

# **RANGO DE APLICACION DE LA FORMULA DE MANNING PARA ANALISIS DE FLUJOS DE ESCOMBROS**

**Juan Antonio García Aragón<sup>1</sup>**

**RESUMEN:** Un modelo para escurrimientos fluído-granulares en el régimen inercial, basado en la teoría cinética para los escurrimientos granulares, fue validado experimentalmente. El modelo asume que las colisiones entre las partículas constituyen el principal mecanismo de transferencia de cantidad de movimiento. Los flujos de escombros en el régimen inercial constituyen el más importante fenómeno natural con esas características mecánicas. El modelo es capaz de reproducir la relación entre la velocidad media y la altura de flujo que se observó experimentalmente usando un canal de pendiente uniforme y con caudales sólidos y líquidos constantes. La relación obtenida no presenta un crecimiento de la velocidad media con un incremento de la altura de flujo, para todo el rango de concentraciones, tal como lo

## **1. INTRODUCCION**

Los flujos de escombros constituyen el escurrimiento más peligroso de todos los que se presentan en los cauces naturales. Basta recordar el flujo de escombros del río Lagunillas que destruyó Armero, Colombia, y causó 25.000 muertes en 1985. Un flujo similar ocurrió en el Perú en 1970 destruyendo la población de Yungay y sus 17.000 habitantes. Los flujos de escombros presentan características mecánicas diferentes dependiendo de la constitución de la mezcla fluído-sólida y de las condiciones hidroló-

gicas y geológicas. La característica que diferencia una creciente hiperconcentrada con un flujo de escombros es la alta proporción de material grueso. Se han observado flujos de escombros con concentraciones por volumen cercanas al 60% en los cuales la fracción fina constituye menos del 5%. Takahashi (1980) definió cuatro regímenes de flujos de escombros: inercial, inmaduro, híbrido y turbulento. En el primero, el principal mecanismo de generación de esfuerzos son las colisiones entre las partículas gruesas (esfuerzos dispersivos). El inmaduro constituye un flujo inercial con las partícu-

---

1 Dirección: Profesor: Centro Interamericano de recursos del agua, U.A.E.M., Toluca, Edo. México, México. Fax (5272) 140855.

maduro constituye un flujo inercial con las partículas concentradas en la capa de fondo y por encima sedimentos en suspensión. El híbrido es un flujo dominado por la turbulencia con una pequeña capa cerca al fondo donde las partículas están soportadas por los esfuerzos dispersivos. En el turbulento esta domina sobre toda la profundidad.

Un flujo de escombros en el régimen inercial se puede idealizar como una mezcla fluido-granular, en la cual el fluido lo constituye el agua mas la fracción fina. Con el fin de analizar el comportamiento mecánico de una mezcla de ese tipo se realizaron experimentos en un canal rectangular de pendiente uniforme, en el cual se obtenía un flujo uniforme al producirse la mezcla de agua a caudal constante ( $Q_w$ ) y de arena de caudal sólido constante ( $Q_s$ ). Se analizó la relación entre la velocidad media y la altura de flujo para diferentes concentraciones.

## 2. CARACTERIZACION DEL FLUJO FLUIDO-GRANULAR INERCIAL

Una mezcla fluido-granular en régimen inercial se caracteriza por un número de Bagnold superior a 450 (Bagnold 1954). El número de Bagnold, Ba, para una mezcla fluido-sólida constituida por partículas de diametro uniforme  $d$  y sometida a una tasa de esfuerzo cortante  $du/dy$ , se define como sigue

$$Ba \approx \frac{\rho_s d^2 \sqrt{\lambda} \frac{du}{dy}}{\mu} \quad (1)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad del fluido,  $\rho_s$  es la densidad de los sólidos y  $\lambda$  es la concentración lineal definida como el diametro medio

de las partículas sobre la dispersión media. En un flujo de escombros la dificultad para definir el número de Bagnold reside en que la granulometría no es uniforme y que la concentración varía en la vertical. Sin embargo considerando un diametro medio y una concentración media se puede estimar el número Ba aproximadamente.

