

## RACIONALIZACIÓN DE CAUDALES MÍNIMOS EN UNA REGIÓN DEL DEPARTAMENTO DEL CAUCA COLOMBIA, UTILIZANDO LA DISTRIBUCIÓN WAKEBY

*Ana Cecilia Arbeláez y Lina Mabel Castro*

*Facultad de Ingeniería Civil*

*Universidad del Cauca*

*acarbela@unicauca.edu.co, lmcastro@unicauca.edu.co*

Recibido para evaluación: 25 de Julio de 2004 / Aceptación: 03 de Septiembre de 2004 / Recibida versión final: 13 de Septiembre de 2004

### RESUMEN

The results of a detailed revision of the hydrologic methodologies used in the modeling of the chilean power system are presented. Some precaution to be considered in the modeling process are presented. A general description of the hydrologic properties of the region is presented. Some important aspects are discussed that should in order that the used hydrologic information adequately represents the critical conditions.

**PALABRAS CLAVES:** Análisis de Frecuencias de Mínimos, Regionalización, Distribución Wakeby.

### ABSTRACT

It is intended to regionalize the minimum river streamflows of the Cauca region in Colombia using the Wakeby probability distribution function to define streamflows associated to different return periods. The Wakeby pdf has the advantage of the flexibility and to present a separation of the pdf extreme flows. The estimation procedure is presented. The results are presented for series with a length between 18 and 36 years. The goodness of fit tests for the graphical correlation coefficient, standard error of adjustment and graphic tests, were implemented. It is shown that the Wakeby pdf has a better fit than the LogNormal II or Gumbel distributions. An extension of the Flood Index method is applied for the regionalization of the Wakeby distribution for the region standardized streamflows. Some discussions and conclusions of the obtained results are finally presented.

**KEY WORDS:** Flow Frequency Analysis, Minimum Flows, Regionalization, Wakeby Distribution Function.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las estimaciones de caudales mínimos en una cuenca son fundamentales para: a) manejo de calidad del agua, b) planeamiento de sistemas de suministro de agua, hidroeléctricas, enfriamiento, e irrigación y c) impacto en los ecosistemas acuáticos de las sequías prolongadas. Las pérdidas asociadas a sequías, en general, son mayores que las pérdidas asociadas a inundaciones, Kim, T, y Valdes, J, 2003.

Los caudales mínimos dependen del aporte de las aguas subterráneas a la corriente, por tal razón están asociados a las características climáticas, geológicas, cobertura, tipo de suelo y demás variables que afectan los procesos de infiltración y evapotranspiración de la lluvia en la cuenca. Para estimar los caudales mínimos en una cuenca en particular existen diversas metodologías y su aplicación depende de las características de la información disponible.

Cuando se cuenta con registros históricos de caudales mínimos, se utiliza el Análisis de Frecuencias, que permite estimar los caudales asociados a recurrencias particulares. El método de la Curva de Recesión modela el aporte de aguas subterráneas a partir de las variables geológicas y climáticas de la cuenca, representando la parte decreciente del hidrograma, usualmente de forma exponencial (Chow, 1988). La Curva de Duración de caudales relaciona la magnitud y recurrencia de los caudales. Los modelos Lluvia Escorrentía, previamente calibrados en la cuenca, permiten inferir el comportamiento de los caudales a partir de registros de precipitación.

Cuando en la cuenca de interés no se dispone de registros de caudal se debe recurrir a otras técnicas que permitan estimar de manera aproximada el caudal mínimo para diferentes períodos de retorno. Entre ellas se clasifican: la Regionalización de las características estadísticas (media y desviación estándar) en función de parámetros morfométricos (área, pendiente, etc.) y climáticos (precipitación y evaporación) para una distribución de frecuencia en particular; calcular índices regionales como la relación entre el caudal mínimo y el área de drenaje; y finalmente generar series sintéticas de caudales y, a partir de éstas, estimar el caudal de estiaje.

En el presente artículo se explora la aplicación de la distribución Wakeby a la cuenca del río Cauca, en el

departamento del Cauca (Colombia), para regionalizar el comportamiento de los caudales mínimos en la región. En primera instancia se verificó cuál era la distribución de probabilidades (LogNormal II, Gumbel o Wakeby) que mejor representaba las series de la región, para luego regionalizar los caudales mínimos. Se aplicó una extensión del método de Índice de Crecientes para la regionalización de la distribución Wakeby (Kuczera, 1982). Se presentan los resultados estimados para diferentes períodos de retorno, según el Análisis de Frecuencias y con la serie estandarizada regional.

