

MODELO ANALITICO Y EXPERIMENTAL DEL RESALTO HIDRÁULICO POR CAMBIO DE PENDIENTES

Juan David Montoya, Oscar Humberto González, Wilfer Humberto Gómez, Carlos Arturo Quiceno y Jorge Alberto Naranjo

*Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Escuela de Geociencias y Medio Ambiente,
Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
jdvelilla@hotmail.com.ar*

Recibido para evaluación: 2 Septiembre de 2002 / Aceptación: 13 de Noviembre de 2002 / Recibida versión final: 22 de Noviembre de 2002

RESUMEN

El presente trabajo investiga los resaltos hidráulicos formados por cambios de pendiente, con la pendiente adversa actuando como único control y donde la descarga en la salida es libre. Bajo esta consideración se pretende construir una teoría hidráulica que aproxime una solución teórica y experimental del resalto formado entre pendientes. Para cumplir con este objetivo se construye un modelo experimental que simule esta situación y del cual se desprenda la información necesaria para la obtención de los parámetros adimensionales que rigen en el modelo teórico. Los resultados obtenidos permiten realizar la validación del modelo teórico planteado a partir de la ecuación de conservación de movimiento, con la inclusión de factores de corrección por peso del volumen de control y por impacto de las fuerzas de fondo.

El modelo permite obtener buenos resultados en el cálculo de la profundidad seciente d_2 , con errores en su mayoría por debajo del 20%.

PALABRAS CLAVE: Resalto Hidráulico, Pendiente Adversa, Controles del Resalto, Factor de Corrección.

ABSTRACT

In this study, the hydraulic jump in the stilling basin with adverse slopes acting as an only control has been analyzed. A new classification of jump is also introduced. This work raise a theoretical solution to the problem of the hydraulic jump formed by changes of slope. The theoretical model applied the momentum equation. Accordingly, an experimental model is constructed to simulate the hydraulic jump; that model brings useful information to obtain the non-dimensional parameters. The experimental results demonstrate that the sequent depth ratio and lengths L_c and L_s of the jump depend of the approach Froude number and the two slopes Correction factors : by the weight of water in the control volume and bottom impact, which are introduced in the theoretical model. Satisfactory agreement is found between the predicted and experimental results of the mean flow field.

KEYWORDS: Hydraulic Jump, Adverse Slope, Jump Controls, Correction Factors.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del resalto hidráulico como disipador de energía ha sido una de las teorías hidráulicas mas analizada y validada en los últimos tiempos por los investigadores y diseñadores hidráulicos, que intentan encontrar las condiciones óptimas para su aplicación.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo hidráulico en el cual sea posible la formación de resaltos controlados exclusivamente por la disposición de pendientes. Con la información experimental obtenida, se pretende analizar y validar un modelo teórico, aplicando para esto una expresión derivada del principio de conservación de movimiento, que será comparada con ecuaciones propuestas por diferentes autores.

La importancia de este estudio radica en que hasta el momento no se conocen teorías significativas, en las cuales se exponga la generación del resalto hidráulico formado por cambios de pendiente, y donde las condiciones de flujo necesarias para la formación, estén dadas bajo condiciones completamente naturales; es decir, sin controles tales como compuertas, persianas, etc.

El trabajo total de experimentación llevado a cabo implicó el estudio de 176 resaltos, para 25 combinaciones de pendientes indicadas. La utilización de todas estas combinaciones permite observar la variación y formación de diferentes tipos de resaltos, que como resultado de este estudio se clasifican como resaltos tipo B_A , C_A , D_A y F_A . Finalmente la aplicación de los datos experimentales en la ecuación teórica que representa el modelo, permite obtener buenos resultados en el cálculo de la profundidad seciente d_2 , con errores en su mayoría por debajo del 20%.

2. ESTADO DEL ARTE

La aplicación de la ecuación de conservación de movimiento para calcular las dimensiones esenciales en un resalto hidráulico clásico, ha sido suficientemente validada con datos de laboratorio. Para aplicar este mismo principio en resaltos hidráulicos formados en canales con cambio de pendiente, es necesario obtener el perfil del resalto, obtenido a través del registro de las presiones de fondo. Sólo hasta el año de 1934, la inclusión del perfil de presiones como parámetro importante en la determinación de las dimensiones del resalto fue tenida

en cuenta por Yarnell. Los resultados no fueron satisfactorios, debido a que la suposición de un perfil recto entre el inicio y el final del resalto no era lo más adecuado.

Bakhmeteff y Matzke (1938) realizaron los primeros estudios sistemáticos sobre resaltos hidráulicos en pendiente; ellos introducen en su análisis un coeficiente de forma que tiene en cuenta el efecto de las presiones en el fondo del canal. Kindsvater (1944) hizo un análisis de los datos obtenidos por Yarnell. A partir de los resultados, Kindsvater estableció una clasificación basándose en la posición del resalto (Figura 1).

Resalto tipo A: Todo el resalto en el piso horizontal. Resalto Clásico.

Resalto tipo B: El inicio del resalto en la pendiente y el final en la porción horizontal

Resalto tipo C: El final del resalto está en la conjunción de los planos.

Resalto tipo D: Todo el resalto se forma en la pendiente de entrada.

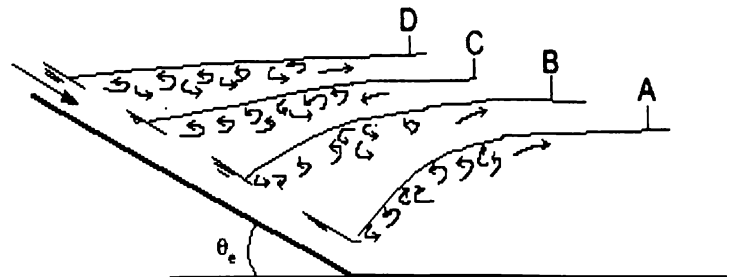


FIGURA 1. Clasificación del Resalto según Kindsvater.

