rápido) al régimen de compactación y que a medida que el diámetro de la columna o tubo disminuye, la concentración crítica de compactación también disminuye.

Para tener un estimativo del valor de la concentración crítica a la cual comienza la compactación, se puede hacer uso de la siguiente relación empírica propuesta por Thomas:

$$\frac{\Phi_c(\rho_s - \rho_L)gH^{1/3}D_c^{2/3}}{g_c \tau_y} = 220 \quad (33)$$

Donde:

Φ_c : Concentración crítica de compactación por volumen.

g_c : Factor de conversión (lbm/lbf)(pies/s²)

H : Profundidad (pies)

D_c : Diámetro del contenedor (pies)

g : Aceleración de la gravedad (pies/s²)

Tabla 3. Velocidad de sedimentación y Concentración Crítica de Compactación .

C_w (%)	C_v (%)	$w_{s,m}$ (cm/s)	τ_y (dinas/cm ²)	ρ_L (gr/cm ³)	Φ_c	C_{vc} (%)
25	11.36	0.097	37.84	1.1818	0.032	3.2
30	14.15	0.084	69.47	1.2264	0.060	6.0
35	17.16	0.072	144.05	1.2745	0.124	12.4

Despejando Φ_c de la ecuación anterior y transformándola al sistema C.G.S., se obtiene:

$$\Phi_c = \frac{6.83 \tau_y}{(\rho_s - \rho_L)g D} \quad (34)$$

El caolín y las arcillas en general flocculan cuando están en suspensión, como consecuencia de las fuerzas de atracción desarrolladas entre las partículas de la fracción coloidal. En el caolín manipulado, el 50% del material se encuentra en estado coloidal por lo que la suspensión sedimenta en forma autointerferida.

Tomando como diámetro de la columna $D_c = 2"$ que es el caso más desfavorable (el que hace Φ_c más grande) para el estudio, se obtienen los valores de concentración crítica presentados en la tabla 3.

Tal como lo demuestran estos resultados, para cada uno de los casos analizados se encontraron concentraciones críticas por debajo de las respectivas concentraciones analizadas (comparar C_{vc} con C_v). Estos resultados son garantía suficiente de que la suspensión, a las concentraciones consideradas, se encuentra en régimen de compactación, lo cual era predecible si se considera que ya se había establecido que la suspensión era no sedimentable.

Si bien es cierto que estas ecuaciones son de gran ayuda en la determinación de las características de sedimentación de la mezcla, a todas luces es recomendable hacer el ensayo en la columna de sedimentación, para lo cual se puede utilizar el mismo recipiente empleado en la reometría.

Hasta este punto, básicamente lo que se ha hecho es caracterizar físicamente a los sistemas constituidos por una fase sólida y otra líquida. A continuación serán tratados los aspectos relacionados con el diseño hidráulico de

conducciones para dichos sistemas.

4. ASPECTOS TECNICOS DEL TRANSPORTE DE SOLIDOS POR TUBERIA

4.1 Estabilidad en la conducción: deposición en tuberías

En la sección precedente se expuso la mecánica de sedimentación de partículas discretas en un fluido en reposo. Se consideró luego el efecto que podía tener la presencia de partículas adicionales sobre la caída de la partícula en cuestión y se concluyó analizando la sedimentación de suspensiones, también dentro de un fluido en reposo. Se considera ahora el efecto de la sedimentación de suspensiones, pero ya no dentro de un fluido en reposo, sino dentro de un fluido en movimiento como es el caso del flujo en tuberías, ya que la deposición de los sólidos al interior de la tubería, determina la estabilidad de la conducción a largo plazo.

Dependiendo de la naturaleza del material a transportar, del tamaño de las partículas, de su concentración y de la velocidad de transporte, el flujo de una suspensión puede ser considerado como Homogéneo o Heterogéneo.

- Flujo Homogéneo: es aquel en el cual los sólidos se encuentran uniformemente distribuidos a través de todo el medio líquido. Hay un predominio de los esfuerzos viscosos sobre los esfuerzos inerciales. Es característico de suspensiones concentradas y con tamaño de partículas muy fino.
- Flujo Heterogéneo: es aquel en el cual los sólidos no se encuentran uniformemente distribuidos, presentando gradientes de concentración pronunciados a lo largo del eje vertical de la tubería. Hay predominio de los esfuerzos inerciales; cada fase conserva sus características como una entidad separada; es

característico de suspensiones diluidas y con tamaño de partícula relativamente grande.