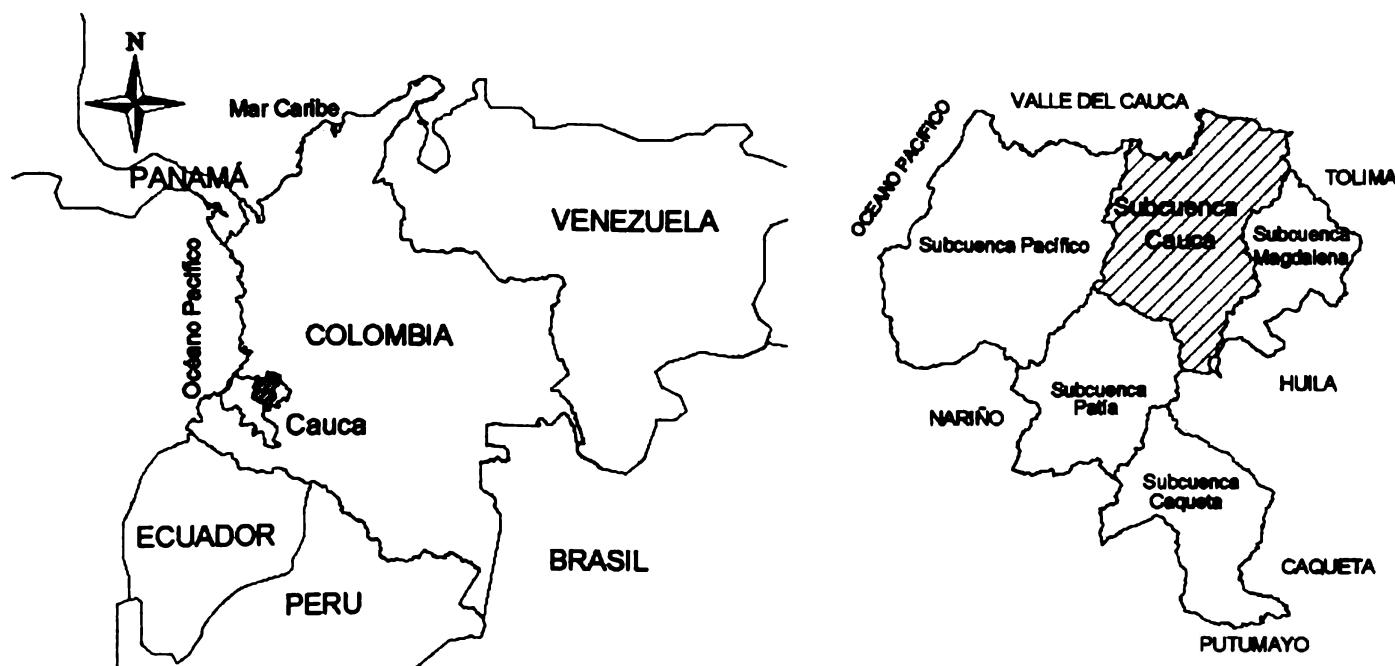
## 2. INFORMACIÓN DE LA CUENCA

Se utilizaron series hidrológicas localizadas en la cuenca del río Cauca, departamento del Cauca ( $31627 \text{ km}^2$ ) localizado al sur occidente de Colombia (Figura 1), donde se originan las principales corrientes del país, en el Macizo Colombiano. La fisiografía del departamento del Cauca está dividida en 5 subcuencas principales (Figura 1): cuenca Patía con un área de drenaje de  $5334 \text{ km}^2$ , la cuenca Magdalena con  $3144 \text{ km}^2$ , la cuenca Pacífico que drena  $10436 \text{ km}^2$  al océano Pacífico, la cuenca Caquetá de  $4990 \text{ km}^2$  y finalmente, la cuenca Cauca con  $7394 \text{ km}^2$ , la cual es la región de interés del presente estudio. Para el análisis se utilizaron estaciones limnigráficas (LG) y limnimétricas (LM) operadas por el IDEAM y la CVC, en la cuenca del río Cauca (Figura 2). Las principales características morfométricas y los estadísticos básicos de la información hidrológica utilizada, se relacionan en la Tabla 1.

Se observa que la longitud de los registros disponibles no permite hacer un análisis diferencial de los eventos Niño, que sería la condición más crítica para la modelación de caudales mínimos. Sin embargo, dado el conocimiento que se tiene de la influencia del Fenómeno del Niño en la hidrología colombiana (Poveda y otras, 1998), para la selección de los mínimos anuales se consideró el año hidrológico comprendido entre junio y mayo del año siguiente, que es el período en el cual se desarrolla la fase extrema del Fenómeno del Niño.

**TABLA 1.** Características morfométricas y estadísticas de las series usadas.

Estación	Coordenadas		Área km2	Cota Estación	Longitud serie	Características de la muestra		
	N	E				Media	Desvest	CoefAsim
Cauca Lomitas	727,358.55	1,073,897.64	26.4	2,900	20	0.81	0.3	-0.278
Cauca Pan de Azúcar	791,852.81	1,042,358.09	3071.3	1,151	28	26.43	6.48	-0.018
Hondo Puente Carretera	765,804.15	1,039,183.75	216.6	1,740	20	1.89	0.6	0.977
La Teta Lomitas	828,718.35	1,055,315.66	128.4	1,022	26	0.76	0.34	0.886
Ovejas Abajo	808,444.87	1,055,324.75	527.3	1,263	36	5.5	1.52	0.257
Ovejas Los Cámbulos	806,598.85	1047912.83	585.5	1,143	18	7.68	1.73	0.553
Palacé Malvasá	764,869.76	1,082,469.54	89.6	2,850	33	0.88	0.26	0.237
Palacé Puente Carretera	772,230.17	1,057,749.34	255.4	1,758	24	2.55	0.88	-0.899
Palo Puerto Tejada	849,001.30	1,071,979.03	1524.2	966	35	8.97	4.07	0.699
Piedras Puente Carretera	762,433.36	1,062,696.66	59.2	2,000	24	2.55	0.88	-0.899
Quinamayó Puente Ferrocarril	827,524.18	1,063,036.57	165.5	1,000	29	0.59	0.49	1.451
Q. Saté Puente Carretera	767,219.78	1,048,142.90	19.6	1,470	24	0.12	0.09	1.67



**FIGURA 1.** Localización de la zona de estudio.

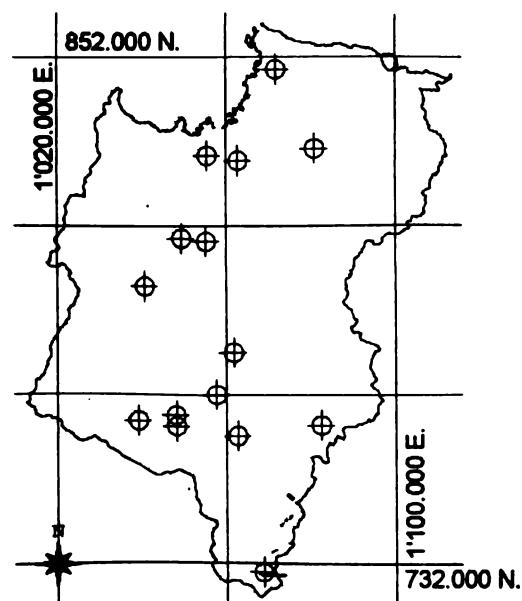


FIGURA 2. Localización de las estaciones utilizadas en el estudio

Previo al Análisis de Frecuencias se realizó un proceso de verificación de la calidad de información disponible y se descartaron los registros de las estaciones Río Cauca Julumito y Río Negro Paletará, puesto que presentaron un comportamiento anómalo, ya sea de cambio o tendencia en la media o en la varianza. Se utilizó la

metodología propuesta por Poveda y Otros, 2001. Adicionalmente, se descartó la serie correspondiente a Palo Bocatoma, puesto que está localizada aguas abajo de una bocatoma, cuyos registros no se disponen para la respectiva corrección.