Kindsvater analizó experimentalmente los casos C y D, para los cuales propuso una expresión aproximada de la relación de profundidades secuentes, deducida matemáticamente. Esta es:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2 \cos \theta_e} \left(\sqrt{\frac{8F_1^{*2} \cos^3 \theta_e}{1 - 2 \cos \phi \tan \theta_e}} + 1 - 1 \right) \quad (1)$$

Donde

$F_1^* = \frac{U_1}{\sqrt{gd_1}}$ Es el número de Froude a la entrada aquí, d_1 y d_2 son las profundidades normales al inicio y final del resalto respectivamente y ϕ es el coeficiente de presión expresado de la siguiente forma:

$$\phi = \frac{\bar{y}L_r}{(d_2)^2 - \frac{d_1^2}{\cos^2 \theta_s}} \quad (2)$$

Con:

$\bar{y}L_r$ = Área del diagrama de presión.

L_r = Longitud del remolino (roller), asumido como el final del resalto.

Para el caso de resaltos tipo B, se encontró que al aplicar la ecuación (1) los resultados siempre excedieron la profundidad d_2 . De este modo Kindsvater concluyó, que para este caso no se tenía una ecuación teórica que validara los datos experimentales obtenidos para d_2 .

Okada y Aki (1955) en un intento por encontrar la longitud más corta sobre la cual se generase un resalto hidráulico en pendiente adversa, llevaron a cabo varios experimentos de resaltos, con números de Froude a la entrada del resalto que se encontraban en un intervalo de 9 a 13; sin embargo, estos números de Froude estaban por fuera del intervalo de diseño, que según Chow (1982) varía entre 4 y 9. Abdul y Rajagopal (1972), estudiaron el resalto hidráulico en canales con pendiente adversa controlado por medio de compuertas deslizantes a la entrada y salida del resalto.

Al igual que en estudios anteriores estos investigadores aplican la ecuación de conservación de movimiento para un resalto formado completamente en la pendiente adversa y llegan a la siguiente expresión para la relación de profundidad secuente:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(1 + 8G^2 - 1 \right) \quad (3)$$

Con G dado por:

$$G = \frac{F_1^*}{\cos \theta_s + \frac{KL_r \sin \theta_s}{d_2 - d_1}} \quad (4)$$

Donde K es el factor de corrección por forma del volumen de control.

Rajaratnam (1966) clasificó los resaltos sobre pendiente adversa como tipo F y concluyó que era casi imposible mantener estable este tipo de resalto. Ohtsu y Yasuda

(1991), propusieron ecuaciones experimentales para profundidades secuentes y longitud de los resaltos tipo B y D, según la clasificación de Kindsvater.

McCorquodale y Mohamed (1994) llevaron a cabo un análisis teórico y experimental del resalto hidráulico formado totalmente sobre la pendiente adversa en un canal rectangular y prismático. Los autores plantean una solución para la relación de profundidades secuentes similar a la de Abdul y Rajagopal (1972), teniendo en cuenta el peso del fluido y la fuerza de fricción incluidos en el factor G, así:

$$G_a^2 = \frac{\beta_1 F_1^2}{1 + \frac{KL_r \tan \theta_s}{d_2 - d_1} + \frac{2F_f}{\gamma(d_2 - d_1)}} \quad (5)$$

Donde F_1 se define como:

$$F_1 = \frac{U}{gd_1 \cos \theta} \quad (6)$$

El montaje experimental realizado por McCorquodale, utiliza compuertas planas aguas arriba y abajo del resalto hidráulico, de manera que se puede mantener el volumen de control *estabilizado* en la pendiente adversa.

Pagliara y Peruginelli (2000), realizaron un análisis teórico y experimental del resalto formado sobre pendiente adversa, utilizando obstáculos de diferente altura como controles aguas abajo del resalto. Estos autores proponen una ecuación similar a la de McCorquodale y sólo varían el parámetro G así:

$$G_s^2 = \frac{F_1^2}{\cos \theta_s - \frac{KL_r \sin \theta_s d_1}{d_1 \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right)} - C_d \frac{s_s F_1^2}{d_1 \left(1 + \frac{d_2^2}{d_1^2} \right)}} \quad (7)$$

Donde:

C_d = Coeficiente de dragado.

S_s = Altura del obstáculo.

En este trabajo se realiza una clasificación del tipo de resalto en función de la posición relativa del inicio del mismo con respecto a la conjunción de las pendientes, tal como lo presentado por Kindsvater (1944) y Rajaratnam (1966) para el caso de resaltos en pendiente.

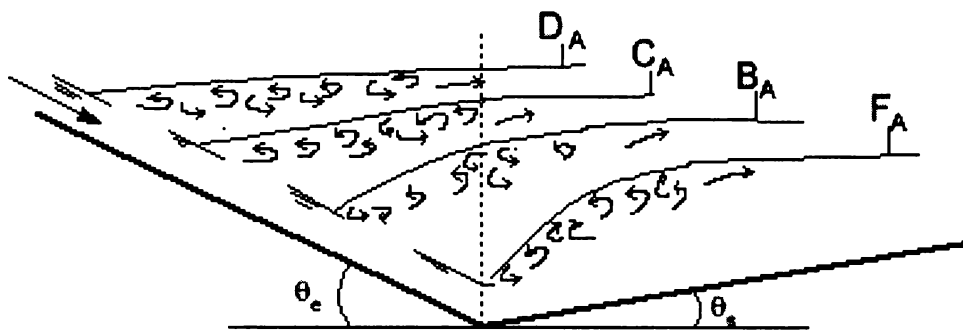


FIGURA 2.
Clasificación de los resaltos en
pendiente adversa.

La clasificación es la siguiente:

F_A : Todo el resalto formado en la pendiente adversa B_A : El inicio del resalto en la pendiente de entrada y el final en la pendiente adversa C_A : El final del resalto esta en la conjunción de las pendientes D_A : Todo el resalto en la pendiente de entrada.

Con el propósito de profundizar en el estudio de los resaltos hidráulicos en cambios de pendiente, se pretende presentar un modelo hidráulico teórico, planteado a partir de la ecuación de conservación de movimiento y con el cual es posible encontrar la profundidad seciente d_2 . El modelo teórico será validado por medio de los resultados obtenidos de un modelo experimental, tal como se presenta a continuación.

3. TRABAJO EXPERIMENTAL

Con el propósito de encontrar un modelo óptimo que permitiese visualizar el comportamiento de resaltos hidráulicos en cambios de pendiente y familiarizarse con ellos, se procedió a la realización de un montaje a pequeña escala (prediseño), constituido por dos canales prismáticos formando un cambio de pendiente. En el prediseño se pudieron observar las características propias del resalto y evaluar los parámetros que gobernarían en un modelo hidráulico definitivo, esto es fundamental para el desarrollo de ecuaciones que representasen un resalto hidráulico en estas condiciones.

