

**CONFIABILIDAD, RECUPERABILIDAD  
Y VULNERABILIDAD  
EN EL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSION  
DE LOS SISTEMAS HIDROTERMICOS**

José Medardo Prieto

Interconexión Eléctrica S. A.

Oscar J. Mesa  
Darío Valencia

Postgrado Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos  
Universidad Nacional de Colombia, Medellín

## OBJETIVO

Investigar diversos índices para evaluar el desempeño de los sistemas de generación de electricidad conformados por plantas hidráulicas y térmicas. En particular se estudia el caso colombiano.

## LA RESPUESTA DEL SISTEMA: UN PROCESO ESTOCÁSTICO NO ESTACIONARIO

Para analizar el comportamiento probabilístico de mantener el balance energético demanda-generación del sistema (i. e., la respuesta del sistema de generación), se desarrolla un proceso estocástico no estacionario (ver Prieto, 1987), bajo dos consideraciones. Primera, el sistema real se modela por medio de una representación agregada, que contempla: (i) una planta con embalse, representativa de todos los embalses reales, (ii) una planta filo de agua que representa las centrales hidroeléctricas sin regulación, (iii) un conjunto pequeño de plantas térmicas que caracteriza el parque termoeléctrico generador, (iv) un grupo de niveles de racionamiento que refleja los costos en que incurren los usuarios cuando la respuesta del sistema es deficitaria y (v) una curva de duración de carga a nivel mensual para modelar la demanda eléctrica.

La segunda consideración consiste en suponer que los caudales que alimentan el modelo agregado son de naturaleza markoviana.

El proceso estocástico que se desarrolla, denotado por  $Y(t)$ , resulta ser una cadena de Markov de parámetro discreto (tiempo  $t$ , expresado en meses) y variable de

estado bidimensional. La primera componente del estado del sistema es la energía embalsada,  $e(t)$ , al comienzo del período. La segunda corresponde a los aportes hidrológicos,  $q(t)$ , durante el período, expresados en energía. Así:

$$Y(t) = [e(t), q(t)]$$

La política de operación del embalse agregado, el caudal afluente y la generación térmica máxima, permiten determinar en cada período del horizonte de expansión si la respuesta del sistema es o no satisfactoria. La respuesta es satisfactoria si el sistema de suministro entrega completamente la energía demandada por el mercado, en el período correspondiente.

En efecto, conociendo el estado del sistema  $Y(t)$  para un período dado, se puede determinar el desembalsamiento,  $o(t)$ , (aplicando la política de operación), y conociendo además la generación térmica máxima se sabe si el sistema puede satisfacer la energía demandada por los consumidores.

El modelo seleccionado contempla los aportes hidrológicos markovianos como única fuente de incertidumbre. La variable de estado en el modelo de caudales  $q(t)$  se discretiza, resultando una cadena de Markov de matriz de transición  $M_t$  para el mes  $t$  ( $t = 1, 2, \dots$ ), de componentes  $m_{ij}^t$ . Los aportes al embalse y los aportes filo de agua se obtienen aplicando fracciones respectivas, denotadas por  $a$  y  $1-a$ , que reflejan la configuración del sistema en el intervalo de tiempo analizado.

El embalse agregado,  $e(t)$ , también se discretiza. Es una variable aleatoria derivada de  $q(t)$  a través de la ecuación de continuidad

$$e(t+1) = e(t) + aq(t) - o(t)$$

Análisis probabilístico del proceso  $Y(t)$

Partiendo de la probabilidad condicional

$$\begin{aligned} Pr \{ Y(t+1) = y_k \mid & Y(t) = y_{k-1} \\ & , Y(t-1) = y_{k-2} \\ & \dots \\ & , Y(t-k+1) = y_0 \} \end{aligned}$$

se llega a que es igual a

$$Pr \{ Y(t+1) = y_k \mid Y(t) = y_{k-1} \}$$

lo cual significa que  $Y(t)$  es una cadena de Markov con espacio de estados,  $E_t$ , dado por el conjunto de todas las parejas embalse-hidrología que proviene de la discretización.