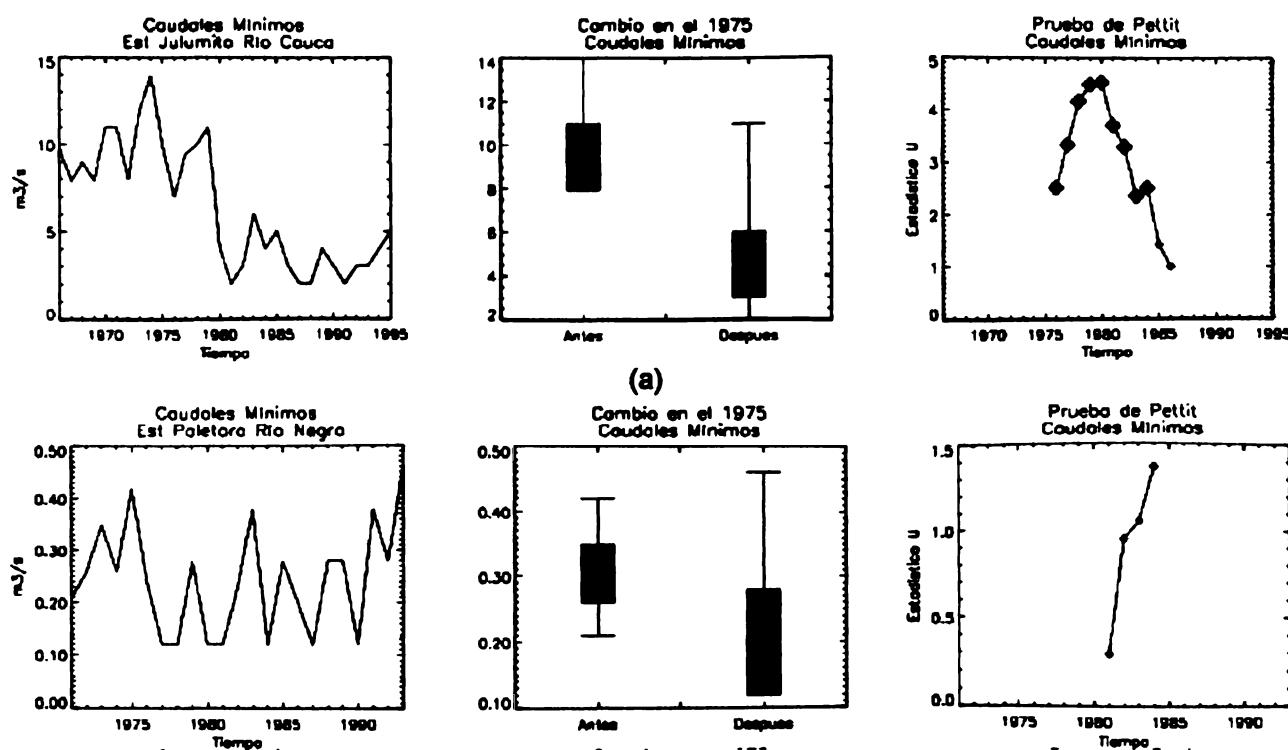


FIGURA 3. Series descartadas por presentar anomalías. (a) Río Cauca, Estación Julumito, (b) Río Negro, Estación Paletará

### 3. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS DE LOS CAUDALES MÍNIMOS

El Análisis de Frecuencias es un análisis probabilístico de datos históricos que hace inferencias acerca de una variable aleatoria (población), usando una muestra. Se debe encontrar la distribución teórica de probabilidad que mejor represente los datos para luego inferir acerca de la magnitud del evento para una recurrencia en particular. Para que sean confiables los resultados que se obtengan del Análisis de Frecuencia, se debe tener calidad y cantidad en la información de la muestra, además que los datos hidrológicos analizados sean independientes e idénticamente distribuidos (Chow, 1988).

Los registros hidrológicos han sido usualmente modelados con la distribución Log Normal II (LNII) y la distribución Gumbel (Chow, 1988). En el presente trabajo se modeló también con la distribución Wakeby de cinco parámetros presentada posteriormente.

#### 3.1. Período de Retorno de Mínimos ( $T_R$ )

El período de retorno o intervalo de recurrencia de un caudal mínimo se entiende como el intervalo promedio de tiempo en el cual un evento de magnitud dada, puede ser igualado o excedido una vez; así la probabilidad de excedencia del evento  $P(X > x_{T_R})$ , se relaciona con el período de retorno de la siguiente manera (Kim, T., Valdes, J. y Yoo, Ch., 2003):

$$P(X \geq x_{T_R}) = \frac{1}{T_R} \quad (1)$$

La función de distribución de probabilidad acumulada (o probabilidad de no excedencia) se obtiene con la expresión  $F(x_{T_R}) = P(X < x_{T_R}) = 1 - P(X \geq x_{T_R})$

#### 3.2. Distribución Wakeby

Esta distribución a pesar de ser de cinco parámetros no es tan susceptible a outliers (puntos expúreos) ya que el método de los momentos, en el cual los datos deben elevarse a potencias desde orden uno hasta orden cinco, no es usado para encontrar sus parámetros; el método usado para estimar los parámetros es el método de los Momentos de Probabilidad Ponderada (MPP) cuyas expresiones resultantes son de carácter lineal, (Houghton, 1978). Otra particularidad de la distribución Wakeby es que presenta características de forma versátil que permiten un análisis regional (Kuczera, 1978).

En la distribución Wakeby se puede diferenciar el lado derecho de la curva (observaciones grandes) y el lado izquierdo de la curva (observaciones pequeñas), esto es provechoso en el estudio de mínimos ya que el lado derecho de la curva no necesariamente adhiere información importante para poder estimar un evento del lado izquierdo.

Esta distribución de probabilidad se define en su forma inversa de la siguiente manera:

$$x = m + a * [1 - (1 - F)^b] - c * [1 - (1 - F)^{-d}] \quad \text{para } m < x_1 \quad (2)$$

Ya que  $m$  no puede ser mayor que el menor de los datos ( $x_1$ ), en caso que lo sea,  $m$  toma el valor de cero. Reagrupando términos, se tiene:

$$x = -a * (1 - F)^b + c * (1 - F)^{-d} + e \quad (3)$$

Donde  $x$  es el caudal mínimo asociado a un período de retorno,  $F$  es la probabilidad de excedencia en el caso del estudio de mínimos,  $e = m + a - c$  para  $m < x$ ,  $d$  es el parámetro de forma del lado derecho de la curva,  $a$  y  $b$  son típicos de los registros de mínimos,  $e$  es el parámetro de localización de la cola derecha de la distribución es decir los eventos mayores, (Houghton, 1978).

#### 3.3. Posición de Graficación (Plotting Position)

La Posición de Graficación representa la distribución de probabilidad empírica acumulada de la muestra ( $F_{Emp}$ ). Si se ordena los datos de menor a mayor con respecto a su magnitud, al aplicar las fórmulas de plotting position, éstos representan la probabilidad de no excedencia; si se ordenasen al contrario (mayor a menor) representarían la probabilidad de excedencia. La mayoría de las expresiones empíricas que se han encontrado se obtienen de la siguiente expresión general:

$$F_{i, emp} = \frac{i - a}{n + 1 - 2a} \quad (4)$$

Donde  $i$  es la posición que ocupa un dato dentro de la muestra cuando ésta se encuentra ya ordenada,  $n$  el número total de datos (muestra) y  $a$  es el valor que cambia, con el cual se busca obtener probabilidades empíricas que no sean sesgadas. Algunas de las expresiones empíricas de probabilidad de no excedencia se presentan en la Tabla 2 a continuación:

TABLA 2. Posición de Graficación

Nombre	Fórmula	a	$T_R^*$	Recomendación
Weibull	$\frac{i}{n+1}$	0	$n+1$	Para todas las distribuciones
Blom	$\frac{i-3/8}{n+1/4}$	0.375	$1.60n+0.4$	Distribución LnNormal
Cunnane	$\frac{i-0.4}{n+0.2}$	0.40	$1.67n+0.3$	Distribución Gumbel
Griengorten	$\frac{i-0.44}{n+0.12}$	0.44	$1.79n+0.2$	Distribución Gumbel
Landwehr	$\frac{i-0.35}{n}$	N/A	$\frac{n}{0.65}$	MPP

(Maidment, 1993)

 $T_R^*$  es el período de retorno para el mayor evento en la muestra tomada.