El modelo hidráulico se construyó en el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas, Universidad Nacional –Sede Medellín, Colombia (Figura 3). Las características son las siguientes:

El canal de entrada tiene una longitud de 1.40 m con sección rectangular de 0.15 m de ancho y 0.40 m de

altura; a su vez, el canal de salida de 2.00 m de longitud tiene una sección rectangular de 0.16 m de ancho y 0.40 m de altura. El canal de salida, siempre dispuesto en pendiente adversa, hace las veces de control, y la descarga al final del canal es libre. Los canales constan de un fondo construido totalmente en madera y las paredes están conformadas por láminas de acrílico transparente. La regulación del caudal se realiza por medio de dos válvulas de compuerta y es medido en un vertedero triangular.

La medición de las presiones sobre el fondo de los canales se realiza por medio de 30 piezómetros, 9 a la entrada y 21 a la salida, los cuales se ubican longitudinalmente sobre el eje central de cada canal. Las aberturas de las tomas piezométricas son de 3 mm de diámetro y para cada una de ellas se acopla un tubo pequeño de cobre de 5 mm de diámetro, al cual se le conecta una manguera de 5.2 mm de diámetro, que es llevada a un tablero manométrico.

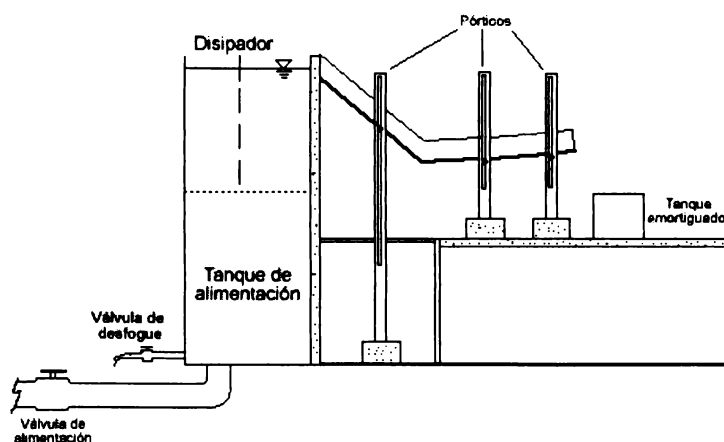


FIGURA 3.
Esquema del montaje experimental.

Las profundidades secuentes se miden con limnómetro. Las longitudes del resalto a la entrada y la salida (L_e y L_s) se miden, desde la conjunción, con una regla dispuesta sobre la base de cada canal. El perfil del resalto se mide por medio de una cuadrícula dispuesta en una de las paredes del canal; ésta permite tener una precisión en la lectura al centímetro. El tablero manométrico permite realizar lecturas con una precisión de milímetro.

Para ubicar la posición donde se asume finaliza el remolino o turbulencia y donde se toma d_2 , se ubica el punto donde las burbujas emergen desde el fondo hacia la superficie y claramente comienzan a viajar hacia aguas abajo del canal. La longitud del remolino L_r , se asume como la suma de las proyecciones horizontales de L_e y L_s . Esto es:

$$L_r = L_e \cos \theta_e + L_s \cos \theta_s \quad (8)$$

4. ANALISIS TEORICO

La deducción del modelo aquí propuesto se desarrolla tomando como punto de partida el principio de conservación de la cantidad de movimiento. Éste tiene en cuenta todas las fuerzas externas que actúan sobre el volumen de control, representado en la figura 4. Las hipótesis que se tienen en cuenta para la deducción del modelo son las siguientes:

- La distribución de presiones es hidrostática al inicio y final del resalto.
- La distribución de velocidades en las secciones inicial y final del resalto es uniforme.
- Las profundidades secuentes d_1 y d_2 se toman perpendicularmente al fondo del canal y se considera además que las líneas de corriente en ambas secciones son paralelas al lecho del canal.
- Se desprecia la fuerza debida al aire.
- Se considera líquido incompresible y libre de sedimentos.

Aplicando la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en la dirección X sobre el volumen de control, representado en la figura 4, se obtiene:

$$P_{1x} - P_{2x} - F_{fx} - F_a + N_{ex} - N_{sx} = \rho A_2 U_2 U_{2x} - \rho A_1 U_1 U_{1x} \quad (9)$$

Donde U_{1x} , U_{2x} son las componentes de la velocidad media en dirección X, es decir:

$$U_{1x} = U_1 \cos \theta_e, \quad U_{2x} = U_2 \cos \theta_s \quad (10,a,b)$$

P_{1x} , P_{2x} son las fuerzas debidas a la presión hidrostática que actúan al comienzo y final del volumen de control.

$$P_{1x} = \frac{1}{2} \gamma d_1^2 B \cos^2 \theta_e, \quad P_{2x} = \frac{1}{2} \gamma d_2^2 B \cos^2 \theta_s \quad (11,a,b)$$

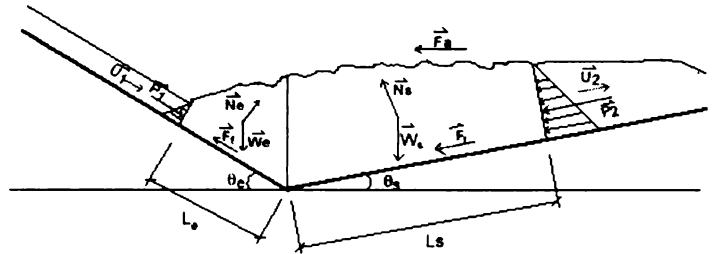


FIGURA 4.

Volumen de control para un resalto en cambios de pendiente.

N_{ex} , N_{sx} son las componentes en dirección X de las fuerzas normales en el fondo, debidas al peso de los volúmenes de control a la entrada y salida respectivamente.

$$N_e = W_e \cos \theta_e \rightarrow N_{ex} = W_e \cos \theta_e \sin \theta_e \quad (12)$$

$$N_s = W_s \cos \theta_s \rightarrow N_{sx} = W_s \cos \theta_s \sin \theta_s \quad (13)$$

Reemplazando las ecuaciones (10a,b), (11a,b), (12) y (13) en (9):

$$\frac{1}{2} \gamma B (d_1^2 \cos^2 \theta_e - d_2^2 \cos^2 \theta_s) + W_e \cos \theta_e \sin \theta_e - W_s \cos \theta_s \sin \theta_s - F_{fx} = \rho Q (U_2 \cos \theta_s - U_1 \cos \theta_e) \quad (14)$$

En (14) d_1 y d_2 son las profundidades normales al fondo del canal al comienzo y final del resalto; W_e y W_s son magnitudes totales para las componentes del peso en los canales de aproximación y salida respectivamente; U_1 y U_2 las velocidades medias; θ_e y θ_s los ángulos del fondo de los canales de entrada y adverso respectivamente; r es la densidad del fluido y F_{fx} la fricción de fondo.

