

## CALIBRACIÓN Y ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DE MODELOS DE TRANSPORTE DE SOLUTOS EN UN RÍO DE MONTAÑA COLOMBIANO

*Luis A. Camacho<sup>1</sup> & Miguel M. Cantor<sup>2</sup>*

*1. Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola,*

*Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá*

*2. Maestría en Ingeniería de Recursos Hídricos,*

*Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá*

*lacamachob@unal.edu.co, mmcantorm@unal.edu.co*

Recibido para evaluación: 07 de Septiembre de 2005 / Aceptación: 30 de Septiembre de 2006 / Versión final: 19 de Octubre de 2006

### RESUMEN

Representar adecuadamente los mecanismos de transporte en un río es el primer paso en el desarrollo de modelos de tiempo de viaje y modelos de calidad del agua. En este artículo se compara la habilidad de dos modelos de transporte de solutos; de almacenamiento temporal (TS) y de zona muerta agregada (ADZ) para representar correctamente fenómenos de advección y dispersión longitudinal en ríos de montaña y se analiza su capacidad predictiva. Los modelos se calibran con datos de cinco experimentos con trazadores realizados para diferente caudal en el río Teusacá, Colombia, utilizando la metodología generalizada de incertidumbre (GLUE) basada en simulaciones de MonteCarlo. Se analizan problemas de sensibilidad e interacción de los parámetros de los modelos, y su nivel de parsimonia. El modelo TS con cuatro parámetros presenta excelentes ajustes en calibración pero presenta problemas de interacción paramétrica. Se concluye que el modelo ADZ con sólo dos parámetros es el modelo parsimonioso que mejor representa los mecanismos de transporte de advección y dispersión longitudinal en el río de montaña estudiado. Se propone una metodología para la estimación de los parámetros del modelo ADZ en función del caudal. Se concluye que la capacidad predictiva de los procesos de transporte utilizando esta metodología es suficientemente precisa y los resultados pueden ser utilizados en la caracterización hidráulica de ríos de montaña.

**PALABRAS CLAVES:** Transporte de Solutos, Advección, Dispersión, Calibración, Trazadores, Ríos de Montaña.

### ABSTRACT

The first step in developing travel time and water quality models in streams is to correctly model solute transport mechanisms. In this paper a comparison between two solute transport models is performed. The parameters of the transient storage model (TS) and the aggregated dead zone model (ADZ) are estimated using data of five tracer experiments carried out under different discharges in a mountain river of the Colombian Andes. Calibration is performed using the generalized uncertainty estimation method (GLUE) based on MonteCarlo simulations. Aspects of model parameters identifiability and model parsimony are analyzed and discussed. The TS model with four parameters shows excellent results during calibration but the model parameters present high interaction and poor identifiability. As a conclusion, it is stated that the ADZ model with only two parameters is a parsimonious model that best represents solute transport mechanisms of advection and longitudinal dispersion in the studied mountain stream. Since the ADZ model parameters have a clear physical meaning a parameter estimation methodology as a function of discharge is proposed in this paper. The model predictive ability of transport processes using this methodology is sufficiently precise and the results could be used for the hydraulic characterization of mountain streams.

**KEY WORDS:** Solute Transport, Advection, Dispersion, Calibration, Tracers, Mountain Streams.

## 1. INTRODUCCIÓN

La calibración de un modelo de transporte es el primer paso para la representación correcta del tiempo de primer arribo y el tiempo de viaje en aplicaciones de modelos de alerta o alarma y planes de contingencia ante eventos de contaminación. Adicionalmente, el tiempo de residencia o de retención hidráulica obtenido de un modelo de transporte es un parámetro importante en aplicaciones de modelos de calidad del agua. Debido a la limitación de recursos disponibles para inversión en saneamiento de ríos y corrientes y/o tratamiento de aguas residuales, en Colombia es necesario priorizar dichas inversiones. Para priorizar las inversiones de saneamiento se requieren evaluar y estimar correctamente los impactos ambientales que los vertimientos generan en las fuentes receptoras. Hace falta investigación básica con el fin de proponer metodologías para caracterizar hidráulicamente, modelar el transporte de solutos, y evaluar correctamente la capacidad de autopurificación de los ríos y corrientes típicos de montaña.

A pesar de que el fenómeno de dispersión longitudinal, que combina la advección del soluto a diferentes velocidades en la corriente y la difusión turbulenta, es un problema aparentemente simple, comparado por ejemplo con el problema de transporte de agua subterránea, no existe una aproximación unificada y ampliamente adoptada de modelación en ríos de montaña. Por una parte, se ha desarrollado como extensión al modelo clásico distribuido de Advección Dispersión el modelo de Almacenamiento Temporal (Transient Storage, TS, Bencala y Walters, 1983). La extensión incorpora el efecto de atrapamiento de solutos en "zonas muertas" o zonas de "almacenamiento temporal" que se piensa afectan significativamente la dispersión longitudinal en ríos de montaña. De otra parte se ha desarrollado un modelo agregado menos conocido, el modelo de Zona Muerta Agregada (Aggregated Dead Zone, ADZ, Young y Wallis, 1993), a partir de una aproximación basada en datos observados. En esta aproximación se identifica la estructura del modelo y los parámetros se estiman a partir de series de tiempo de datos mediante técnicas de identificación de sistemas.