## 3. ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL ESCURRIMIENTO

El modelo que se desarrollará aquí utiliza los valores promedio en la vertical de las siguientes variables;  $u_{avg}$ , la concentración media,  $U_{avg}$  la velocidad media y  $h$  la altura de flujo. El modelo iguala las fuerzas de propulsión (gravitacionales) con las fuerzas resistentes al flujo en un segmento infinitesimal  $dx$  de canal, puesto que se está considerando una situación estacionaria de flujo uniforme. En este caso la fuerza gravitacional en la dirección del flujo es  $\rho_m g h \sin \theta dx$ . Las fuerzas resistentes son; la componente colisional en la dirección del  $\tau_c dx$ , la componente friccional interparticular  $\tau_f dx$  y la componente fluida friccional (turbulenta)  $C_f \rho_w U_{avg}^2 dx/2$ , donde  $C_f$  es el coeficiente de fricción del fondo. El balance de fuerzas es

$$\rho_m g h \sin \theta dx = \tau_c dx + \tau_f dx + \frac{1}{2} C_f \rho_w U_{avg}^2 dx \quad (2)$$

donde  $\rho_m = \rho_s \lambda_{avg} + (1 - \lambda_{avg}) \rho_w$  es la densidad de la mezcla,  $\rho_w$  es la densidad del fluido y donde  $\tau_f$  está relacionado con la componente normal de fricción interparticular según la ley de esfuerzos de Coulomb  $\tau_f = \sigma_f \tan \phi$ . De acuerdo a la suposición de flujo inercial, la componente friccional normal puede ser

representada por la diferencia entre la fuerza total normal y la componente normal colisional

(3)

$$\rho f = (\rho_s - \rho_w) g h \cos \theta v_{avg} - \sigma_c$$

La componente normal del esfuerzo colisional está relacionada con el esfuerzo cortante colisional por  $\sigma_c = \tau_c / \tan \phi_d$ , donde  $\phi_d$  es el ángulo de fricción dinámico interno de los sólidos. Para definir el esfuerzo cortante de fricción interparticular usamos una forma similar a la propuesta por Bagnold (1954)

(4)

$$\tau_c = \rho_s d^2 g_2 \left( \frac{2v_{avg}}{h} \right)^2 \tan \phi_d$$

donde el término en paréntesis es la tasa promedio de corte. La expresión para  $g_2$  viene de la teoría cinética para escurrimientos granulares (Lun et al. 1984) al considerar flujo uniforme y reemplazando la concentración  $v$  por la concentración media  $v_{avg}$ . Esa teoría usa técnicas de mecánica estadística para modelar las colisiones entre las partículas y recientemente se ha extendido para modelar mezclas fluido-granulares, mediante la introducción del efecto disipativo de la energía colisional causado por el fluido intersticial (García Aragón 1992). La expresión para  $g_2$  es

$$g_2 = \frac{5\sqrt{\pi}}{96} \left[ \frac{1}{g_0} + \frac{16v_{avg}}{5} + \frac{64v_{avg}^2 g_0}{25} \left( 1 + \frac{12}{\pi} \right) \right] \quad (5)$$

El balance de fuerzas ecuación (2), usando (3), (4) y (5) proporciona la siguiente expresión para la velocidad media sobre la sección:

(6)

$$v_{avg} = \sqrt{\frac{gh \sin \theta \left[ (A-1) v_{avg} \left( 1 - \frac{\tan \phi}{\tan \theta} \right) + 1 \right]}{\frac{c_f}{2} + \frac{4Ad^2 g_2}{h^2} (\tan \phi_d - \tan \phi)}}$$

donde  $A = \rho_s / \rho_f$

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se utilizó un canal rectangular de 4 m de largo y 10.2 cm de ancho. Se utilizaron pendientes entre 20 y 24 grados para obtener un escurrimiento uniforme, conjuntamente con concentraciones sólidas superiores a 0.4 por volumen. Un flujo líquido  $Q_w$  constante se suministraba en la parte alta del canal luego de ser amortiguado en un tanque para facilitar su uniformidad. Un dispensador de arena de sílice con diámetro medio 1 mm y granulometría bastante uniforme (obtenida por tamizado), procuraba el material granular. El flujo sólido se controlaba mediante la apertura del dispensador cónico con el fin de mantenerlo constante. De esta manera una mezcla fluido sólida se obtenía. El flujo se comprobó, mediante medidores de altura de flujo, que se uniformizaba entre el 2o. y tercer metro del canal, dependiendo de los caudales. La profundidad de flujo para condiciones uniformes se anotaba. Cerca del 10% de la arena se pintó de manera que sirviera de trazadores, para facilitar el cálculo del perfil de velocidades cerca a la pared transparente del canal, por medio de una cámara video Hi 8 mm.