### 3.4. Método de Ajuste: Método de los Momentos de la Probabilidad Ponderados (MPP)

Greenwood (1979) introdujo el método de los momentos de probabilidad ponderada y mostró lo útil que es para encontrar los parámetros de las distribuciones de probabilidad  $F(x)$ , que puedan expresarse en forma inversa  $x = x(F)$ , como la distribución Wakeby.

Los Momentos de Probabilidad Ponderada, está definida así:

$$M_{l,j,k} = E[X^l F^j (1-F)^k] = \int_0^1 x^l (F)^j (1-F)^k dF \quad (5)$$

Donde  $l, j, k$  son números reales, y si  $j = k = 0$  y  $l$  es un entero no negativo, entonces  $M_{p,0,0}$  representa el momento convencional alrededor del origen de orden  $l$  y  $F$  es la probabilidad de excedencia para los datos ordenados de mayor a menor. Los momentos de probabilidad ponderada de orden cero y uno, usualmente se definen como sigue:

$$M_{1,0,0} = E[x] = \int_0^\infty x f(x) dx = \int_{-\infty}^\infty x F(x) dx \quad (6)$$

$$M_{1,0,0} = E[x * F(x)] = \int_0^\infty x F(x) dx = \int_{-\infty}^\infty x \left[ \int_{-\infty}^x f(t) dt \right] f(x) dx \quad (7)$$

Donde  $E[x]$  es el valor esperado de  $x$ ; algunas veces se usa en lugar de  $F(x)$  el término  $1-F(x)$ . Con cualquiera de los dos procedimientos se obtiene el mismo resultado (Haktanir, 1991).

Para estimar  $M_j$  de una muestra de tamaño  $n$ , cuyos valores deben estar ordenados de forma ascendente, el estimativo muestral llamado  $\tilde{M}_j$  puede ser expresado como:

$$\tilde{M}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i * F_i^j \quad (8)$$

Donde  $F_i$  es el estimativo de  $F(x = x_i)$  de la muestra, y cuyo valor es calculado con las fórmulas de Posición de Graficación (Plotting Position). El mejor de los resultados, cuando se utiliza el método de los Momentos de Probabilidad Ponderada, se obtiene utilizando la expresión de Landwehr en la probabilidad empírica (Posición de Graficación) presentada en la Tabla 2, Landwehr (1979).

### 3.5. Pruebas de Bondad de Ajuste

Para determinar cuál es la distribución estadística que mejor representa los caudales mínimos, se debe verificar la aceptación de las pruebas de bondad de ajuste. Usualmente, se utiliza la prueba Kolmogorov Smirnov y la prueba Chi Cuadrado (Chow, 1988); sin embargo, en estas pruebas se requiere conocer la probabilidad de excedencia (o no excedencia) de la función a evaluar. Para el caso de la distribución Wakeby, que está definida en su forma inversa, no es posible calcular la probabilidad teórica acumulada, por tal razón en el presente trabajo se implementaron las pruebas: Error Estándar de Ajuste (EEA), Coeficiente de Correlación Graficado (CCG) y Prueba Gráfica.

### Error Estándar de Ajuste (EEA)

Mide la desviación entre los datos de caudal y los estimados haciendo uso de la distribución teórica. Entre menor sea el EEA se considera que la distribución empleada ajusta mejor al registro hidrológico. Se define como (Campos, 2001):

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - w_i)^2}{(n - np)}} \quad (9)$$

Donde  $x_i$  son los eventos observados,  $w_i$  son los eventos calculados, aplicando a la distribución teórica la probabilidad  $F_i$  asignada a los eventos  $x_i$ , según las expresiones de Plotting Position;  $np$  es el número de parámetros de ajuste de la distribución.

### Coefficiente de Correlación Graficada

El coeficiente de correlación mide la relación lineal entre dos variables aleatorias, en este caso, el caudal observado y el caudal calculado, a partir de la distribución teórica. Desarrollada por Filliben (1975), quien halló una correlación  $r$  entre los datos observados  $x_i$  y los datos estimados  $w_i$ , usando las expresiones de la Posición de Graficación. Valores de  $r$  cercanos a 1 sugieren que la distribución teórica ajusta correctamente a los datos observados. Si  $\mu$  denota el valor promedio de las observaciones y  $w$  denota el valor promedio de las cantidades estimadas  $w_i$ , luego:

$$r = \frac{\sum (x_i - \mu)(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 \sum (w_i - \bar{w})^2}}^{0.5} \quad (10)$$

### Prueba Gráfica

La gráfica de probabilidad es una prueba en la cual se puede observar el ajuste de los datos a modelar con los estimados según la distribución teórica, de la siguiente manera: en las abscisas se asigna la probabilidad de excedencia  $y$ , en las ordenadas los caudales observados y estimados.

## 4. REGIONALIZACIÓN

En regiones con escasez de información es frecuente utilizar la regionalización para determinar el

comportamiento de una variable hidrológica. Para esta técnica se requiere que la región presente características hidroclimatológicas similares y que se disponga de información hidrológica en algunas cuencas de la región. Una de las técnicas más utilizadas consiste en estimar los momentos de primer y segundo orden (media y desviación estándar) de los caudales mínimos, a partir de información morfométrica de la cuenca y utilizar el método del factor de frecuencia, presentado por Chow, (1988) para estimar el caudal asociado a un período de retorno en particular.

$$Q = \mu + K_T \sigma \quad (11)$$

Donde  $\mu$  y  $\sigma$  son los momentos de primer y segundo orden de la serie y  $K_T$  es el factor de frecuencia de la distribución de probabilidades, que mejor represente los caudales de la región.

Otra técnica de regionalización es el Índice de Crecientes, según el cual la distribución de crecientes para diferentes sitios en una región es la misma, excepto por el parámetro de escala o Índice de Crecientes, el cual refleja el área, la precipitación y la escorrentía características de cada cuenca. El método consiste en estandarizar los caudales con algún parámetro morfométrico o hidrográfico de la cuenca (caudal medio, caudal de banca llena), construir una serie de mayor longitud para realizar de nuevo el Análisis de Frecuencia y determinar la distribución regional de frecuencia. (Maidment, 1993).