Las componentes  $w_{kh,ij}^t$  de la matriz de transición,  $W_t$ , de la cadena  $Y(t)$  resultan de considerar que

$$\begin{aligned} W_{kh,ij}^t = Pr \{ & e(t+1) = e_i \\ & , q(t+1) = q_j \mid e(t) = e_k \\ & , q(t) = q_h \} \end{aligned}$$

Estas probabilidades de transición son:

$$W_{kh,ih}^t = \begin{cases} m_{hj}^t & \text{si } e_p, e_k, q_h \text{ y el} \\ & \text{desemb. óptimo} \\ & \text{cumplen continuidad} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

El proceso ( $t$ ) evoluciona con el tiempo de acuerdo con la siguiente relación(Chapman-Kolmogorov):

$$P_{t+1} = P_t W_t$$

siendo  $P_t$ , con componentes  $p_i^t$ , la distribución de  $Y(t)$ , y  $P_0$  la distribución de  $Y(0)$ , obtenidas de las condiciones iniciales del sistema.

Para analizar el desempeño de  $Y(t)$  se hace una partición del espacio de estados,  $E_t$ , en dos subconjuntos: Uno que contiene todos los estados que producen déficit (o falla), que se denota por  $E_{F,t}$ , y otro que reúne los que conducen a respuestas satisfactorias, denotado por  $E_{S,t}$ .

#### INDICES DE CONFIABILIDAD

Teniendo como base el proceso  $Y(t)$  se formula un conjunto de índices de confiabilidad para cuantificar el desempeño del sistema. Tales índices son:

$\alpha_t$ : *confiabilidad en el mes t*, definido como la probabilidad de que la respuesta del sistema en el mes  $t$  sea satisfactoria. En consecuencia,

$$\alpha_t = \sum_{i \in E_{S,t}} p_i^t$$

$\Gamma_t$ : *recuperabilidad en el mes t*, definido como la probabilidad de que la respuesta del sistema en el mes  $t+1$  sea satisfactoria, dado que en el mes  $t$  se había incurrido en déficit (i.e. respuesta no satisfactoria). Por lo tanto,

$$\Gamma_t = Pr \{ Y(t+1) \in E_{S,t+1} \mid Y(t) \in E_{F,t} \}$$

que finalmente se convierte en:

$$\Gamma_t = \sum_{i \in E_{F,t}} \sum_{j \in E_{S,t+1}} \frac{w_{i,j}^t Pr\{Y(t) = i\}}{Pr\{Y(t) \in E_{F,t}\}}$$

$T_t$ : *tiempo esperado en falla o déficit en el mes t*, definido como el valor esperado de la longitud de las incursiones en falla que empiezan en el mes  $t$ . Es decir,

$$T_t = E[\tau_t] = \sum_{n=1}^{\infty} n Pr\{\tau_t = n\}$$

donde  $\tau_t$  es el número de meses que demora el sistema para retornar al estado satisfactorio, suponiendo que el mes  $t$  es el correspondiente al primer período de déficit.

Las probabilidades en la sumatoria toman la forma:

$$Pr\{\tau_t = n\} = \frac{N_t^{n-1} - N_t^n}{D_t}$$

donde:

$$\begin{aligned} N_t^n &= Pr\{Y(t+n) \in E_{F,t+n}, \\ &Y(t+n-1) \in E_{F,t+n-1}, \dots, \\ &Y(t) \in E_{F,t}, Y(t-1) \in E_{S,t-1}\} \end{aligned}$$

y

$$D_t = Pr\{Y(t) \in E_{F,t}, Y(t-1) \in E_{S,t-1}\}$$

$\Theta_t$ : *vulnerabilidad en el mes  $t$* , definido como el valor esperado de una medida de la magnitud de las incursiones en falla que comienzan en  $t$ . Como medidas de la vulnerabilidad se escogen el costo del racionamiento,  $\Theta_{t,c}$  (vulnerabilidad económica), el porcentaje de demanda racionada,  $\Theta_{t,\%}$ , y la cantidad de energía racionada,  $\Theta_{t,e}$  (vulnerabilidad energética). La vulnerabilidad se calcula usando el teorema de la probabilidad total.