El mejor criterio para cuantificar la separación entre los flujos homogéneo y heterogéneo es el basado en el parámetro C/C_A que define los gradientes de concentración tanto en tuberías como en canales. Este parámetro permite conocer la distribución de los sólidos con la profundidad dependiendo de la razón entre la tendencia de las partículas a sedimentarse (w) y la intensidad de la turbulencia ($\beta x v^*$). Para tuberías se tiene:

$$\log \left(\frac{C}{C_A} \right) = -1.8 \left(\frac{w}{\beta x v^*} \right) \quad (35)$$

donde:

- C: Concentración en un plano cualquiera, a una profundidad r .
- C_A : Concentración en un plano arbitrario de referencia, el cual por lo general se toma en el eje del tubo.
- x : Constante de Von-Karman. Para el agua clara $x=0.4$.
- β : Constante según el tamaño de las partículas (mayor que la unidad).

En el diseño de conducciones se asume: $\beta=1$ y $x=0.4$.

Con las suposiciones anteriores, (35) se reduce a:

$$\log \left(\frac{C}{C_A} \right) = -4.5 \left(\frac{w}{v^*} \right) \quad (36)$$

De acuerdo con una serie de revisiones a que ha sido sometida la ecuación anterior (Wasp et al, 1970) se tiene que las condiciones de flujo pueden ser caracterizadas por los valores de C/C_A así:

- Suspensión homogénea: $C/C_A \geq 0.8$
- Suspensión Intermedia: $0.8 > C/C_A > 0.1$
- Suspensión heterogénea: $C/C_A \leq 0.1$

Se debe considerar un valor crítico de la velocidad por debajo del cual se presenta la acumulación progresiva de los sólidos en el fondo, lo que compromete la estabilidad de la tubería. A este valor de la velocidad se le conoce como **Velocidad Mínima de Transporte**.

En las suspensiones heterogéneas, la velocidad crítica por debajo de la cual se establece un lecho de sólidos estacionario que crece progresivamente, se conoce como **Velocidad de Depositación**. A esta velocidad, la tendencia de las partículas a sedimentarse bajo la acción de fuerzas gravitacionales, apenas es excedida por las fuerzas turbulentas que tienden a mantener las partículas en

suspensión. Por esta razón, la velocidad mínima de transporte, conocida en este caso como Velocidad de Depositación, estará directamente relacionada con la velocidad de caída de las partículas y la intensidad de la turbulencia existente en el sistema. Al estar relacionada con la velocidad de caída de las partículas, la velocidad de depositación modifica su valor con el tamaño de los flocs, la densidad de los mismos y la concentración de sólidos; al estar relacionada con la intensidad de la turbulencia, la velocidad de depositación depende del factor w/V^* , principal agente responsable de la distribución de sólidos en el flujo. Adicionalmente, la velocidad de depositación incrementa su valor con el aumento del diámetro de la tubería.

En suspensiones homogéneas, la turbulencia incipiente existente en las condiciones de transición es suficiente para sostener las partículas en suspensión sin comprometer la estabilidad de la conducción. Así, para estas suspensiones se considera como velocidad mínima de transporte la **Velocidad de Transición**, ya que por debajo de esta velocidad no existen fuerzas turbulentas que mantengan las partículas en suspensión. Como consecuencia de esto, sistemas que operen en régimen laminar van a tener siempre asociado el riesgo de la depositación de "fracciones heterogéneas" que puedan estar presentes en la suspensión, que se concentren en el fondo del conducto y restrinjan la capacidad hidráulica del mismo, dando pie al desarrollo progresivo de la colmatación del conducto.

En términos generales se puede decir que mientras para velocidades cercanas a la velocidad de depositación prevalecen las condiciones heterogéneas, para velocidades altas prevalecen las condiciones homogéneas, dado que los gradientes de concentración tienden a hacerse menos pronunciados con el aumento en la velocidad, aunque claro está, algunas suspensiones son homogéneas a velocidades significativamente bajas.

Con el propósito de aclarar un poco más los conceptos que se acaban de desarrollar se incluye a continuación la figura 8, (ver Thomas, 1963), la cual relaciona la velocidad de depositación y la velocidad de transición con la tensión de cedencia τ_y (la cual es una medida de la concentración), para una suspensión de caolín en agua.