Por las características de la distribución Wakeby (definida en su forma inversa) no se dispone de un factor de frecuencia  $K_T$ , por tal razón esta segunda técnica de regionalización (serie estandarizada) fue la utilizada en el presente estudio. Este procedimiento ha sido explorado con anterioridad para el análisis de eventos máximos según lo reporta Kuczera, (1982).

Los caudales están íntimamente relacionados con el área de la cuenca aferente y la media presenta un escalamiento de la forma:

$$\mu_{\min} = \lambda A^\theta \quad (12)$$

En particular para los caudales mínimos se ha demostrado que el exponente  $\theta$  es aproximadamente 1 (Poveda y otros, 2002). Al construir la gráfica entre caudales mínimos y área de drenaje para la zona de estudio (Figura 4) se verificó un comportamiento lineal y el exponente

prácticamente unitario. La linealidad depende mucho de las características propias de cada subcuenca como precipitación, cobertura vegetal, capacidad de infiltración, entre otros. Como las anteriores características no son estrictamente similares, se puede presentar un comportamiento anómalo, tal es el caso de

las estaciones Cauca Lomitas y Piedras Puente Carretera, que tienen un rendimiento hídrico ( $Q/A$ ) muy por encima del promedio de las cuencas restantes y Quinamayó con un rendimiento hídrico extremadamente bajo; estas estaciones fueron descartadas para el proceso de regionalización.

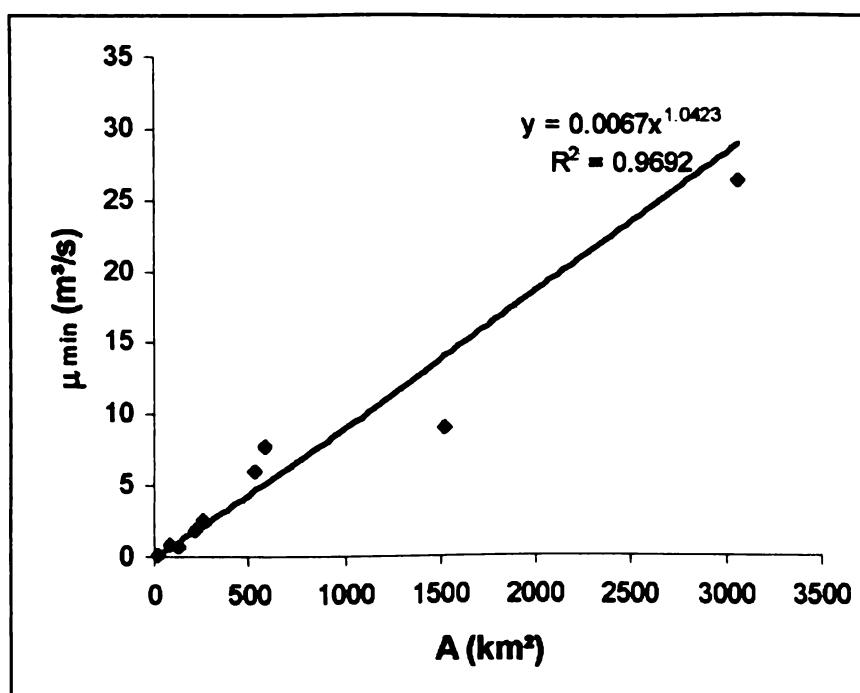


FIGURA 4. Relación entre la media de los caudales mínimos y área de drenaje

Para la estandarización de las series se utilizó el área de la cuenca aferente para verificar el comportamiento de la serie regional.

## 5. RESULTADOS

Para el Análisis de Frecuencias de los caudales mínimos se utilizó una modificación del programa desarrollado en Java llamado HydroStat v. 1.0 (Castro y Hoyos, 2004), en el cual se realiza la estimación de parámetros, la gráfica de probabilidad, las pruebas de bondad de ajuste y estimaciones de caudales para diferentes períodos de retorno. Dentro de este programa se realizan todas las verificaciones con respecto a la distribución Wakeby, además de las distribuciones LogNormal y Gumbel.

### 5.1. Análisis de Frecuencias

Para la selección del mejor ajuste se utilizaron tres criterios a saber: Coeficiente de Correlación Graficado (CCG), Error Estándar de Ajuste (EEA) y la Prueba Gráfica (G). Se observó que el mejor ajuste se obtuvo siempre de manera coincidente con los tres criterios. En todas las series el Error Estándar de Ajuste fue menor que la media de la serie modelada, indicando esto que el error de la estimación es bajo. Igualmente, el Coeficiente de Correlación Graficado (CCG) en la totalidad de los casos fue muy cercano a uno (Tabla 3), apuntando que la distribución de los caudales se ajusta adecuadamente a la distribución teórica seleccionada.

**TABLA 3.** Pruebas de bondad de ajuste para la distribución seleccionada y estimaciones de caudal ( $m^3/s$ ) para diferentes  $T_R$ 

Estación	Distribución	CCG	EEA	TR				
				5	10	20	50	100
Cauca Pan de Azúcar	Wakeby, Landwehr	0.9892	1.28	21.0	16.9	14.1	121	11.3
Hondo Puente Carretera	LnNormal, Blom	0.9709	0.15	1.41	1.23	1.11	0.98	0.9
La Teta Lomitas	Wakeby, Landwehr	0.984	0.07	0.44	0.35	0.31	0.28	0.27
Ovejas Abajo	Wakeby, Gringorten	0.9947	0.17	4.25	3.45	2.9	251	2.37
Ovejas Los Cámbulos	Gumbel ML, Weibull	0.9836	0.33	6.13	5.58	5.18	4.77	4.52
Palacé MalvasáWake	Wakeby, Landwehr	0.992	0.04	0.62	0.52	0.46	0.42	0.41
Palacé Puente Carretera	Wakeby, Landwehr	0.9804	0.19	1.90	1.28	0.72	0.27	0.09
Palo Puerto Tejada	LnNormal, Weibull	0.9814	0.83	5.54	4.53	3.84	3.18	2.81
Q. Saté Puente Carretera	Wakeby, Landwehr	0.9965	0.01	0.05	0.03	0.01	0.01	0.00

Para las estimaciones de caudal para períodos de retorno menores o igual a 100 años se obtuvieron siempre valores positivos (Tabla 3), siendo consistente con el fenómeno físico. En particular, en la quebrada Saté, el caudal mínimo con una recurrencia de 100 años es cero, siendo un resultado lógico para las características de la corriente.

En la Tabla 3 se observa que en la mayoría de las estaciones el mejor ajuste fue con la distribución Wakeby, por tal razón se utilizó esta distribución para el análisis regional. Solamente, en tres estaciones (Hondo, Palo Puerto Tejada y Ovejas Los Cámbulos) la distribución no ajustó (no se obtuvieron los parámetros); sin embargo, estas series no fueron descartadas para el análisis regional. Casi la totalidad de los mejores ajustes, según la distribución Wakeby, se obtuvieron con la probabilidad empírica de Landwehr.