Se han adelantado investigaciones del modelo TS en varias direcciones, incluyendo la solución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales (Runkel y Chapra, 1993), la caracterización de la respuesta del modelo

(Runkel, 2002), la incorporación de representaciones de procesos químicos y biológicos específicos en las zonas muertas (Runkel, 1998; Runkel y Kimball, 2002), y métodos de estimación de parámetros y análisis de confiabilidad (Wagner y Harvey, 1997). Similarmente se han adelantado investigaciones del modelo ADZ en la incorporación de procesos físicos, químicos y biológicos en las zonas muertas (Young y Wallis, 1993; Lees et al., 1998), métodos de estimación de incertidumbre (Green et al., 1994) y transporte bajo condiciones de flujo no permanente (Camacho y Lees, 2000). Los dos modelos han sido comparados utilizando varias series de datos de ríos de planicie por Lees et al., (2000).

Aplicaciones específicas para representar el transporte de solutos en ríos de montaña de los Andes colombianos de ambos modelos TS y ADZ han sido realizadas por varios autores (Torres, 2001; López, 2001, 2003; Cañon, 2004a, b), y una buena revisión de los problemas encontrados en la modelación hidráulica de ríos de montaña y de aplicación del modelo TS ha sido presentada por Meier y Reichert (2005) en un estudio de ríos de los Alpes Suizos.

En este trabajo se realiza una comparación de ambos modelos TS y ADZ desde el punto de vista de su habilidad para representar correctamente procesos de transporte de ríos de montaña utilizando series de datos de 5 experimentos con trazadores realizados en el río Teusacá. Se comparan los resultados del modo de calibración de ambos modelos utilizando la misma metodología, y se discuten resultados en aspectos de incertidumbre e interacción paramétrica, y parsimonia. Posteriormente se evalúa la capacidad predictiva del modelo más parsimonioso estimando sus parámetros a partir de relaciones en función del caudal.

## 2. MODELOS DE TRANSPORTE DE SOLUTOS

A continuación se presentan las bases conceptuales y las ecuaciones gobernantes de los modelos de dispersión longitudinal ADE, TS y ADZ. Dado que los modelos han sido publicados y se conocen ampliamente no se realiza en este artículo una descripción detallada de los mismos.

### 2.1. Modelo de Advección Dispersión

Una presentación extensa del modelo ADE ha sido realizada por Rutherford (1994). La discusión en este

artículo se limita a la variante del modelo general aplicable a solutos conservativos, flujo permanente y coeficiente de dispersión constante en un tramo corto del río de montaña, dado por,

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1)$$

Donde,  $c$ : concentración conservativa del soluto en el canal principal;  $u$ : velocidad promedio en el tramo del río calculada a particular del caudal en el tramo y el “área transversal promedio”;  $t$ : tiempo;  $x$ : distancia; y  $D$ : coeficiente de dispersión longitudinal en el mismo tramo.

Las limitaciones de la aplicación del modelo en ríos de montaña modelo han sido discutidas ampliamente en la literatura (Young y Wallis, 1993) y tienen que ver con la necesidad de calibración del coeficiente de dispersión para cada río y tramo de estudio particular, y la poca habilidad de representar el fenómeno de dispersión longitudinal debido a piscinas de agua, zonas muertas o zonas de almacenamiento y flujo subsuperficial a través del lecho poroso. A pesar de ser un modelo distribuido, en la práctica se calibra, para un caudal conocido, el área transversal promedio “efectiva” en el tramo de estudio y un coeficiente de dispersión constante promedio.

## 2.2. Modelo de Almacenamiento Temporal

Presentaciones completas y claras del modelo de almacenamiento temporal TS se encuentra en Bencala y Walters (1983). Para solutos conservativos, flujo permanente sin aportes laterales de caudal, y coeficiente de dispersión constante en el tramo de estudio de un río de montaña, el sistema acoplado de ecuaciones gobernantes para el canal principal y la zona de almacenamiento está dado por,

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \alpha(c_s - c) \quad (2a)$$

$$\frac{dc_s}{dt} = \alpha \frac{A}{A_s} (c - c_s) \quad (2b)$$

Donde,  $u$ ,  $D$ ,  $t$ ,  $x$  y  $c$  han sido definidos anteriormente;  $A$ : área de la sección transversal promedio en el tramo de estudio;  $c_s$ : concentración del soluto conservativo en la zona de almacenamiento;  $A_s$ : área transversal promedio de la zona de almacenamiento; y  $\alpha$ : el coeficiente de

intercambio entre la zona de almacenamiento y el canal principal. El efecto de las zonas de agua relativamente estancada en las orillas o en las zonas de grava gruesa en el lecho o zonas porosas en las bancas es producir dispersión longitudinal. El efecto se modela como un proceso idealizado de intercambio de masa de primer orden entre el canal principal activo y la zona muerta adyacente. Agua y soluto se consideran bien mezclados en la zona de almacenamiento, en la que se asume que no ocurre transporte hacia aguas abajo, ni acumulación neta de masa.