TE: *tiempo esperado en falla no condicional*, definido como el valor esperado no condicional de  $T_t$  en todo el horizonte de expansión.

$\Theta_E$ : *vulnerabilidad no condicional*, definido como el valor esperado no condicional de  $\Theta_t$  en todo el horizonte de expansión.

## MÓDULO COMPUTACIONAL

Para realizar una aplicación del proceso y de los índices formulados, se desarrolla un módulo computacional que se implementa como una parte integral del modelo SIMDIN de Interconexión Eléctrica S. A. (ISA). El modelo SIMDIN se utiliza para determinar las reglas óptimas de operación del embalse agregado, mediante la técnica de la programación dinámica estocástica explícita.

El buen funcionamiento y la eficiencia del módulo implementado se comprueban por medio de comparaciones con un modelo de simulación Montecarlo, también de propiedad de ISA, para una configuración fija del sistema de generación y para una alternativa de expansión.

## APLICACIÓN AL CASO COLOMBIANO

Se estudia detalladamente el comportamiento de los índices para dos planes alternativos de expansión del sistema colombiano hasta el año 2003, encontrándose que los índices mensuales  $\alpha_t$ ,  $\Gamma_t$ ,  $T_t$  y  $\Theta_t$  proporcionan gran cantidad de información sobre el sistema.

Con excepción de  $\alpha_t$ , que es bastante estable, la utilización de los demás índices mensuales requiere un tratamiento de análisis de series de tiempo para extraer las componentes estructurales de los índices.

Un análisis de los costos de la confiabilidad evidencia la necesidad de un criterio adicional a  $\alpha_t$  para la selección de alternativas, debido a que para un rango amplio de este índice, los costos totales de expansión son aproximadamente constantes y mínimos. En respuesta a esta necesidad, se encuentra que los índices no condicionales en todo el horizonte de expansión TE y  $\Theta_E$  proporcionan un mecanismo consistente para el ordenamiento de alternativas. Entonces se recomienda que para seleccionar entre alternativas económicamente equivalentes, se proceda de la siguiente manera: ordenarlas de acuerdo al índice  $\alpha_t$  y seleccionarlas en ese orden; en caso de existir todavía alternativas equivalentes, ordenarlas de acuerdo con el índice de vulnerabilidad económica  $\Theta_E$ ; y finalmente si aún persisten equivalencias utilizar los índices TE y  $\Theta_E$  para determinar la selección definitiva. A manera de ilustración, este procedimiento se aplica a tres secuencias de expansión hasta el año 2003.

Tabla 1. Estadísticos de los índices de confiabilidad calculados para el sector eléctrico colombiano.

	Confiabilidad (%)	Recuperabilidad (%)	Tiempo esperado en déficit (meses)	Vulnerabilidad		
				Económica (MUS\$)	En porcentaje de racionamiento	Energética (GWh)
Máximo	98.2	51.2	5.2	370.4	13.7	859.2
Mínimo	94.6	14.1	2.8	60.9	3.8	175.7
Promedio	95.9	26.4	4.0	180.7	8.6	457.1
Desviación	0.8	5.6	0.5	68.6	2.3	158.9
Coef. de variación	0.8	21.2	13.8	38.0	26.4	34.8

Estudios adicionales con la metodología desarrollada se realizan para establecer los estándares de los índices propuestos y para identificar las bondades aún no investigadas de los diferentes tipos de centrales (embalses, filo de agua, termoeléctricas) existentes en Colombia.

Algunos estadísticos de las series de tiempo de los índices se muestran en la tabla 1.

## REFERENCIAS

Prieto, J. M. *Confiabilidad en el Planeamiento de la Expansión de Sistemas Hidrotérmicos*. Tesis de Magister no publicada. Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos. Facultad de Minas. Medellín. 1987.