En la figura 4 se muestra el volumen de control dividido por una línea vertical que se traza desde la conjunción hasta la superficie libre del resalto, de este modo se tiene

un volumen de entrada (V_e) y un volumen de salida (V_s), que multiplicados por el peso específico del agua (γ) y por coeficientes experimentales de corrección por forma y por impacto, k_e y k_s , permiten corregir las aproximaciones realizadas en el cálculo de los volúmenes de entrada y de salida.

Introduciendo $W_e = k_e \gamma V_e$ y $W_s = k_s \gamma V_s$ y simplificando la Ecuación (14) se obtiene:

$$\frac{1}{2} \left(d_1^2 - d_2^2 \frac{\cos^2 \theta_s}{\cos^2 \theta_e} \right) + \frac{k_e}{B} V_e \sin \theta_e - \frac{k_s}{B} V_s \sin \theta_s \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_e} = F_1^2 \frac{d_1^2}{d_2^2} (d_1 \cos \theta_s - d_2 \cos \theta_e) \quad (15)$$

con:

$$F_1 = \frac{U_1}{g d_1 \cos \theta_e} \quad (16)$$

En la ecuación (15) se involucran todas las condiciones geométricas del modelo y el número de Froude al comienzo del resalto. Con esta ecuación es posible calcular el valor de la profundidad seciente d_2 , por medio de la utilización de un método numérico.

4.1. Coeficientes de corrección K_e Y K_s

Los coeficientes k_e y k_s se utilizan para hacer corrección de las fuerzas de fondo, por forma y por impacto, en la ecuación (15); dichas fuerzas son función del peso de los volúmenes V_e y V_s . Los valores de k_e y k_s , se determinan en forma experimental, comparando las fuerzas normales $N_{e(p)}$ y $N_{s(p)}$, medidas mediante piezómetros instalados en el fondo del canal; con las fuerzas normales $N_{e(V_e)}$ y $N_{s(V_s)}$, resultantes de multiplicar los volúmenes V_e y V_s por el peso específico del fluido (γ). Así: $k_e = N_{e(p)} / N_{e(V_e)}$; $k_s = N_{s(p)} / N_{s(V_s)}$

De acuerdo a lo anterior, las fuerzas normales obtenidas con los volúmenes son:

$$N_{e(V_e)} = \gamma V_e \cos \theta_e \quad \text{y} \quad N_{s(V_s)} = \gamma V_s \cos \theta_s$$

Para calcular las fuerzas normales medidas con piezómetros, es necesario multiplicar la lectura piezométrica h_i , por el peso específico del agua y por el área de influencia del piezómetro ($a_i \cdot B$). Se asume esta

consideración porque hay una suficiente cantidad de piezómetros instalados en los canales, y la sumatoria de estas fuerzas normales en cada piezómetro permite obtener la fuerza resultante que se aplica en el centroide del volumen de control. Así las fuerzas normales medidas están dadas por:

$$N_{e(V_e)} = \sum_{V_e} h_i \cdot a_i \cdot B_i, \quad N_{s(V_s)} = \sum_{V_s} h_i \cdot a_i \cdot B_i \quad (17a,b)$$

Donde a_i es el ancho del área de influencia del piezómetro i ; B el ancho del canal y h_i , la lectura piezométrica en el piezómetro i . Los coeficientes de corrección para calcular en cada uno de los resaltos estudiados son:

$$k_e = \frac{\sum_{V_e} h_i \cdot a_i \cdot B_i}{V_e \cos \theta_e}, \quad N_{s(V_s)} = \sum_{V_s} h_i \cdot a_i \cdot B_i \quad (18a,b)$$

Para cada uno de los resaltos en estudio se hallan los valores k_e y k_s , y se analiza la dependencia de éstos con otros parámetros como F_1 , θ_e y θ_s .

4.2. Cálculo de los volúmenes V_e Y V_s

Como puede verse en la ecuación (15), es necesario encontrar una aproximación para cada uno de los volúmenes V_e y V_s . En este estudio se analizan dos posibilidades para estimar estos volúmenes, con el propósito de validar la importancia de los coeficientes de corrección obtenidos. En la primera aproximación (A_1) se elabora un esquema detallado que permita aproximar el perfil real visto en el procedimiento experimental, (Figura 5). La segunda aproximación (A_2) simplifica a (A_1) de tal manera que se pueda reducir el manejo de términos en (15) y buscar que el procedimiento iterativo converja más rápido, (Figura 6).

Aproximación A_1 :

En este caso V_e = cuadrilátero (1,2,4,5) y V_s = cuadrilátero (2,4,7,9) en la Figura 4. Los parámetros que se definen en la figura son:

$$T = \frac{(L_e \cos \theta_e - (d_1 + L_e \tan \theta_e) \operatorname{sen} \theta_e) \cdot ((d_2 + L_s \tan \theta_s) \cos \theta_s - (d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e)}{L_e \cos \theta_e + L_s \cos \theta_s - d_1 \operatorname{sen} \theta_e - d_2 \operatorname{sen} \theta_s}$$

$$e = (d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e, \quad r = (d_2 + L_s \tan \theta_s) \cos \theta_s, \quad j = (d_2 + L_s \tan \theta_s) \operatorname{sen} \theta_s, \quad q = L_e \tan \theta_e$$

$$i = L_s \tan \theta_s, \quad n = (d_1 + L_e \tan \theta_e) \operatorname{sen} \theta_e, \quad p = L_e \cos \theta_e + L_s \cos \theta_s - d_1 \operatorname{sen} \theta_e - d_2 \operatorname{sen} \theta_s$$