## 2.3. Modelo de Zona Muerta Agregada

Presentaciones completas y claras del modelo ADZ se encuentran en Young y Wallis, (1993) y Lees et al., (2000). El modelo de dispersión longitudinal agregado en un tramo corto de un río de montaña, para solutos conservativos, y flujo permanente sin aportes de caudal lateral, está dado por,

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{1}{\bar{t} - \tau} (c_u(t - \tau) - c(t)) \quad (3)$$

Donde,  $c$ : concentración conservativa del soluto aguas abajo a la salida del tramo agregado de estudio del río;  $c_u$ : concentración conservativa del soluto agua arriba a la entrada del tramo de estudio;  $\bar{t}$ : tiempo de viaje promedio en el tramo; y  $\tau$ : el tiempo de primer arribo, o retraso advectivo entre la entrada y la salida del tramo. El modelo agregado permite representar desde dispersión pura ( $\tau = 0$ ) hasta advección pura ( $c(t) = c_u(t - \tau)$  ó  $\bar{t} = \tau$ ). Conceptualmente, la advección se representa mediante la traslación en un canal lineal con parámetro  $\tau$  y la dispersión en un embalse lineal de tiempo de residencia  $\bar{t} - \tau$ .

## 3. METODOLOGÍA DE CALIBRACIÓN A PARTIR DE EXPERIMENTOS CON TRAZADORES

Los parámetros de los modelos de transporte de solutos se deben calibrar para cada río y tramo particular debido a las condiciones propias de turbulencia que afectan la mezcla, las irregularidades particulares del fondo y las orillas, el tipo y cantidad de meandros, etc. Ha sido universalmente aceptado que el mejor método de estimación de los parámetros de cada modelo de transporte es mediante calibración directa utilizando datos

tomados en estudios con trazadores conservativos en el tramo de río de interés. Se prefieren metodologías de inyección continua a metodologías de inyección instantánea para efectos de estimación paramétrica porque las primeras proporcionan mejor información para la inferencia estadística (Wagner y Harvey, 1997). Sin embargo, el método de inyección instantánea es más simple, requiere menor esfuerzo logístico y es más económico. Para una revisión de experimentos con trazadores conservativos se sugiere la lectura de Kilpatrick (1993).

La calibración de los parámetros de los modelos ADE, TS y ADZ se ha realizado tradicionalmente utilizando metodologías diferentes. La aproximación tradicional de estimación paramétrica del modelo ADZ involucra la reformulación de la ecuación diferencial (3) por una ecuación de transferencia en tiempo discreto exacta (Young y Wallis, 1993). Esta reformulación permite la aplicación de métodos de análisis de series de tiempo al problema de identificación, resultando en estimativos de parámetros óptimos en términos estadísticos. Varias aplicaciones previas (Young y Wallis, 2003; Lees et al., 2000) han mostrado que los parámetros de la función de transferencia de primer orden del modelo ADZ pueden estimarse inequívocamente utilizando el método simplificado y refinado de la variable instrumental (Simplified refined instrumental variable, SRIV, Young, 1984).

Por otra parte la estimación de parámetros del modelo TS se realiza tradicionalmente utilizando una versión extendida del modelo de la U.S. Geological Survey One-Dimensional Transport with Inflow and Storage (OTIS, Runkel, 1998). La versión extendida, OTIS-P, acopla la solución de una versión más general del modelo (2) con el paquete de regresión no lineal Standard Time Series and Regression Package (STARPAC). OTIS-P proporciona una herramienta de estimación objetiva en la que se determina un conjunto de parámetros óptimos estimados utilizando la técnica de mínimos cuadrados no lineales NLS (Runkel, 1998).

En este trabajo se ha preferido utilizar la misma metodología de calibración para facilitar y hacer más justa la comparación de los modelos TS y ADZ. Se utiliza la metodología de estimación de incertidumbre generalizada (Generalised Likelihood Uncertainty Estimation methodology, GLUE, Beven y Binley, 1992), desarrollada como una extensión del método de análisis

de sensibilidad generalizado (Generalised Sensitivity Analysis, GSA). Dicha metodología se aplica mediante la ayuda de una herramienta avanzada de análisis desarrollada en MATLAB que permite el análisis de simulaciones de Monte-Carlo (Monte-Carlo Analysis Toolbox, MCAT, Lees y Wagener, 2000).

La metodología GLUE es interesante pues presenta varias ventajas sobre métodos estadísticos tradicionales de estimación paramétrica tales como métodos de mínimos cuadrados no lineales (NLS), como por ejemplo:

- No es necesario hacer suposiciones de distribuciones al determinar límites de confianza o de predicción
- La no linealidad y las interacciones entre parámetros en las respuestas del modelo se manejan implícitamente en la metodología GLUE, la cual se centra en grupos de parámetros y no en parámetros individuales
- Los errores en datos de entrada observados se manejan también en forma implícita (Beven and Binley, 1992). En métodos tradicionales de optimización usualmente se asume que los errores son variables aleatorias con media cero y varianza común  $\sigma^2$ , y que los errores no están correlacionados, (i.e. covarianza  $(e_i, e_j) = 0, i \neq j$ ). Adicionalmente se asume que los errores son independientes y siguen una distribución normal. En la metodología GLUE no es necesario hacer ninguna de éstas suposiciones.