La incertidumbre en las estimaciones a partir del análisis probabilístico está directamente asociada a la longitud disponible de los registros para el modelamiento. Behar, (1997) sugiere que para un estudio de probabilidades se debe tener una muestra mayor a 30 datos para representar convenientemente la población. Los resultados para las series modeladas se pueden considerar adecuados, a pesar que en su mayoría tienen longitud menor de 30.

En la Figura 5 se presentan algunas gráficas de probabilidad indicando el ajuste a la mejor distribución. Se observa un ajuste adecuado, puesto que los caudales registrados están muy próximos al comportamiento según la distribución de probabilidad teórica.

## 5.2. Regionalización

Para el proceso de regionalización se consideró el período común de registro de las series disponibles. La expresión resultante para la regionalización, utilizando la distribución Wakeby y la probabilidad empírica de Landwehr (Figura 6), es:

$$\frac{Q_{\min}}{A} = 1.102 + 3.337 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{T_R} \right)^{8.73} \right] - (-13.97) * \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{T_R} \right)^{-(-0.525)} \right] \quad (13)$$

donde  $Q_{\min}$  está expresado en l/s y A es el área en km<sup>2</sup>. Para la expresión anterior los resultados de las pruebas de bondad de ajuste indican resultados muy satisfactorios con valores de 0.99 para el Coeficiente de Correlación Graficada y de 0.55 para el Error Estándar de Ajuste.

Se observa que el mínimo valor para el rendimiento hídrico según la ecuación regionalizada sería de 1.102 l/s/km<sup>2</sup>, es decir ese sería el mínimo caudal estimado por unidad de área para los períodos de retorno mayores.

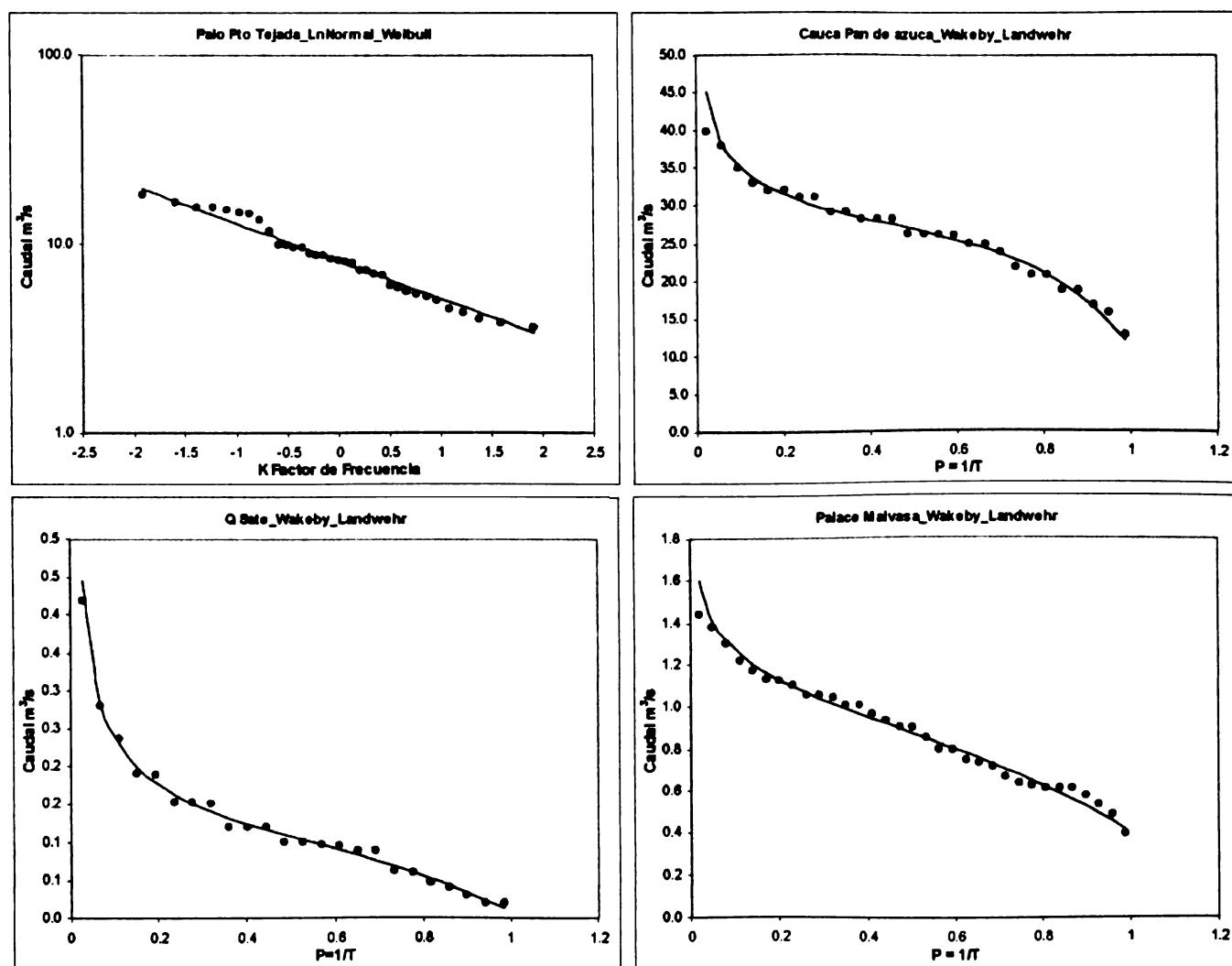
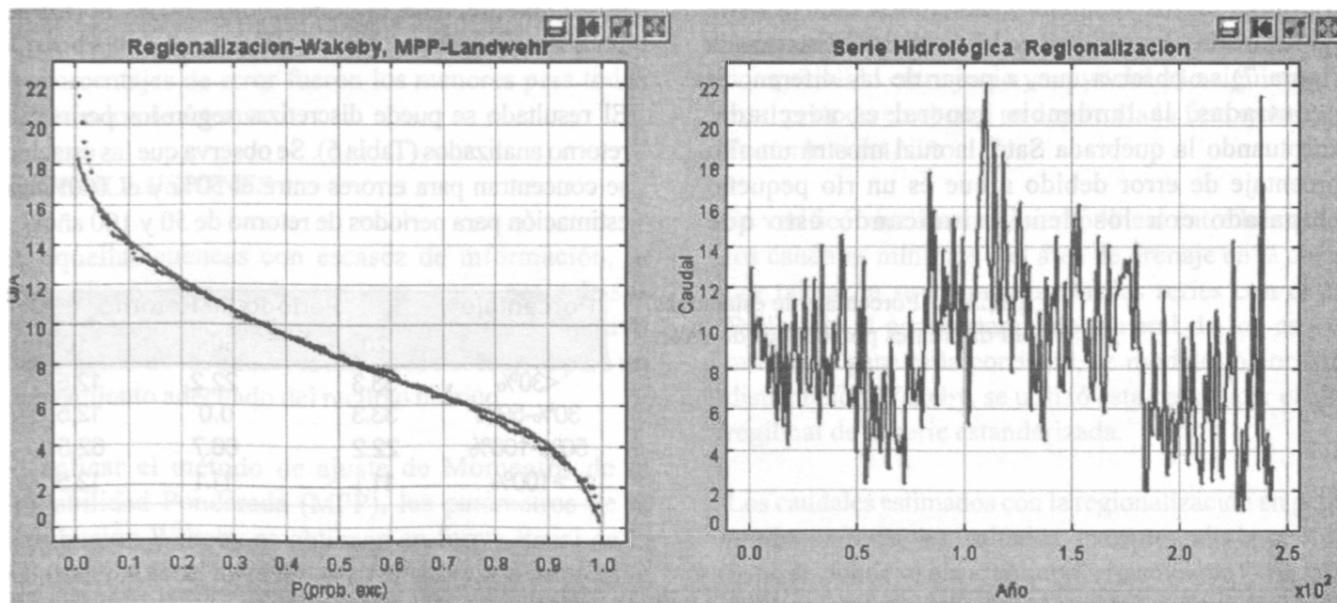