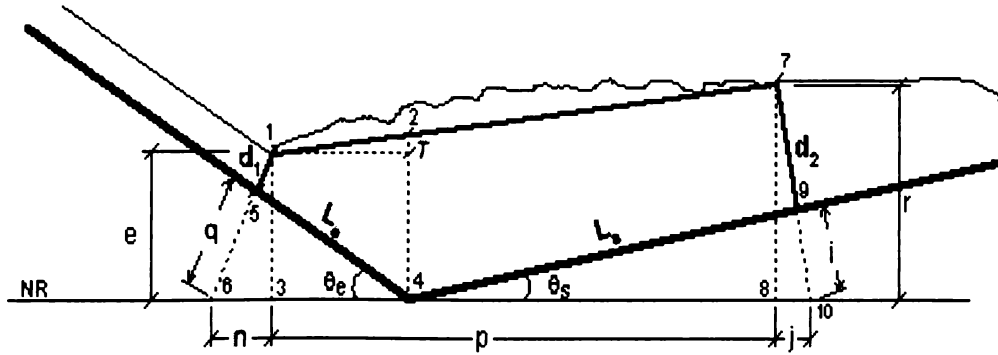


FIGURA 5.
Aproximación (A1) geométrica para el cálculo de volúmenes.

El cálculo de los volúmenes depende de las áreas multiplicadas por el ancho del canal. Así:

$$V_e = \left[\begin{aligned} & \left[(d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e + (d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e + T \right] \cdot \frac{1}{2} (L_e \cos \theta_e - (d_1 + L_e \tan \theta_e) \operatorname{sen} \theta_e) \\ & + \frac{1}{2} (d_1 + L_e \tan \theta_e) \operatorname{sen} \theta_e \cdot (d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e - \frac{1}{2} L_e^2 \tan \theta_e \end{aligned} \right] \cdot B \quad (19)$$

$$V_s = \left[\begin{aligned} & \left[(d_2 + L_s \tan \theta_s) \cos \theta_s + (d_1 + L_e \tan \theta_e) \cos \theta_e + T \right] \cdot \frac{1}{2} (L_s \cos \theta_s - (d_2 + L_s \tan \theta_s) \operatorname{sen} \theta_s) \\ & + \frac{1}{2} (d_2 + L_s \tan \theta_s) \operatorname{sen} \theta_s \cdot (d_2 + L_s \tan \theta_s) \cos \theta_s - \frac{1}{2} L_s^2 \tan \theta_s \end{aligned} \right] \cdot B \quad (20)$$

Aproximación A₂:

En este caso V_e = Cuadrilátero(1',2',3',4') y V_s = Cuadrilátero(2',4',5',6'); en la Figura 6. Los parámetros geométricos necesarios para el cálculo de volúmenes son:

$$a = d_1 \cos \theta_e, \quad b = L_e \operatorname{sen} \theta_e, \quad c = L_s \operatorname{sen} \theta_s$$

$$x_1 = L_e \cos \theta_e, \quad x_2 = L_s \cos \theta_s,$$

$$y = d_1 \cos \theta_e + L_e \operatorname{sen} \theta_e$$

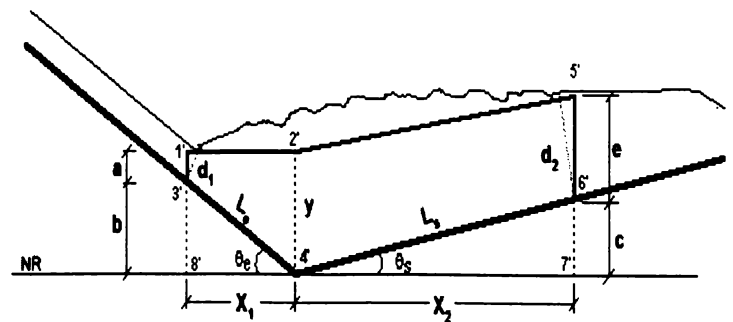


FIGURA 6.
Aproximación (A2) geométrica para el cálculo de volúmenes.

Los volúmenes quedan definidos como:

$$V_e = L_e \cos \theta_e \left(d_1 \cos \theta_e - \frac{L_e}{2} \sin \theta_e \right) \cdot B \quad (21)$$

$$V_s = \frac{1}{2} L_s \cos \theta_s \left(d_1 \cos \theta_e + L_e \sin \theta_e + d_2 \cos \theta_s \right) \cdot B \quad (22)$$

Comparando las ecuaciones (19) y (20) con (21) y (22), se observa que son estas últimas mucho más simples, y la aproximación A_2 permite una más fácil manipulación de la ecuación (15).

4.3. Pérdidas de energía

Para evaluar las pérdidas de energía en el modelo estudiado, es necesario tomar un nivel de referencia horizontal y de este modo aplicar el principio de Bernoulli al inicio y final del resalto. Siguiendo un análisis

algebraico detallado y despreciando el efecto de la fricción en el fondo del canal y en las paredes, se obtiene la siguiente expresión:

$$\Delta E = \frac{F_1^2 d_1 \cos(\theta_e)}{2} \left(\frac{d_2^2 - d_1^2}{d_2^2} \right) + d_1 \cos \theta_e - d_2 \cos \theta_s - L_s \sin \theta_s + L_e \sin \theta_e \quad (23)$$

La ecuación (23), permite calcular las pérdidas de energía en el resalto, en función del número de Froude y de sus parámetros geométricos.

5. RESULTADOS Y ANALISIS

En la tabla 1 se representan los valores extremos de F_1 (mínimos y máximos) obtenidos en la fase experimental para cada una de las pendientes θ_e analizadas. La franja delimitada representa el rango de trabajo en el que fue posible la medición, un valor por fuera de este rango no permite la formación del resalto.

CONFIGURACIÓN DE PENDIENTES	INTERVALOS DE F_1	CONFIGURACIÓN DE PENDIENTES	INTERVALOS DE F_1
45° : 2°	14.5 – 16.7	15° : 1°	5.7 – 7.5
45° : 4°	11.5 – 16.2	15° : 2°	7.6 – 7.9
45° : 6°	9.30 – 15.2	15° : 3°	5.4 – 8.2
45° : 8°	8.10 – 15.2	15° : 4°	5.0 – 7.5
45° : 10°	6.20 – 11.0	15° : 6°	4.9 – 7.8
35° : 2°	10.1 – 11.9	10° : 1°	7.0 – 7.2
35° : 4°	7.51 – 9.5	10° : 2°	6.1 – 7.0
35° : 6°	6.50 – 12.7	10° : 3°	4.0 – 6.6
35° : 8°	5.40 – 10.8	10° : 4°	3.2 – 6.1
25° : 2°	8.10 – 11.0	5° : 1	4.4 – 4.9
25° : 4°	6.20 – 8.30	5° : 2	2.9 – 4.7
25° : 6°	5.00 – 6.80	5° : 3	2.4 – 4.0
25° : 8°	5.00 – 11.1		

TABLA 1.