Mediante la herramienta MCAT los resultados de simulaciones de Monte-Carlo se pueden utilizar para estimar la incertidumbre basada en la metodología GLUE y producir gráficas de la respuesta del modelo con límites de confianza asociados, e.g. percentiles 5% y 95%. Adicionalmente, en la herramienta MCAT la estimación de los parámetros del modelo se puede examinar parcialmente usando diagramas de dispersión, del inglés “scatter” o “dotty plots”, en las cuales los parámetros individuales de cada realización de Monte Carlo se grafican contra los valores de la función objetivo (o la medida de confiabilidad) evaluada para el ajuste logrado por el modelo en esa simulación a los datos observados. Adicionalmente la sensibilidad de cada parámetro puede analizarse parcialmente usando los conceptos del análisis generalizado de sensibilidad.

Dada la complejidad observada y el tiempo tomado en la calibración objetiva del modelo TS caracterizado por

cuatro parámetros se considera útil una metodología como GLUE para la calibración del modelo, para la determinación de los parámetros dominantes y sensibles y para la cuantificación de la incertidumbre estructural y paramétrica.

Con el fin de aplicar la metodología de calibración propuesta, en este trabajo se analizan inicialmente los resultados de un experimento de trazadores de inyección instantánea midiendo en tres sitios aguas abajo donde se ha alcanzado la longitud de mezcla. Posteriormente se selecciona un rango de valores amplio en el cual debe encontrarse cada uno de los parámetros óptimos del modelo y se realizan simulaciones de MonteCarlo seleccionando en cada iteración los parámetros del modelo de una distribución uniforme en el rango especificado y utilizando los datos de concentración del trazador en el sitio aguas arriba de medición como condición de frontera. Finalmente se evalúa la función objetivo del ajuste de la simulación a los datos observados del trazador en el sitio aguas abajo y se analizan los resultados de todas las simulaciones de MonteCarlo con la herramienta MCAT.

#### 4. ENSAYOS CON TRAZADORES Y SITIOS DE MEDICIÓN

En este trabajo se utilizan los datos de 5 ensayos de trazadores en un tramo de 200 metros de longitud del río Teusacá de montaña (Cantor, 2006). En cada ensayo con trazadores se inyecta en forma instantánea una masa conocida de cloruro de sodio diluida previamente en forma completa en agua del río y se mide la conductividad en dos y tres sitios de medición aguas abajo del punto de inyección a una distancia para la cual se ha alcanzado mezcla completa en la sección transversal. Las mediciones se realizan a intervalos de tiempo de 10

segundos hasta alcanzar nuevamente la conductividad base de la corriente. Los resultados del experimento de trazadores se convierten a concentración con la curva de calibración del conductivímetro verificada previamente para cada ensayo, se remueve la concentración base y se calcula el estado de ganancia estable (SSG) con los datos de los sitios, 1, 2 y 3 de medición,

$$SSG = \int c_2 dt / \int c_1 dt \quad (4)$$

Si el estado de ganancia estable, que representa la relación de la masa de trazador medida en el sitio aguas abajo y la masa medida en el sitio aguas arriba, para caudal permanente sin aportes ni salidas laterales en el tramo se encuentra en el rango de 0.95 a 1.05, se valida el experimento y se continúa con el análisis. De lo contrario se descarta éste y se repite aumentando la longitud de mezcla al sitio aguas arriba o cambiando de sitio. A continuación se describen en forma resumida las condiciones hidráulicas del tramo de estudio y los ensayos con trazadores realizados.

##### 4.1. Río Teusacá

El río Teusacá es un afluente del Embalse San Rafael que hace parte del sistema de suministro de agua potable para la ciudad de Bogotá. El tramo de estudio escogido del río Teusacá se encuentra aguas abajo del embalse y del centro urbano del municipio La Calera, en el Departamento de Cundinamarca. El tramo estudiado presenta una mala calidad del agua como resultado de la contaminación urbana del municipio de la Calera y conexiones erradas que vierten directamente el agua a la corriente y no al alcantarillado municipal que conduce las aguas a la planta de aguas residuales. Las características hidráulicas básicas y los ensayos con trazadores realizados en el tramo de estudio se presentan en la Tabla 1 y la Figura 1. Los datos han sido descritos detalladamente por Cantor (2006).