En la figura 8, valores bajos de τ_y caracterizan suspensiones diluidas, las cuales tienen asociados comportamientos heterogéneos y valores altos de τ_y caracterizan suspensiones concentradas, que a su vez, tienen asociados comportamientos homogéneos. De esta figura también es importante anotar que las velocidades superiores a la velocidad de transición corresponden a régimen turbulento y las velocidades inferiores

corresponden a régimen laminar.

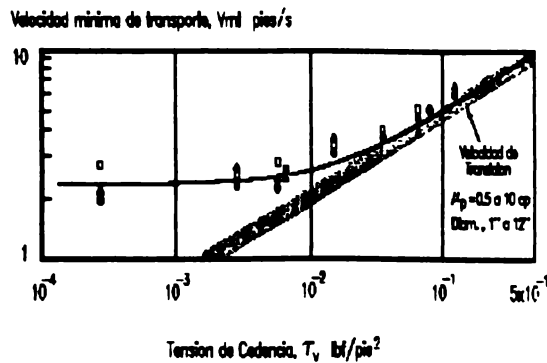


Figura 8. Efecto de la concentración sobre la velocidad de transición y de depositación para una suspensión de Caolín, según Thomas (1963).

Se puede observar que para suspensiones diluidas (heterogéneas), la velocidad de depositación de la suspensión es esencialmente una constante. Igualmente se puede observar que la velocidad de depositación en esta región es apreciablemente mayor que la velocidad de transición, lo que quiere decir que la velocidad mínima de transporte de suspensiones heterogéneas es muy superior a la velocidad requerida para iniciar la turbulencia. Esto explica porqué la velocidad de depositación de suspensiones heterogéneas se presenta en flujo turbulento.

A medida que la concentración es incrementada, la velocidad de depositación también aumenta, pero no tan rápidamente como la velocidad de transición, hasta que finalmente, para altas concentraciones (altos τ_y), ambas curvas coinciden.

Esto muestra que para concentraciones lo suficientemente elevadas donde la suspensión se encuentra en régimen de compactación, la velocidad mínima de transporte coincide con la velocidad de transición. A este respecto es necesario agregar que, aunque la literatura consultada recomienda en el caso de suspensiones no sedimentables diseñar para condiciones de transición, valdría la pena para suspensiones en compactación, investigar mas a fondo la posibilidad de diseñar dentro de la zona laminar con el fin de obtener diseños mas económicos.

4.2 Resistencia al flujo

Suspensiones homogéneas. Las pérdidas por fricción del flujo laminar en tuberías son debidas en su totalidad a las tensiones cortantes producidas por el deslizamiento entre capas adyacentes de fluido.

A altas velocidades sin embargo, las capas se desintegran en un patrón de flujo caótico dando lugar al régimen turbulento en el cual las tensiones cortantes ya no presentan una distribución ordenada sino que pasan a ser un fenómeno asociado a los impactos caóticos de masas de fluido. Adicionalmente, La velocidad local experimenta fluctuaciones aleatorias en magnitud y sentido lo que implica que un perfil de velocidades para un flujo turbulento lo que representa es el promedio de la velocidad local en los distintos puntos del diámetro, aunque por razones obvias, su pendiente ya no representa la tasa de corte como sí ocurría en el régimen laminar. En consecuencia, para el flujo turbulento resulta prácticamente imposible determinar la tasa de corte, los parámetros reológicos y desarrollar un análisis teórico de las pérdidas de energía mecánica.

Ante la ausencia de relaciones matemáticas que permitan modelar el flujo turbulento se han desarrollado una serie de números adimensionales que permiten relacionar los factores que generan la turbulencia con las pérdidas de presión por fricción. Para determinar el comportamiento de fluidos no newtonianos se pueden usar el factor de fricción de Fanning y el número de Reynolds siempre y cuando se usen los parámetros adecuados.