Intervalos de F_1 obtenidos experimentalmente para cada configuración de pendiente.

Se puede observar que a medida que se disminuye q_e se disminuye la magnitud F_1 , esto es, por ejemplo: para una pendiente θ_e de 10° no es posible obtener F_1 tan altos como los de una pendiente q_e de 45°.

5.1. Factores k_e y k_s

Los factores k_e y k_s , permiten realizar una corrección por la suposición del volumen de control y por impacto del chorro de fondo. Para cada uno de los resaltos en

estudio se hallan los valores k_e , k_s y se analiza la dependencia de éstos con otros parámetros como F_1 , q_e y q_s . Se llega a que estos no presentan alguna tendencia clara y con base al estudio estadístico realizado para k_e y k_s se encuentra que cumplen con la hipótesis de distribución normal y se puede hallar un valor promedio para k_e y k_s ; estos valores se resumen en la tabla 2. Los valores k_e y k_s se calculan para las dos aproximaciones A_1 y A_2 . Además, se hallan valores de éstos coeficientes para dos intervalos de pendientes de entrada, pendientes fuertes (45°-25°) y pendientes suaves (25°-5°).

θ_E	Aproximación (A ₁)		Aproximación (A ₂)	
	k_e	k_s	k_e	k_s
45° - 25°	1.31 ± 0.12	0.9 ± 0.02	1.39 ± 0.13	0.94 ± 0.02
25° - 5°	0.96 ± 0.03	1.05 ± 0.02	1.27 ± 0.1	1.2 ± 0.03

TABLA 2.

 Valores de k_e y k_s para aproximaciones A₁ y A₂.

5.2. Relaciones adimensionales

Para cada uno de los resaltos en estudio se hallan las relaciones adimensionales L_e/d_1 , L_s/d_1 y d_2/d_1 y se analiza la variación de éstos con F_1 , θ_e y θ_s .

Un parámetro de gran relevancia es la longitud de entrada (L_e); se observa en todas las combinaciones de pendiente que a medida que aumenta F_1 , la relación L_e/d_1 también aumenta, bajo la misma consideración expuesta para L_e , otro de los grupos adimensionales importante, esta relacionado con la longitud de salida (L_s): la relación L_s/d_1 permitió establecer una zona de transición para el rango de pendientes entre (15° - 25°), ya que a partir de estas pendientes el comportamiento de F_1 con respecto a L_s/d_1 se invertía y pasaba de ser directamente proporcional para pendientes altas (45° - 25°), es decir, a medida que aumenta F_1 , la relación L_s/d_1 también aumenta; a ser inversamente proporcional para pendientes bajas (15° - 5°), es decir, a medida que aumenta F_1 , la relación L_s/d_1 disminuye. Con respecto a la relación de profundidades se observa en todos los casos que a medida que F_1 aumenta, la relación de (d_2/d_1) también aumenta.

Como resultado de esto se proponen regresiones donde las variables dependientes L_e/d_1 , L_s/d_1 y d_2/d_1 se expresan en función de las variables representativas F_1 , $\tan\theta_e$ y $\tan\theta_s$. Con base a la linealidad de las curvas experimentales se escoge un modelo de regresión lineal, que permite obtener buenos ajustes y así minimizar el

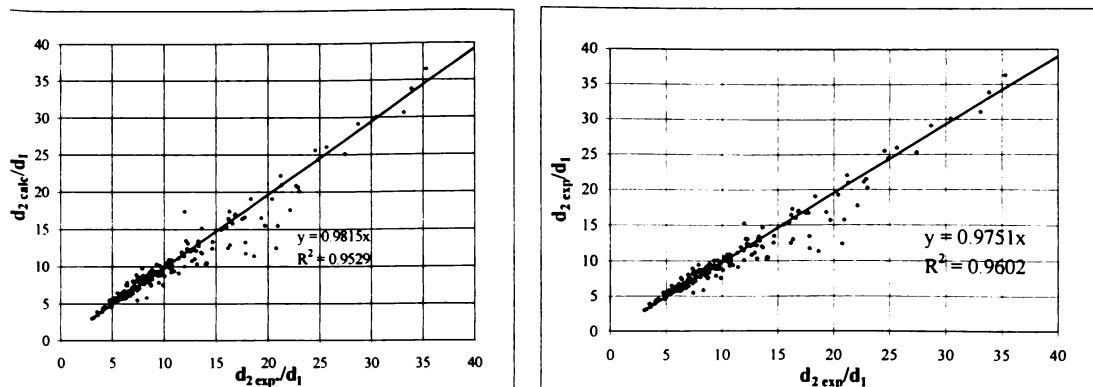
error. La ecuación lineal general es:

$$\hat{Y} = \hat{a}X + \hat{b} + \varepsilon_i \quad (24)$$

Donde ε_i es el residuo y representa la componente del error aleatorio. (Jiménez, 2001). Para medir el grado de bondad del ajuste se utiliza el coeficiente de determinación R^2 que indica la proporción de varianza explicada por la regresión lineal.

5.3. Aproximaciones A₁ y A₂

Los resultados obtenidos al calcular la profundidad secante mediante las ecuaciones A₁ y A₂, se comparan con los resultados experimentales. En la Figura 7 se ilustra la variación de $d_{2 \text{ calculado}}/d_1$ Vs. $d_{2 \text{ experimental}}/d_1$ utilizando A₁ y A₂. En ambos casos puede observarse que la línea de tendencia tiene una pendiente muy cercana a uno y un coeficiente de determinación alto; lo cual permite concluir que los valores de d_2 calculados con la ecuación (15) son muy cercanos a los valores de d_2 registrados en la fase experimental. La diferencia entre A₁ y A₂, radica en la aproximación que se hace del volumen de entrada V_e y el volumen de salida V_s . Las expresiones para los volúmenes en el caso A₁, son demasiado complicadas y por el contrario, el volumen asumido en A₂ conduce a expresiones mucho más resumidas de V_e y V_s .