**Tabla 1.** Datos Río Guavio

Ensayo	Masa inyectada (g)	Caudal ( $L s^{-1}$ )	SSG Tramo 1-2	SSG Tramo 2-3	SSG Tramo 1-3
T1	6000	305.57	0.999	-	-
T2	5000	379.57	1.000	1.000	1.039
T3	5000	222.56	1.000	1.000	1.000
T4	4000	317.65	1.045	-	-
T5	3000	364.55	0.978	1.011	0.989
Pendiente longitudinal promedio:				0.0093 m/m	
Cambio de elevación desde la inyección al sitio 2:				1.73 m	
Longitud total del tramo de estudio:				198.5 m	
Longitud desde la inyección al sitio 1 de medición:				85.8 m	
Longitud desde el sitio 1 al sitio 2 de medición:				44.0 m	
Longitud desde el sitio 2 al sitio 3 de medición:				68.7	
Número de experimentos con trazadores:				5	



**Figura 1.** Río Teusacá desde Sitio 1 hacia aguas arriba

#### 4.1. Esquema de sitios de medición

El tramo de estudio presenta las características típicas de un río de montaña con cantos y rocas de gran tamaño, macrorugosidades en el cauce, y secuencias alternadas

de piscinas y rápidos. En la Figura 2 se presenta el esquema de sitios de medición de acuerdo al levantamiento topográfico y altimétrico realizado por Cantor (2006).



**Figura 2.** Esquema de sitios de medición Río Teusacá

## 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE CALIBRACIÓN

En la Tabla 2 se presentan los resultados de la calibración de los dos modelos TS y ADZ respectivamente para las series de datos del Río Teusacá. Se incluyen los parámetros calibrados y el valor del coeficiente de determinación del

ajuste logrado utilizado como función objetivo.

Los resultados de calibración para los dos modelos son en general excelentes para los dos modelos con coeficientes de determinación en todos los casos mayores a 0.99. En la Figura 3 se presenta un ejemplo del ajuste logrado para los datos del ensayo T1.

El simple análisis de los resultados comparando los valores de la función objetivo no permite realmente discriminar cual modelo produce el mejor ajuste a los datos observados y determinar aquel más apropiado para representar el transporte de solutos en ríos de montaña.

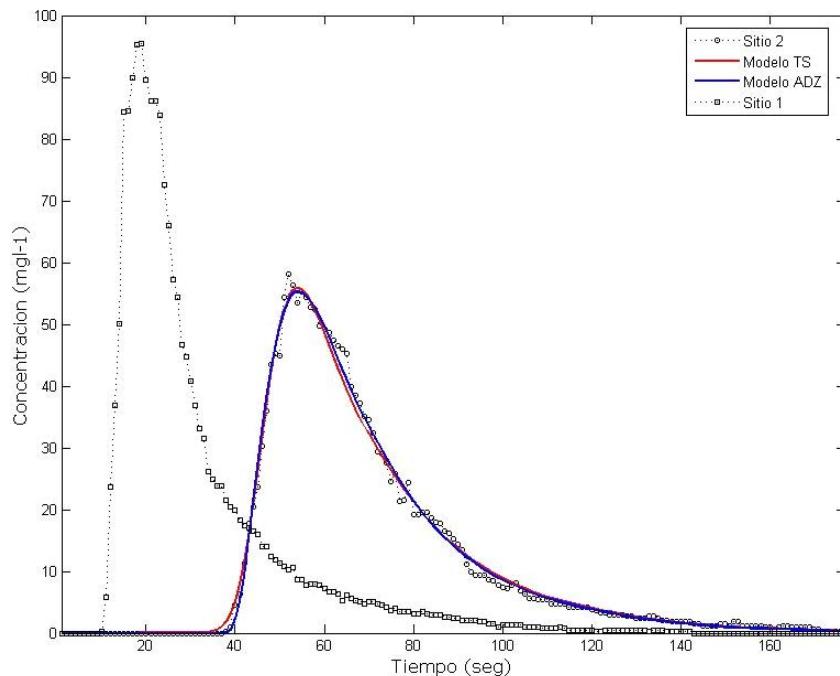
La metodología GLUE utilizada permite una comparación más detallada de los modelos en términos de su incertidumbre, sensibilidad, e interacción paramétrica y de su nivel de parsimonia.

**Tabla 2.** Resultados Río Teusacá – Calibración Modelo TS

Ensayo	Tramo	Modelo TS				Modelo ADZ			
		$A$ ( $m^2$ )	$D$ ( $m^2 s^{-1}$ )	$\alpha$ ( $s^{-1}$ )	$As$ ( $m^2$ )	$R^2$	$\tau$ (s)	(s)	$R^2$
T1	1_2	2.29	0.035	4.47E-03	0.60	0.995	287	401	0.996
	1_2	1.51	0.162	5.30E-03	0.48	0.993	136	222	0.995
T2	2_3	2.38	0.136	9.27E-04	0.44	0.998	324	477	0.995
	1_3	1.89	0.131	3.00E-03	0.42	0.997	518	704	0.996
	1_2	1.87	0.127	1.05E-03	0.41	0.997	254	420	0.995
T3	2_3	2.42	0.020	1.73E-03	0.47	0.998	410	542	0.999
	1_3	1.70	0.126	7.63E-04	0.24	0.999	726	974	0.998
T4	1_2	2.39	0.120	9.00E-04	0.61	0.995	234	360	0.993
	1_2	2.01	0.103	2.30E-03	0.13	0.996	195	255	0.996
T5	2_3	1.56	0.625	6.00E-04	0.43	0.998	177	324	0.995
	1_3	1.54	0.198	1.80E-03	0.30	0.995	468	580	0.996