Como se recordará, para fluidos no newtonianos la viscosidad no puede ser calculada en flujo turbulento. En este sentido es necesario recurrir a la técnica que se sigue con los fluidos newtonianos en donde la viscosidad μ evaluada para condiciones de flujo laminar, al ser constante, es empleada en la relación DV_p/μ para evaluar el número de Reynolds del régimen turbulento. De la misma manera, para los fluidos no newtonianos (Plásticos Bingham y fluidos de Ley Potencial) se asume que las tensiones τ_w , que puedan ser usadas en el estudio de un sistema particular en flujo turbulento, están incluidas dentro del rango de tensiones cortantes para el cual se garantiza que los parámetros reológicos del modelo empleado permanecen constantes. De esta forma, es posible emplear cualquiera de las expresiones de viscosidad para la evaluación del número de Reynolds en régimen turbulento y de transición.

4.2.1 Ley potencial en régimen laminar. En el régimen laminar, la resistencia al flujo se debe a la viscosidad y puede ser evaluada haciendo uso de la ecuación

generalizada de Fanning que introduce un factor de fricción modificado basado en el Número Generalizado de Reynolds, R_e' , y que puede ser aplicado a los fluidos puramente viscosos independientes del tiempo.

Para el flujo laminar en tuberías, la relación universal de Fanning, $f = 16/R_e'$, con R_e' =número generalizado de Reynolds está dada por la ecuación:

$$R_e' = \frac{\rho D^{n'} V^{2-n'}}{K'(8^{n'-1})} \quad (37)$$

Para fluidos newtonianos ($n' = 1$ y $K' = \mu$), R_e' se reduce a la conocida expresión $DV\rho/\mu$, que no es más que un caso particular de la ecuación general (37).

Con el propósito de comprobar la validez del número generalizado de Reynolds, Dodge y Metzner evaluaron la expresión (37) correlacionando los resultados obtenidos con el factor de fricción de Fanning, reportando un excelente ajuste de todos los datos en flujo laminar. Adicionalmente, establecieron el comienzo de la turbulencia para todos los fluidos en un valor tentativo igual a 2100. Sin embargo, reportaron un pésimo ajuste de los datos con la ecuación de Von Karman para tubos circulares lisos en régimen turbulento. A este respecto, Metzner y Reed introdujeron una modificación a la ecuación de Von Karman, la cual será tratada seguidamente.

4.2.2 Ley potencial en régimen turbulento. Cuando la intensidad de la turbulencia es la que determina la restricción al flujo en fluidos que cumplen la ley potencial, se puede emplear la ecuación de Von Karman generalizada, adaptada por Metzner y Reed (1955), para su empleo con fluidos no newtonianos:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = A_{1n} \log(R_e' f^{1-\frac{n'}{2}}) + C_n' \quad (38)$$

$$A_{1n} = \frac{4.0}{(n')^{0.75}} \quad C_n' = \frac{-0.4}{(n')^{1.2}} \quad (39)$$

Es decir, A_{1n} y C_n' dependen del índice de comportamiento de flujo n' y deben ser evaluados experimentalmente. Para $n'=1$, la ecuación (38) se reduce a la ecuación originalmente propuesta por Von Karman.

La utilidad de la ecuación (38) (y del R_e') se visualiza en la figura 9, en donde ajustes con datos experimentales obtenidos por Dodge y Metzner (1959), con 146 fluidos no newtonianos en condiciones diferentes de flujo, reportaron una desviación media del 1.9% respecto a las curvas

correspondientes a la región turbulenta de dicha figura.

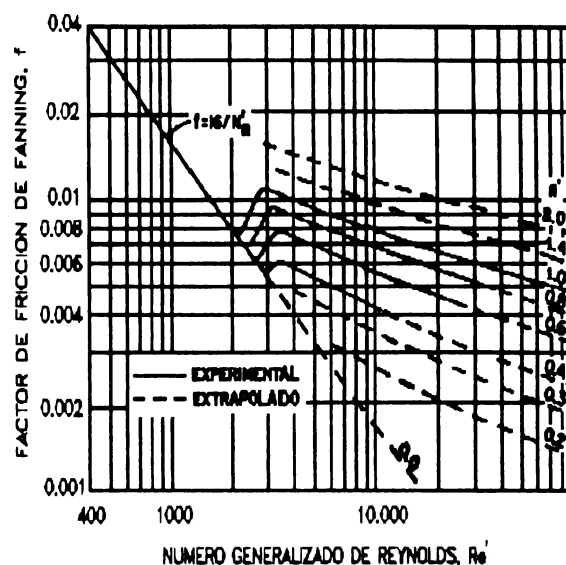


Figura 9. Diagrama Generalizado de f vs Re para fluidos no Newtonianos, según Dodge y Metzner (1959).