FIGURA 7.

d_2 calculado./ d_1 Vs. d_2 experimental./ d_1 . (Aproximación A1 Y A2)

La comparación de A_1 y A_2 para el cálculo de la profundidad d_2 demuestra la importancia de los factores k_e y k_s planteados en la solución del modelo teórico. Las estadísticas de errores obtenidos al aplicar las aproximaciones A_1 y A_2 a los resaltos analizados son que 88% de los datos pronosticados con la Ecuación (15) están por debajo del 20% de error relativo; lo cual es considerado bajo en modelaciones de este tipo. El restante 12% está entre el 20% y 40% de error relativo, que de acuerdo a los resultados experimentales corresponde a pendientes de entrada fuertes.

5.4. Disipación de energía

En la Figura 8 se presenta la disipación de energía de 176 resaltos estudiados. Puede observarse que a medida

que F_1 aumenta la disipación de energía también lo hace. La mayoría de los resaltos presentan un porcentaje de disipación entre el 50 y 70 %. La máxima disipación que se alcanza es del 78.2 % y se presenta para un $\theta_e = 45^\circ$ y $\theta_s = 2^\circ$, y la mínima disipación es del 18%, dada para $\theta_e = 5^\circ$ y $\theta_s = 3^\circ$. De acuerdo a esto, la máxima disipación se presenta cuando se tiene una pendiente de entrada alta combinada con una pendiente adversa baja. Caso contrario se presenta para una combinación de pendientes bajas, donde la disipación de energía no es tan considerable. Esto está en concordancia con lo observado por Hager (1992) en resaltos tipo B (Kindsvater), quien asevera que mientras más cerca esté el resalto del fondo horizontal, mayor es la eficiencia. En este estudio, a menor pendiente adversa, el resalto tiende a ser más del tipo F_A alcanzando mayor eficiencia.

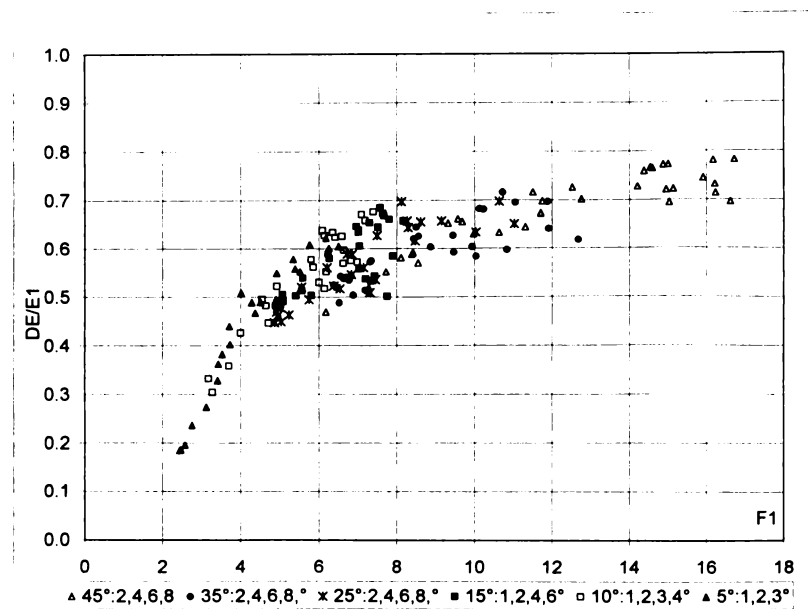


FIGURA 8.

DE/E1 vs. F_1 para θ_e fijas y variando θ_s

La eficiencia como disipador de energía del resalto es mayor a medida que se tenga un mayor valor de F_1 . Esto implica que a menor caudal mayor eficiencia. Cuando se habla de eficiencia, se hace referencia únicamente a la disipación de energía con relación a la energía inicial, y no se debe confundir con el remolino y su capacidad mezcladora, debido a que al aumentar el caudal la capacidad de mezcla también aumenta.

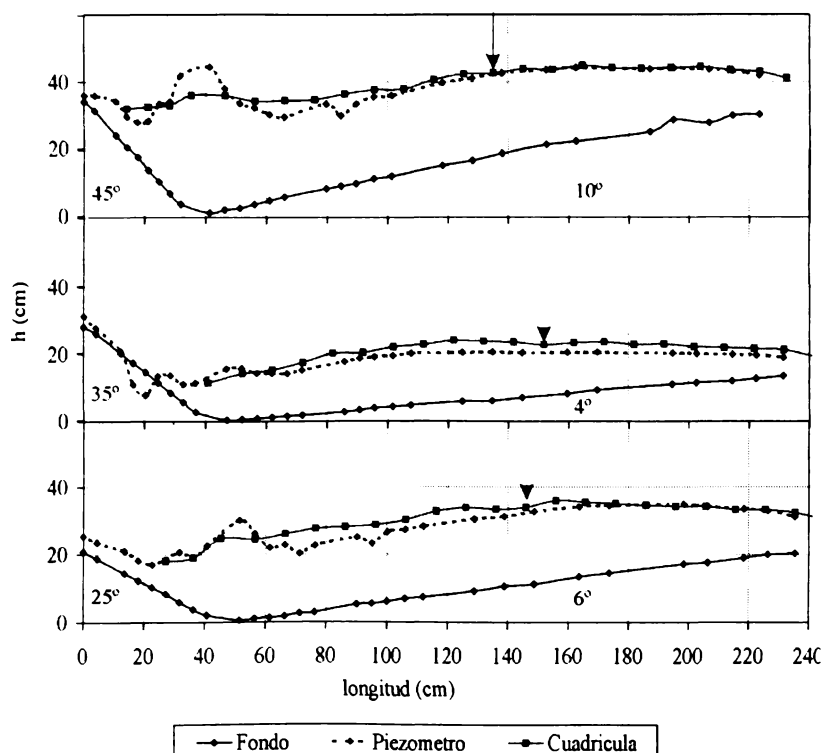
5.5. Perfiles de flujo

El perfil de flujo de cada uno de los resaltos, registrado con los piezómetros, se comparó con el perfil observado

a través de la cuadrícula, la cual permitía tomar la profundidad normal al lecho de cada canal en intervalos de 0.1 m. Ambos perfiles se grafican con respecto a un eje horizontal, la profundidad medida en la cuadrícula se multiplica por $\cos\theta_1$, con el objetivo de corregir el efecto de la pendiente sobre la distribución de presión, así:

$$h = d \cos\theta \quad (25)$$

En la figura 9, se presentan algunos de estos perfiles, que pueden considerarse casos típicos.