En la Figura 4 se presentan gráficas de dispersión de la calibración y sensibilidad regional de los dos modelos para la misma serie de datos del ensayo de trazadores T1. En la técnica, la distribución acumulada de 10 clases del espacio paramétrico ordenadas de acuerdo a la medida de confiabilidad o bondad de ajuste se presentan en la gráfica de “sensibilidad regional”, (Regional Sensitivity Análisis, RSA). Parámetros insensibles usualmente resultan en distribuciones acumuladas similares para cada clase, y por el contrario, los parámetros sensibles se

distinguen por diferencias marcadas en las distribuciones acumuladas de cada clase (Lees y Wagener, 2000). En la Figura 4a se observa que los parámetros del modelo ADZ son identificables inequívocamente, i.e. presentan un óptimo global y muestran alta sensibilidad en torno a dicho valor óptimo. Por el contrario, se observa en la Figura 4b para el modelo TS que los parámetros no son identificables por su baja sensibilidad regional y su posible alta interacción paramétrica.

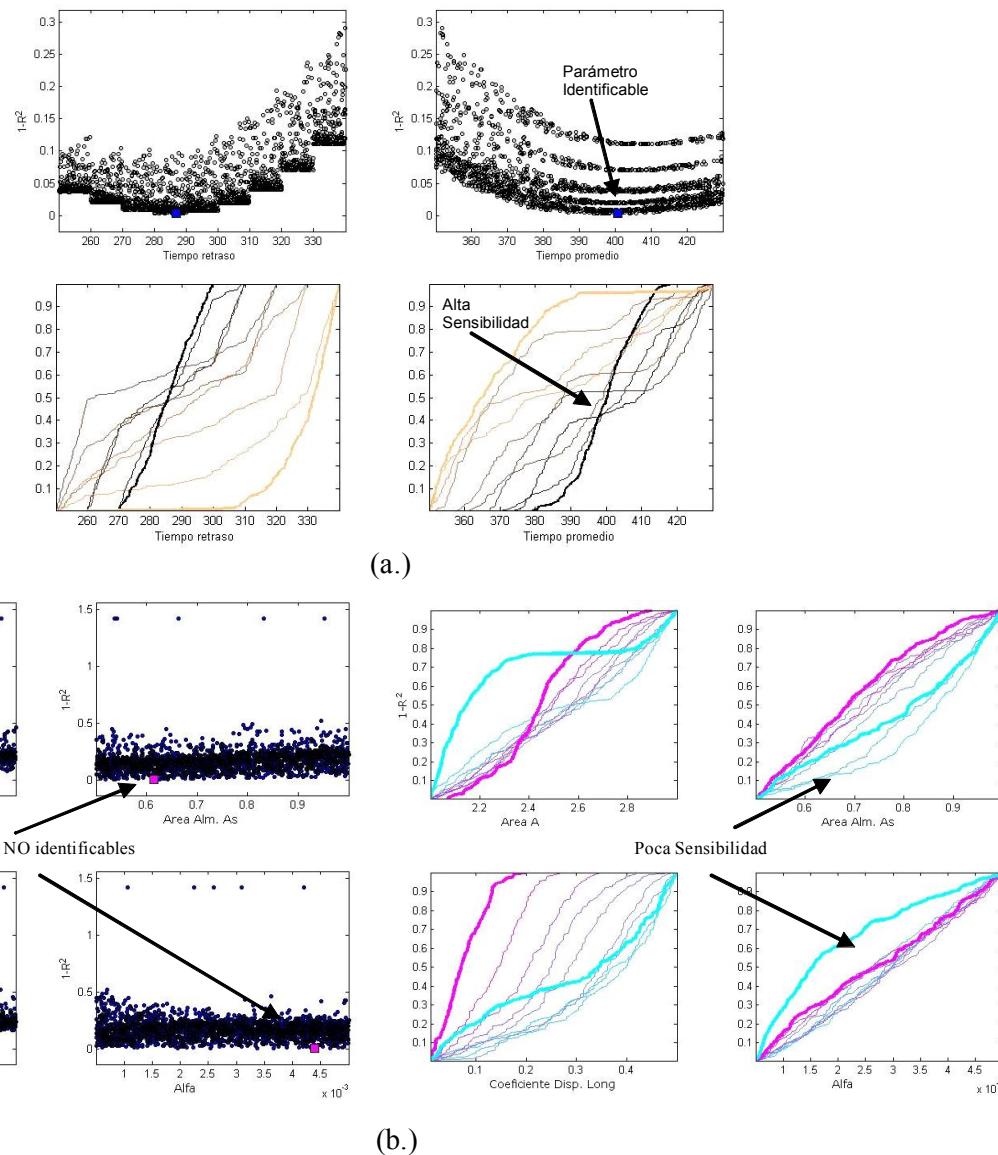


**Figura 3.** Ejemplo de resultados de calibración de los modelos ADZ y TS en el río Teusacá – Experimento T1

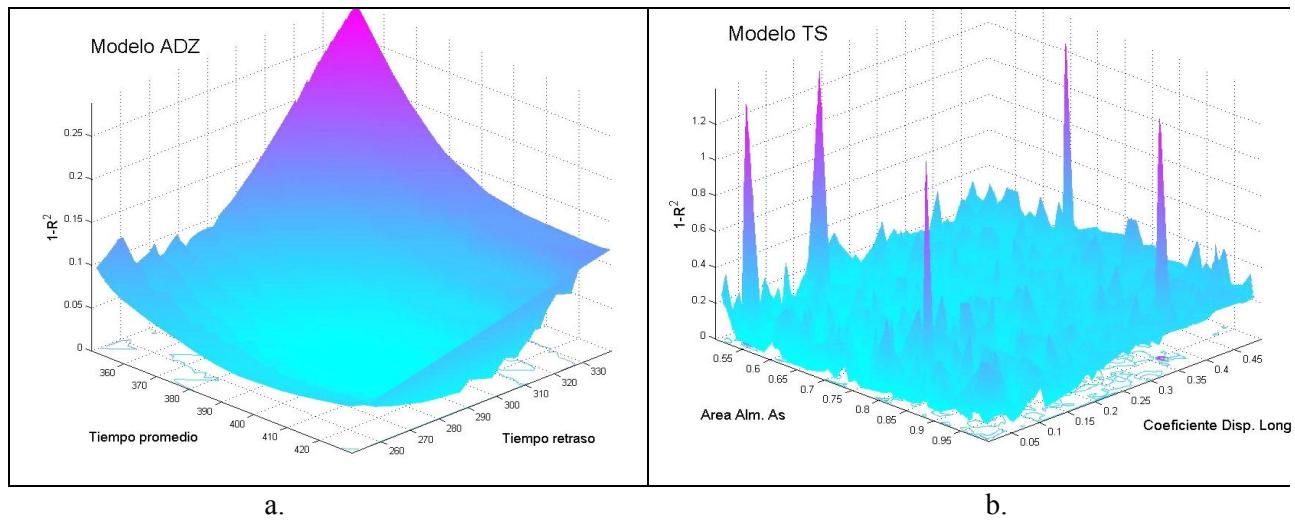
En la Figura 5 se observa el comportamiento de la función objetivo (F.O.) en el espacio paramétrico. Nótese como para el modelo ADZ de dos parámetros el comportamiento es cóncavo (ver Figura 5a) y por lo tanto es fácilmente identificable el óptimo global de la F.O., incluso si se utilizaran métodos tipo gradiente como Mínimos Cuadrados No Lineales o Simplex. Por el contrario, en la Figura 5b es muy clara la interdependencia paramétrica del modelo TS. El comportamiento de la F.O. es errático con múltiples óptimos locales. Los parámetros de área de almacenamiento,  $A_s$ , coeficiente de dispersión longitudinal,  $D$ , y coeficiente de intercambio,  $\alpha$ , de este

modelo pierden fácilmente su sentido físico pues combinaciones muy diferentes de parámetros individuales generan el mismo valor de la F.O., limitando su estimación.