En cada conjunto de experimentos se mantenía constante la pendiente del canal y el caudal sólido  $Q_s$ , variándose el caudal líquido  $Q_w$ . De esta manera se obtenían diferen-

tes concentraciones de la mezcla fluido-granular. El caudal sólido es igual a  $Q_s = u_{avg} v_{avg} h w$  y es constante para cada conjunto de experimentos. Estos serán clasificados de acuerdo al parámetro  $Q_s/w$ , puesto que  $w$  (el ancho del canal) es invariable 10.2 cm. Para calcular el número  $Ba$  se usó la siguiente expresión sugerida por Bagnold, (1954), para la concentración lineal

$$\lambda = \frac{1}{\left(\frac{v_{max}}{v_{avg}}\right)^{1/3} - 1} \quad (7)$$

Presentaremos aquí los resultados experimentales encontrados en uno solo de esos conjuntos, el caso de  $\theta=22^\circ$  y

$Q_s/w=25 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Esos se presentan en el cuadro I

**Cuadro I**  
**Resultados Experimentales**

$Q_s$ $\text{cm}^3/\text{s}$	$Q_w$ $\text{cm}^3/\text{s}$	$h$ $\text{mm}$	$v_{avg}$	$U_{avg}$ $\text{cm/s}$	$Ba$
255	797.4	7.5	0.24	137.6	1399
255	582.2	7.0	0.30	117.3	1451
255	487.3	6.7	0.34	108.6	1531
255	380.0	6.4	0.40	97.3	1645
255	266.0	6.7	0.49	76.2	1542
255	202.7	7.3	0.55	61.5	1421
255	183.7	7.9	0.58	54.4	1280

Se puede observar en el cuadro anterior que el flujo se encuentra realmente en régimen inercial ( $Ba$  superiores a 450) y que existe una relación entre  $h$  y  $U_{avg}$  que no es monótonicamente creciente. Este último hecho será corroborado por el modelo teórico y sobre él nos extenderemos más adelante.

## 5. APLICACION DEL MODELO TEORICO A LOS EXPERIMENTOS

Para reproducir los resultados experimentales con el modelo teórico utilizamos el hecho de que el caudal sólido es constante para cada conjunto de experimentos con pendiente del canal invariable;  $Q_s/w = U_{avg} h v_{avg}$  es constante. Usando la ecuación (6) se pueden obtener valores de  $U_{avg}$  correspondientes a valores de  $h v_{avg}$ . Una solución gráfica se obtiene representando  $Q_s/w$  contra  $h$  para diferentes valores de  $v_{avg}$  (figura 2). Enseguida en un gráfico de  $U_{avg}$  contra  $h$ , el valor de  $h$  correspondiente al valor previamente definido de  $Q_s/w$  y de  $v_{avg}$  es localizado (figura 1). Los parámetros necesarios para usar el modelo, correspondientes a las condiciones experimentales, son los siguientes (Cuadro II)

**Cuadro II**  
**Parámetros usados en los cálculos con el modelo teórico**

$\Phi$	$35^\circ$
$\Phi_d$	$36^\circ$
$\rho_s$	$2.500 \text{ kg/m}^3$
$C_f$	0.01
$d$	1.0 mm

Los valores experimentales son también mostrados en la figura 1 para facilitar la comparación. La concordancia es bastante buena. El gráfico 1 muestra un resultado sorprendente, la curva  $U_{avg}$  contra  $h$  tiene forma de U. Para concentraciones altas, mayores de 0.4 por volumen, una disminución en la velocidad promedio corresponde a un

aumento en profundidad de flujo. Esto es contrario a lo que sucede con flujos Newtonianos, que aumentan de velocidad al aumentar la profundidad de flujo, típicamente representado en la fórmula de Manning  $V=h^{2/3}S^{1/2}/n$  (considerando  $R=h$ ). En la figura 1 esa situación se obtiene para concentraciones menores de 0.4 por volumen. Lo cual nos lleva a concluir que la fórmula de Manning no es apropiada para el análisis de flujos granulares inerciales con concentraciones altas.

Algunos autores en la literatura de flujos de escombros han tratado de producir variaciones a la fórmula de Manning (Kherkheulidze (1975), Takahashi (1981), Li Jian et al. (1983)), sin embargo todas estas tienen la forma  $v=ah^nS^m$ , que no es apropiada para flujos de escombros inerciales a altas concentraciones.