Pese a los excelentes resultados obtenidos por Dodge y Metzner, se recomienda, en fluidos con valores de n' muy alejados de la unidad, confirmar experimentalmente en plantas piloto los datos del flujo turbulento para las condiciones reales de diseño.

En vista de que los fluidos que no cumplen la ley potencial no tienen problemas en situaciones de flujo laminar con la relación universal $f=16/R_e'$ y que en flujo turbulento el hecho de que n' y K' sean o no constantes es inconsecuente para el empleo de la ecuación (38) siempre que n' sea evaluada en la pared, entonces el diagrama planteado por Metzner es válido para la gran mayoría de los fluidos puramente viscosos independientes del tiempo.

Las curvas de la figura 9 también pueden ser caracterizadas por una aproximación tipo Blasius para R_e' entre 5000 y 10^5 , lo cual puede ser de gran utilidad cuando se requiere de una ecuación explícita para el factor de fricción; esto es:

$$f = \frac{a_n}{(R_e')^{b_n}} \quad (40)$$

Las figuras 10 y 11 desarrolladas por Dodge y Metzner dan la dependencia entre a_n y b_n con relación a n' .

En resumen, para fluidos de ley potencial en régimen

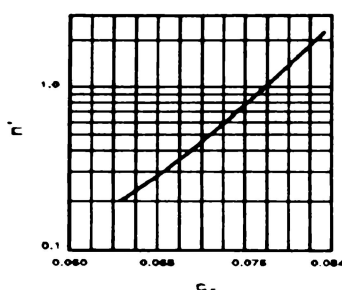


Figura 10. Gráfico a_n vs. n'

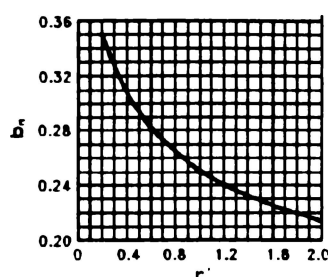


Figura 11. Gráfico b_n vs. n'

turbulento, se recomienda el uso de la figura 9 para la determinación del factor de fricción de Fanning. Una vez se evalúe el número de Reynolds y se determine el respectivo valor de f correspondiente a n' , el cálculo de las pérdidas de presión por fricción se efectúa en la misma manera que para el caso de los fluidos newtonianos.

4.2.3 Velocidad de transición. Un criterio para determinar el punto donde comienza la turbulencia está dado por el parámetro de estabilidad Z , propuesto por Ryan y Johnson (1951) el cual se define como:

$$Z = \frac{\rho v D}{2 \tau_w \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^{-1}} \quad (41)$$

De la ecuación (41) se observa que $Z=0$ en la pared de la tubería donde $v=0$ y en el eje del flujo donde $dv/dy=0$. Lo anterior implica que Z debe alcanzar su valor máximo en un punto r/R del radio, entre la pared y el eje de la tubería. En este punto comenzará la turbulencia una vez el Reynolds local alcance un valor crítico alrededor de 2100.

Se puede demostrar que para fluidos newtonianos, el número de Reynolds alcanza su valor crítico en un punto r/R del radio igual a $1/(3)^{1/4}$, el cual corresponde a un valor fijo de $Z_{max}=808$. Puesto que Z no incorpora en su definición ningún parámetro reológico se puede asumir que

es aplicable a todos los fluidos no newtonianos independientes del tiempo y que $Z_{max}=808$ es un valor general para estos fluidos (ver Wasp et al, 1977).

Aplicando un procedimiento similar para la ley potencial generalizada, se puede demostrar que:

$$Z = \frac{\rho V^2}{2 \tau_w} 2 \phi(n) = \frac{2 \phi(n)}{f_{Fanning}} \quad (42)$$

$$\phi(n) = \frac{(3n+1)^2}{n} \left(\frac{1}{n+2} \right)^{\frac{n+2}{n+1}} \quad (43)$$

Si se considera que $Z_c=808$, a partir de la ecuación (42) se obtiene la siguiente expresión para el factor de fricción en la transición:

$$f_c = \frac{2 \phi(n)}{808} = \frac{\phi(n)}{404} \quad (44)$$

De la ecuación anterior se tiene que para evaluar el factor de fricción crítico f_c de los fluidos de ley potencial basta con determinar experimentalmente el índice de comportamiento de flujo n .