Los mismos resultados y conclusiones acerca de la calibración obtenidos para el ensayo T1 se presentan para los ensayos T2 a T5 y se han obtenido en estudios similares con datos de más de 30 ensayos con trazadores en los ríos de montaña Guavio, Arzobispo, y la quebrada Lejía (Torres, 2001; López, 201, 2003; Cañón, 2004a, b).



**Figura 4.** Gráficas de dispersión y sensibilidad regional (a.) Modelo ADZ, (b.) Modelo TS.



**Figura 5.** Gráficas del espacio paramétrico versus la Función Objetivo.

- a.- Modelo ADZ parámetros identificables sin interacción.
- b.- Modelo TS parámetros  $D$  y  $A_s$  muestran alta interacción limitando su estimación

El modelo ADZ ajusta muy bien datos observados, con sólo 2 parámetros. El modelo TS también ajusta muy bien los datos observados pero utiliza 4 parámetros. Los parámetros del modelo ADZ son identificables, i.e. se determina un óptimo global. Los parámetros del modelo TS son interdependientes no identificables, i.e. interactúan entre sí dificultando su estimación. Estos pueden perder su sentido físico pues combinaciones diferentes producen el mismo valor de la función objetivo. Por esta razón en este trabajo se concluye que el modelo de transporte de solutos en ríos de montaña parsimonioso, i.e. más preciso con el menor número de parámetros, es el modelo ADZ. Adicionalmente el modelo ADZ es un modelo agregado representado por una ecuación diferencial total con solución discreta exacta. Los modelos ADE y TS en cambio son modelos distribuidos representados por una ecuación diferencial parcial que requiere métodos numéricos de solución.

## 6. ANÁLISIS DE LA HABILIDAD PREDICTIVA DEL MODELO ADZ

La utilidad de los modelos matemáticos está determinada en gran medida por su habilidad en reproducir con precisión series de tiempo observadas, i.e. el nivel de calibración logrado, pero mejor, por la capacidad predictiva al describir otras series de tiempo no utilizadas en la calibración de los parámetros del modelo. En este artículo se presenta un estudio de la habilidad predictiva del modelo ADZ que ha resultado ser el modelo parsimonioso de transporte en ríos de montaña.