## 6. CONCLUSIONES

Se ha demostrado experimentalmente y comprobado por medio de un modelo teórico basado en la teoría cinética para los escurrimientos granulares, que los escurrimientos de flujos granulares en régimen inercial con concentraciones superiores a 0.4 por volumen, no pueden ser representados adecuadamente por la fórmula de Manning, ni por ninguna relación que establezca una relación monotonamente creciente entre la velocidad promedio del flujo y la profundidad del mismo.

El crecimiento de la profundidad de flujo al descender la velocidad de flujo, puede ser debido al incremento de los esfuerzos friccionales interparticulares (García Aragón (1993a)) y tiene consecuencias importantes en la capacidad de arrastre de fondo de los flujos de escombros. En efecto si repre-

sentamos el esfuerzo cortante de cisallamiento en el fondo como  $\tau_0 = \rho_f h S$ , donde  $S$  es la pendiente de la línea de energía, un incremento en la profundidad de flujo implica un aumento en el esfuerzo de cisallamiento. Esto puede explicar la observación de algunos autores (Pierson 1980) quien documentó 11 m de erosión al paso de un flujo de escombros sobre un lecho no consolidado de grava y en un cauce adyacente con similares características geológicas un flujo hiperconcentrado producto de las mismas circunstancias hidrológicas sólo produjo 1 m de erosión.

El modelo teórico presentado aquí tiene algunos inconvenientes para su utilización en el caso de flujos de escombros inerciales. El más importante es que considera una granulometría uniforme. Sin embargo puede constituir una herramienta valiosa para el prediseño de obras de protección contra flujos de escombros. Un modelo teórico basado en la teoría cinética para los escurrimientos fluido-granulares que considera la variación de la concentración y la velocidad en la vertical fue aplicado con éxito en el caso del Nevado del Ruiz (García Aragón 1993b). Son varios los casos en que las presas de amortiguamiento de flujos de escombros (especialmente en Japón (SABO)) han sido destruidas a causa de la sub-estimación de la altura de los flujos de escombros.

## REFERENCIAS

- BAGNOLD, R.A. 1954 Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. *Proc. Royal soc. London*. **A225**, 49-63.
- GARCIA ARAGON, J.A. 1992 Experimental and Analytical observations of

- granular-fluid mixtures down inclines. *Ph. D. thesis, McGill University, Montreal.*
- GARCIA ARAGON, J.A 1993a Granular-fluid chute flow, experimental and numerical observations. Submitted to the *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE.
- GARCIA ARAGON, J.A and SAVAGE, S.B. 1993b Kinetic theory approach to the Nevado del Ruiz 1985 debris flow. **Proceedings Hydraulics 1993, ASCE** conference held at San Francisco, July 25-30.
- LI JIAN, YUAN JIANMO, BICHENG and LUO DEFU. 1983 The main features of the mudflow in Jiang-Jia ravine. **Z. Geomorphology** 27, 325-341.
- LUN, C.K.K, SAVAGE, S.B, JEFFREY, D.J and CHEPURNIY, N. 1984 Kinetic theories for granular flow: inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flow-field. *J. Fluid Mech.* 140, 223-256.
- NIYAZOV, B.S and DEGOVETS, A.S. 1975 Estimation of the parameters of catastrophic mudflows in the basins of the Lesser and Greater Almatinka Rivers. **Sov. Hydrology** 2, 75-80.
- PIERSON, T.C. 1980 Debris flows. **Rev 39 J. Tussock Grassl Mt. Lands Inst: NZ**, December, pp 3-14.
- TAKAHASHI, T 1992 Debris Flows. IAHR publication. Chapter 2, 26-47.