FIGURA 9.

Comparación del perfil registrado con cuadrícula y el registrado con piezómetros para θ_e de 45°, 35° y 25°

Los perfiles en la figura corresponden a pendientes altas, la flecha indica el punto donde se asume termina el resalto, tomado como el final del remolino o turbulencia y la línea que representa el fondo, es la lectura piezométrica en ausencia de flujo. Se observa cómo, a partir de este punto, los perfiles prácticamente son los mismos, indicando que la alta turbulencia provocada por el chorro de fondo se está disipando, y que las burbujas de aire emergen hacia la superficie; así, la suposición del final del remolino se puede considerar que fue bien identificada en la mayoría de los resaltos experimentados. También se nota cómo los piezómetros registran el impacto del chorro de fondo sobre la conjunción, situación que no ocurre con los registros de cuadrícula, debido a que éstos solo permiten tomar el valor de la profundidad media normal en esa zona. Esto muestra que el uso de piezómetros dentro de la fase experimental permite obtener valores de los coeficientes de corrección para resaltos donde el impacto del chorro de fondo sea notable, es decir, para el caso de pendiente a la entrada mayor de 25°.

6. CONCLUSIONES

Este trabajo tuvo por objetivo el estudio de resaltos hidráulicos en cambios de pendiente, y a diferencia de

otras investigaciones relacionadas con el tema, se hizo una variación de la pendiente de entrada y de la pendiente adversa para 25 combinaciones. La formación del flujo supercrítico se logra por medio de una descarga libre en el canal de aproximación. En los resaltos obtenidos no se forzó de ninguna manera su posición, y el único control aguas abajo fue la pendiente adversa, en la cual se desarrolló una descarga libre.

Con la experimentación se valida un nuevo modelo hidráulico para resaltos en cambios de pendiente, con el cual es posible calcular la profundidad d_2 utilizando aproximaciones geométricas para el volumen de control, hallando valores de corrección experimentales por forma e impacto k_e y k_s (tabla 2), los cuales tienen valores constantes y diferentes para pendientes de entrada fuertes (45°, 35°, 25°) y otro para suaves (25°, 15°, 10°, 5°) según este estudio.

Al aplicar dos volúmenes de control diferentes A_1 y A_2 , en la ecuación de momentum, se obtienen buenos resultados en la estimación de la profundidad d_2 , pero por simplicidad en sus términos se recomienda la aproximación A_2 . Además, la utilización de A_1 y A_2 justifica la importancia de utilizar los factores k_e y k_s y su relevancia en la ecuación 15, ya que un valor

inapropiado de éstos, se ve reflejado en un fuerte incremento de los errores. Se proponen regresiones experimentales para L_e/d_1 y L_s/d_1 , necesarias en la ecuación (15) y validas únicamente en este tipo de modelo. Los factores de corrección k_e y k_s encontrados son cercanos a la unidad, lo que permite concluir que la suposición del perfil del resalto como lineal es satisfactoria en el momento de idealizar el volumen de control.

El comportamiento de F_1 , con respecto a la profundidad, discrepa con el propuesto para resaltos hidráulicos controlados en pendientes suaves o en fondo horizontal. En este estudio, el F_1 se genera a partir de una descarga libre, para la cual se observa que a medida que la d_1 aumenta el F_1 disminuye, de aquí que a diferencia de otros modelos, los resaltos incipientes o débiles presenten un F_1 alto y los resaltos fuertes (turbulentos y oscilantes) un F_1 bajo. Además los intervalos de F_1 presentados para cada configuración de pendientes son diferentes y esto hace complicado establecer una clasificación a partir de este parámetro

La eficiencia para la mayoría de los resaltos estudiados estuvo entre el 40% y el 70%. A medida que la pendiente adversa disminuye la eficiencia aumenta y a mayor pendiente de entrada, mejora la disipación.

Obtener un resalto formado completamente en la pendiente adversa y que permaneciera estable, no fue posible bajo las condiciones de este estudio, pues se requiere de un control aguas arriba y aguas abajo del resalto.

7. BIBLIOGRAFIA

- Argyropoulos, A. 1962. General solution of the hydraulic jump in sloping channels. *Journal of the Hydraulics Division. Proc. ASCE*, 88(HY4): 61-75.
- Gunal, M. y Narayanan, R. 1996. Hydraulic jump in sloping channels. *Journal of hydraulic Engineering, ASCE*, 436-442.
- Haan, C.T. 1977. *Statistical Methods in Hydrology*. Ioaw State University Press. 376 p
- Hager, W. H. 1992. *Energy dissipators and hydraulic jump*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Khader, A. y Rajagopal S. 1972. Hydraulic jump in adverse channel slope. *Irrigation and Power. India*. 29(1): 77-82.
- Kindsvater, C. 1944. The hydraulic jump in sloping channels. *Trans. ASCE*, 109: 1107-1120.
- Maccorcuodale, J.A. y Mohamed, M.S. 1994. Hydraulic jumps on adverse slopes channel. *Journal of Hydraulic Research, ASCE*, 32(1): 119-130.
- Ohtsu, I. y Yasuda, Y. 1991. Hydraulic jump in sloping channels. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 117(7): 905-921.
- Okada, A. y Aki, S. 1956. Experimental studies of hydraulic jump on reversed slope channel. *Technical Laboratory Central Research Institute of Electric power Industry, Tokyo* 5(6): 161-174.
- Pagliara, S. y Peruginelli, A. 2000. Limiting and sill-controlled adverse slope hydraulic jump. *Journal of the Hydraulic Engineering, ASCE*, 126(11): 847-851.
- Rajaratnam, N. 1967. The hydraulics jumps in sloping channels. *Irrigation and Power, ASCE*, 123(2)
- Rouse, H. 1938. *Fluid Mechanics for hydraulic Engineers*. Published by Mc Graw Hill Book Co. Inc, New york, N.Y, 301p.
- Stevens, J.C. 1944. Discussion of the paper by Carl E. Kindsvater "Hydraulic jump in sloping channels. *Transactions, ASCE*, 109(2228): 1107-1120