FIGURA 5. Mejor ajuste según la Prueba Gráfica de algunas estaciones.



**FIGURA 6.** Gráfica de la serie estandarizada con el área ( $Q_{\min}/A$ )

### 5.3. Validación

A continuación se presenta el error porcentual entre el caudal calculado con la distribución teórica (Tabla 3) y el caudal estimado usando la distribución regionalizada (Tabla 4).

Estación	Período de Retorno (años)				
	5	10	20	50	100
Cauca Pan de Azúcar	16.92	11.86	8.23	5.50	4.47
Hondo	1.19	0.84	0.58	0.39	0.32
La Teta Lo mitas	0.71	0.50	0.34	0.23	0.19
Ovejas Abajo	2.90	2.04	1.41	0.94	0.77
Ovejas Los Cámbulos	3.23	2.26	1.57	1.05	0.85
Palacé Malvasá	0.49	0.35	0.24	0.16	0.13
Palacé Pte	1.41	0.99	0.68	0.46	0.37
Palo Pto Tejada	8.40	5.89	4.08	2.73	2.22
Q. Saté Puente Carretera	0.11	0.08	0.05	0.04	0.03

**TABLA 4.** Caudales (m<sup>3</sup>/s) estimados para diferentes períodos de retorno, a partir de la distribución regionalizada (Wakeby, Landwehr)

Estación	Período de Retorno (años)				
	5	10	20	50	100
Cauca Pan de Azúcar	19	30	42	54	61
Hondo	15	32	48	60	65
La Teta Lo mitas	61	42	11	18	31
Ovejas Abajo	32	41	51	62	68
Ovejas Los Cámbulos	47	59	70	78	81
Palacé Malvasá	20	33	48	62	68
Palacé Pte	26	23	5	69	313
Palo Pto Tejada	52	30	6	14	21
Q. Saté Puente Carretera	116	152	424	250	N/A

**TABLA 5.** Error porcentual entre Qestimado y QRegionalizado

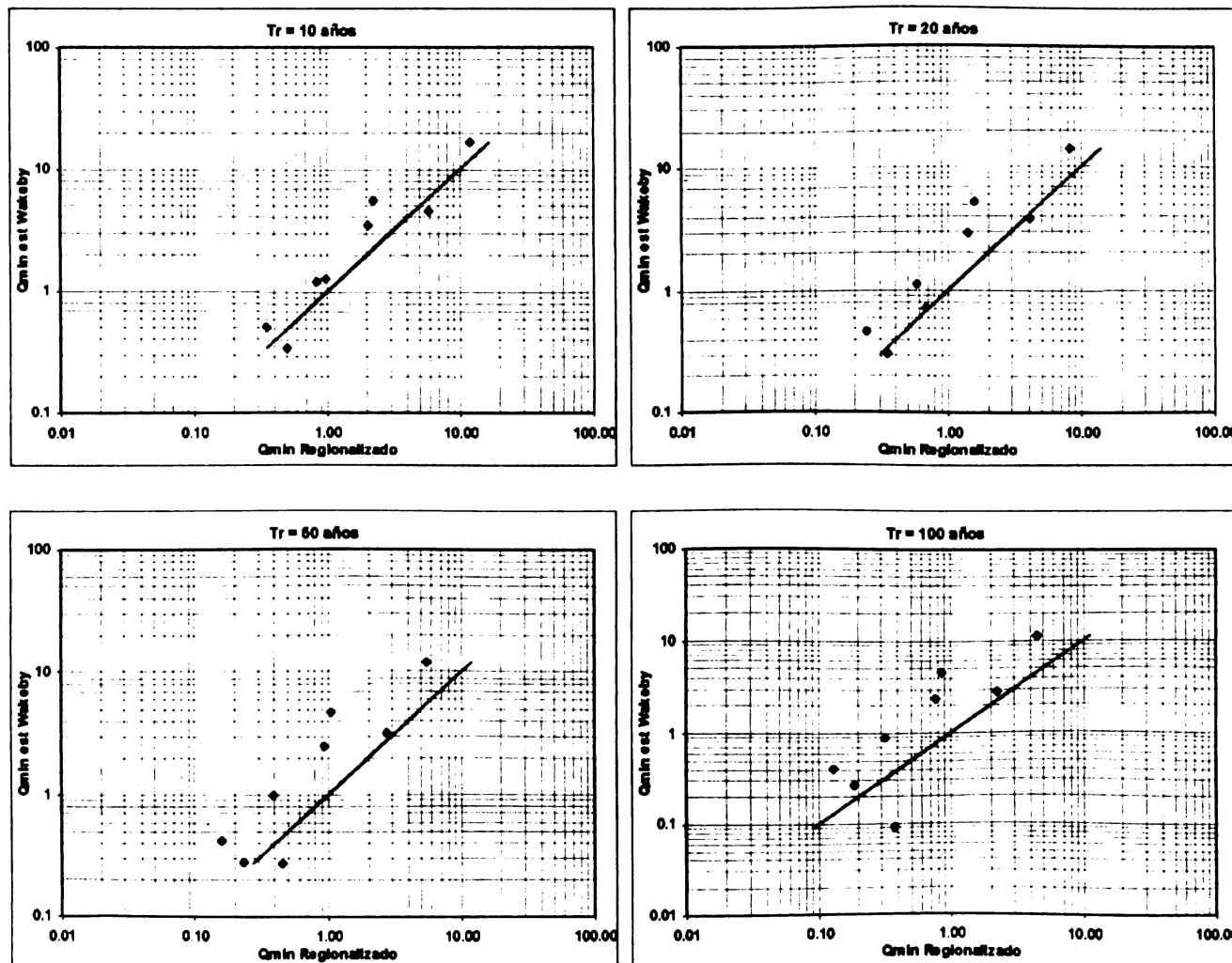
Al comparar los resultados obtenidos con la serie regionalizada y los resultados del Análisis de Frecuencia (Figura 7) se observa que, a pesar de las diferencias encontradas, la tendencia general es adecuada, exceptuando la quebrada Saté, la cual mostró un alto porcentaje de error debido a que es un río pequeño comparado con los demás, indicando esto que

posiblemente, esta regionalización no es aplicable a corrientes pequeñas.