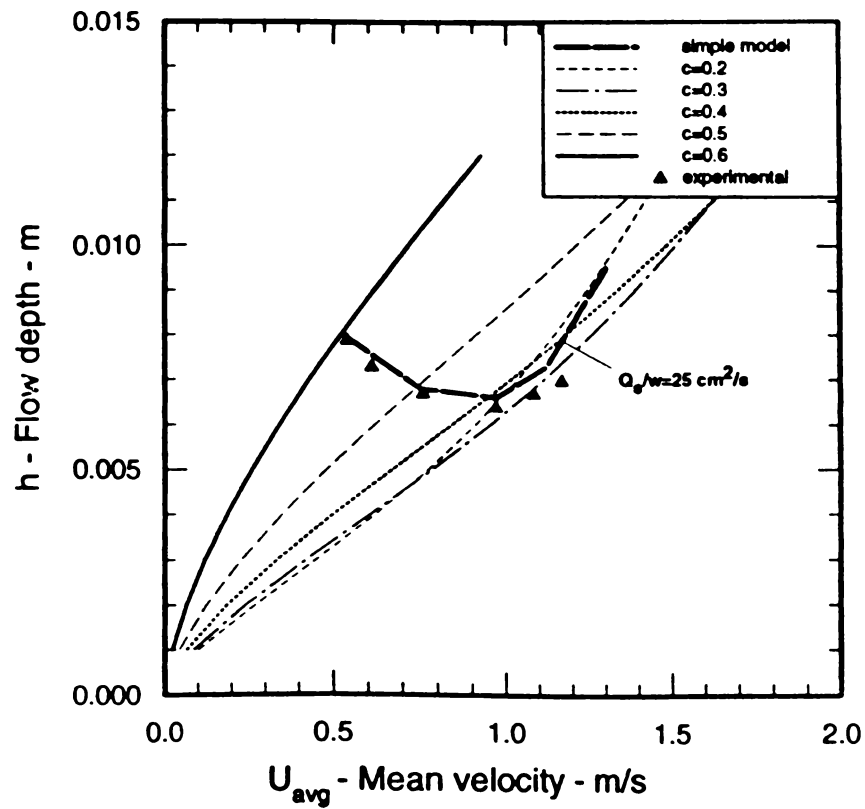


Figure 1 Flow depth versus mean velocity for  $Q_s/w=25 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $\theta=22.9^\circ$

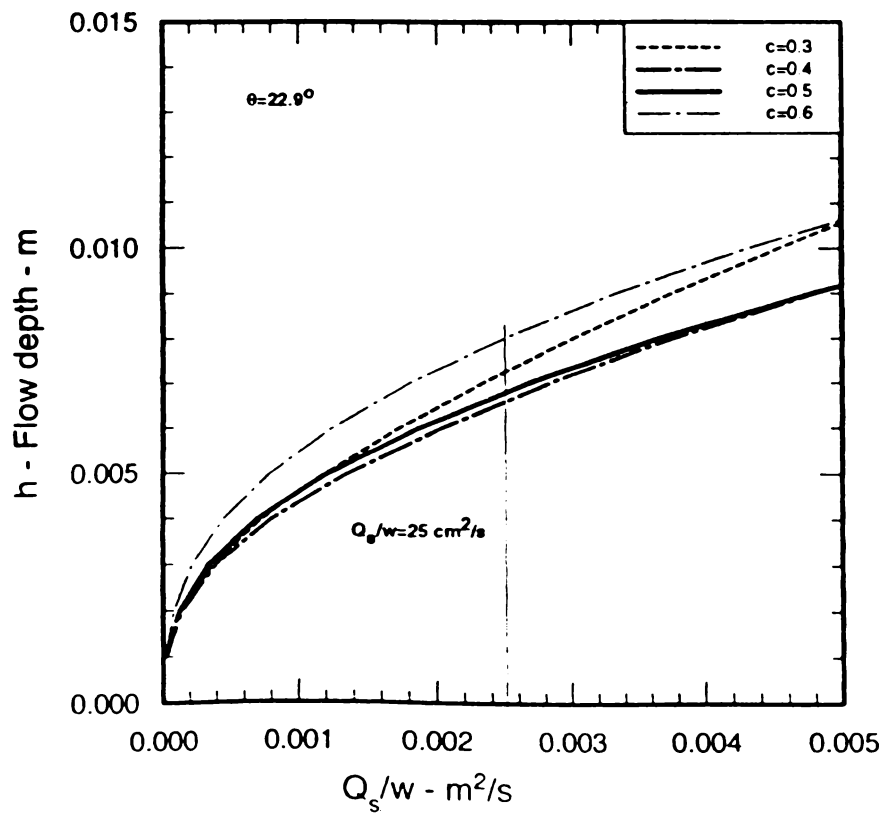


Figure 2 Mass flow rate per unit width versus  $h$ ,  $\theta=22.9^\circ$