En el caso de las suspensiones heterogéneas, una parte de la energía del fluido es disipada por la fricción, debida a la viscosidad o a la turbulencia como en el caso de las suspensiones homogéneas, y otra parte es utilizada para transportar los sólidos, disipando así una energía adicional por dispersión la cual debe ser tomada en cuenta en el diseño. La manera de calcularla se encuentra en el trabajo presentado por Castro y Toro (1992).

5. CONCLUSIONES

- El punto fundamental y definitivo para el éxito del diseño de conductos destinados al transporte de sólidos en suspensión radica en la correcta evaluación que se haga de los parámetros reológicos de flujo, ya que éstos inciden de una manera radical sobre la fricción y las condiciones de depositación, factores determinantes del diseño. A este respecto, el trabajo presenta una metodología útil, sencilla y de excelentes resultados para el caso de suspensiones homogéneas, que bien valdría la pena, se investigara con suspensiones heterogéneas.
- Aunque existen métodos empíricos que permiten determinar las condiciones de fricción y de depositación por medio de ecuaciones, es recomendable desde todo punto de vista, evaluar ambos aspectos

experimentalmente, para lo cual se recomienda, en el primero de los casos, disponer de una planta piloto donde se mida la fricción en los diámetros reales de la conducción y en el segundo de ellos, contar con una columna de sedimentación, la cual permite medir no sólo la velocidad de sedimentación de las partículas sino también la de la suspensión, en el caso de contar con una mezcla floculenta que presente sedimentación autointerferida.

- Para el caso de suspensiones en régimen de compactación, valdría la pena investigar más el comportamiento del flujo bajo condiciones críticas, a fin de proponer diseños mas económicos que permitan el transporte de la suspensión en régimen laminar.

REFERENCIAS

- ASME, *Boiler and Pressure Vessel Code*, New York, 1963.
- Castro, S. L., y C. M. Toro, Diseño de un ducto para el transporte de caolín. Tesis Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín, Colombia, vol. 1 y 2, 1992.
- Dedegil, M. Y., Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian suspensions. *Journal of Fluids Engineering*, Transactions, ASME, vol.109, No. 1987, pp. 319-323. Sep, 1987.
- Dodge, D. W. y A. B. Metzner, Turbulent flow of non-Newtonian systems. *AIChE Journal*, vol.5, pp. 189-204, 1959.
- Metzner, A. B. y J. C. Reed, Flow of non-Newtonian fluids: Correlation of the laminar, transition and turbulent flow regions. *AIChE Journal*, vol.1, pp. 434-440, 1955.
- Metzner, A. B., Non-Newtonian flow. *Ind. Eng. Chem.*, vol.49, 1429, 1957.
- Naranjo, J. A., Informes de laboratorio de hidráulica, Fotocopias Universidad Nacional, Medellín.
- Richardson, J. F. y W. K. Zaki, Sedimentation and fluidization. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, vol. 32, p. 35, 1954.
- Ryan, N. W. y M. M. Johnson, Transition from laminar to turbulent flow in pipes. *AIChE Journal*, vol.5, pp. 433-435, 1959.
- Sierra, C. M., *Hidráulica de la perforación rotatoria*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín, pp. 32-96, 1991.
- Thomas, D. G., Non-Newtonian suspensions, Part I, Physical properties and laminar transport characteristics. *Ind. Eng. Chem.*, vol.55, No. 11, pp. 18-29. Nov, 1963.
- Thomas, D. G., Non-Newtonian Suspensions, Part II, Turbulent transport characteristics. *Ind. Eng. Chem.*, vol.55, No. 12, pp. 27-35. Dec, 1963.
- Villemonete, J., Some basic concepts on flow in branching conduits. *Jour. Hydraul. Div.*, 1977.
- Wasp, E. J. et al., Deposition velocities, transition velocities and spatial distribution of solids in slurry pipelines. 1st Inst. Conf. on Hyd. Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng., Cranfield, U.K., paper H4. Sep, 1970.
- Wasp, E. J., J. P. Kenny, y R. L. Gandhi, *Solid-liquid Flow Slurry Pipeline Transportation*, 1st ed., Trans Tech Publications, vol.1, No.4, Series on Bulk Materials Handling, 1975/1977. 224p.
- Worsnop-Flint, *Curso Superior de Física Práctica*, Eudeba, Buenos Aires.