El resultado se puede discretizar según los períodos de retorno analizados (Tabla 6). Se observa que las estaciones se concentran para errores entre el 50% y el 100% en la estimación para períodos de retorno de 50 y 100 años.

**TABLA 6.** Porcentaje de estaciones para diferentes porcentajes de error.

Porcentaje	Período de Retorno		
	20	50	100
<30%	33.3	22.2	12.5
30%-50%	33.3	0.0	12.5
50%-100%	22.2	66.7	62.5
>100%	11.1	11.1	12.5



**FIGURA 7.** Comparación de los caudales según la regionalización y los estimados con Análisis de Frecuencia, para diferentes períodos de retorno.

La mejor estimación usando regionalización, fue la obtenida para la estación Palo Puerto Tejada, en donde los porcentajes de error fueron los menores para todos los períodos de retorno.

## 6. CONCLUSIONES

En aquellas cuencas con escasez de información, la regionalización es una herramienta, que a pesar de sus limitaciones e incertidumbres, permite un estimativo aproximado de los caudales mínimos necesarios para un planeamiento adecuado del recurso hídrico.

Al aplicar el método de ajuste de Momentos de la Probabilidad Ponderada (MPP), los parámetros de la distribución Wakeby se obtienen en forma lineal de la información estadística de la serie histórica, permitiendo la determinación de parámetros de orden superior sin la incertidumbre asociada al Método de los Momentos, que es susceptible al tamaño de la muestra. Por tal razón, utilizar el método de ajuste de MPP posibilita la aplicación de la distribución Wakeby a series de longitud menor.

La distribución Wakeby, al ser definida por cinco parámetros, es más flexible que una distribución de dos parámetros, como lo son Log Normal II y Gumbel. Por lo tanto ésta puede representar de forma más adecuada los datos de naturaleza muy variable como son los registros de caudales.

La prueba gráfica permite observar de manera clara que tan bueno es un ajuste y junto con CCG y EEA calificar la consistencia que presentan los caudales estimados con respecto a los caudales registrados en la serie histórica. La distribución Wakeby se pudo aplicar con éxito para la mayoría de las series de la cuenca Cauca, en el departamento del Cauca, al obtener más del 60% de los mejores ajustes, certificado a partir de las pruebas de bondad de ajuste CCG, EEA y gráfica. Es de resaltar que se obtuvieron dichos resultados a pesar que la longitud de series modeladas era menor de 30 años en la mayoría de las series, como se presenta usualmente en los registros hidrológicos de los ríos colombianos.

La condición más crítica para la modelación de caudales mínimos en Colombia sería separar los registros correspondientes a años Niño; no obstante, la longitud de las series disponibles para el análisis no permitían

hacer dicha separación. Sin embargo, para la selección de los mínimos anuales se consideró el año hidrológico comprendido entre junio y mayo del año siguiente, que es el periodo en el cual se desarrolla la fase extrema del Fenómeno del Niño.

Se verificó un comportamiento lineal entre la media de los caudales mínimos y el área de drenaje en la cuenca, por tal razón se estandarizaron las series con el área. Dado que el comportamiento general de los caudales mínimos, para cada corriente, se modeló mejor con la distribución Wakeby, se utilizó ésta para hacer el ajuste regional de la serie estandarizada.

Los caudales estimados con la regionalización en general producen buenos resultados, exceptuando la quebrada Saté, en donde se observó sobreestimación de los caudales mínimos usando la regionalización.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- Behar R., 1997. Comprendiendo la Estadística: Usando el sentido común. Univalle.
- Castro L y Hoyos, C. 2004. Análisis de Frecuencia de crecientes con diferentes distribuciones de probabilidad. Trabajo de Grado de Ingeniería Civil, Universidad del Cauca (Colombia).
- Campos A. D. 2001. Contraste de dos procedimientos de ajuste de la distribución Wakeby en la modelación pirobalística de crecientes. México, Revista Agrociencia 35, pp 429-439.
- Chow V., 1988. Hidrología Aplicada. McGraw Hill, Inc. New York. Capítulo 11.
- Filliben J.J., 1975. The Probability Plot Correlation Test for Normality, Technometrics, 17(1), pp 111-117.
- Haktanir T., 1991. Statistical modeling of annual maximum flows in Turkish Rivers. Hydrological Sciences Journal 36(4), pp 367-389.
- Houghton J., 1978. Birth of a parent: The Wakeby Distribution for modeling flood flows. Water Resources Research, 14(6). pp 1105 - 1108
- Kim T. y Valdés J., 2003. A Nonlinear Model For Drought Forecasting Based On Conjunction Of

- Wavelet Transforms And Neural Networks.  
Journal of Hydrologic Engineering - November/  
December 2003 - Volume 8, Issue 6, pp. 319-328.
- Kim T., Valdes J. y Yoo Ch., 2003. Nonparametric  
Approach for Estimating Return Periods of  
Droughts in Arid Regions. Journal of Hydrologic  
Engineering Sep/Oct.
- Kuczera G., 1982. Robust Flood Frequency Models.  
Water Resources Research, 12 (2), pp 315 -324.
- Landwerh y Matalas., 1979. Estimation of  
Parameters and Quantiles of Wakeby  
Distributions. Water Resources Research, 15(6).  
pp 1361 - 1379.
- Maidment R., 1993 Handbook of Hydrology.  
McGrawHill.
- Poveda G., Vélez J. I., Mesa O. J., Ceballos L. I.,  
Zuluaga M. D. y Hoyos C. D., 2002. Estimación  
de caudales mínimos para Colombia mediante  
regionalización y aplicación de la curva de  
recesión de caudales, Meteorología Colombiana,  
6, 73-80, Octubre de 2002.
- Poveda G., Rave C. R. y Mantilla R. I., 2001.  
Tendencias en la distribución de probabilidades  
de lluvias y caudales en Antioquia. Meteorología  
Colombiana, No. 3, 53-60, Marzo de 2001.
- Poveda G., Gil M. y Quiceno N. 1998. Efecto del  
ENSO y la NAO sobre el ciclo anual de la  
hidrología de Colombia: análisis de correlación,  
reanálisis de NCEP/NCAR y modelos de  
pronóstico. Avances No. 5. Sep, 1998.