### 6.1. Metodología de estimación de parámetros propuesta

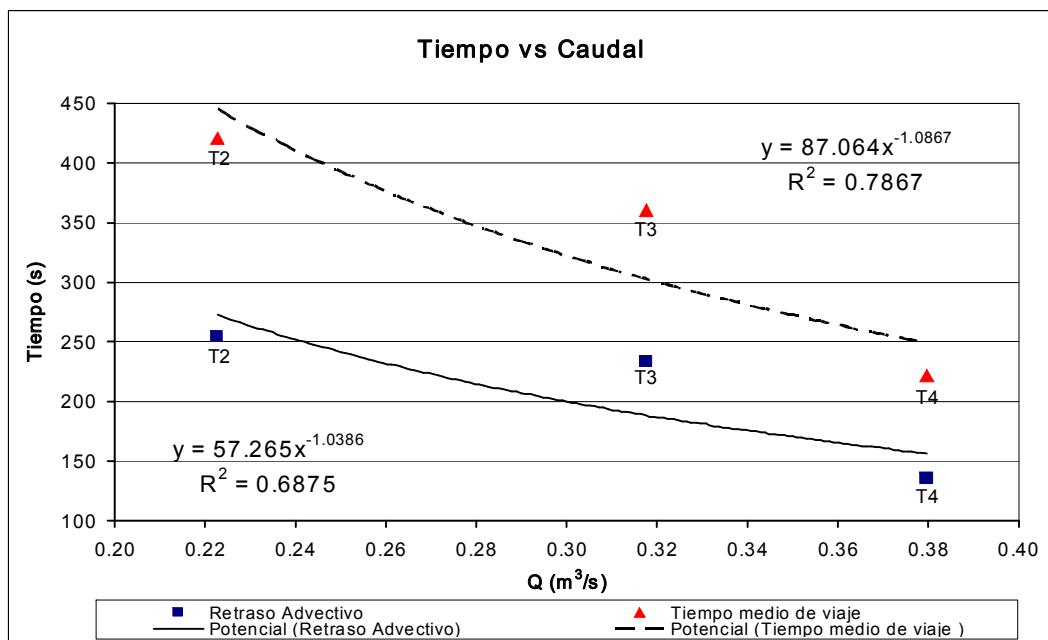
Los parámetros del modelo ADZ, tiempo promedio de viaje y tiempo de retraso advectivo o tiempo de primer arribo, tienen claro sentido físico. Los parámetros pueden relacionarse fácilmente en ríos de planicie con la velocidad promedio y la velocidad máxima del flujo y por consiguiente con el caudal (Camacho y Lees, 2000). En ríos de montaña estas relaciones de los parámetros con velocidad y caudal no son fácilmente derivables en forma analítica. En este estudio, siguiendo el trabajo de Young y Wallis (1993), se propone la deducción de estas relaciones para ríos de montaña en forma empírica, basada en datos de experimentos con trazadores bajo diferentes caudales.

La metodología consiste en realizar experimentos en el río de montaña para diferentes caudales, en un rango amplio de condiciones hidrológicas. Se consideran suficientes al menos tres experimentos, uno para caudal bajo, otro para caudal medio y otro para caudal alto. Con los datos del experimento se calibran los parámetros del modelo ADZ, por ejemplo mediante la metodología GLUE expuesta anteriormente. Con los parámetros calibrados se realizan regresiones potenciales versus caudal. Mediante estas relaciones se estiman los parámetros del modelo para el caudal con el cual se requiera predecir el transporte. Con estos parámetros se simula y predice el transporte de solutos en el río de montaña bajo estudio.

## 6.2. Aplicación de la metodología de estimación de parámetros propuesta

En este estudio se dispone de datos de cinco experimentos con trazadores bajo diferente caudal (ver Tablas 1 y 2). Para derivar las relaciones de los parámetros versus caudal se utilizan los datos de los experimentos T2, T3 y T4 que incluyen el caudal mínimo, máximo y un caudal intermedio. En la Figura 6 se presentan los resultados

para dos parámetros: tiempo promedio de viaje y tiempo de retraso versus caudal. En ambos casos se ajustan relaciones potenciales que predicen la disminución del tiempo de retraso advectivo y el tiempo viaje con el caudal. Si bien los resultados no son tan buenos en ríos de montaña como en ríos de planicie (e.g. Wallis et al., 1993), se presentan relaciones con coeficientes de correlación mayores a 0.68.



**Figura 6.** Relaciones de los parámetros versus caudal

a.- Tiempo de retraso advectivo *versus* caudal

b.- Tiempo de viaje *versus* caudal

Utilizando las ecuaciones de regresión potencial se estiman los parámetros correspondientes a los caudales

de los experimentos T1 y T5. Los resultados se resumen en la Tabla 3 y el ejercicio realizado se ilustra en la Figura 7.

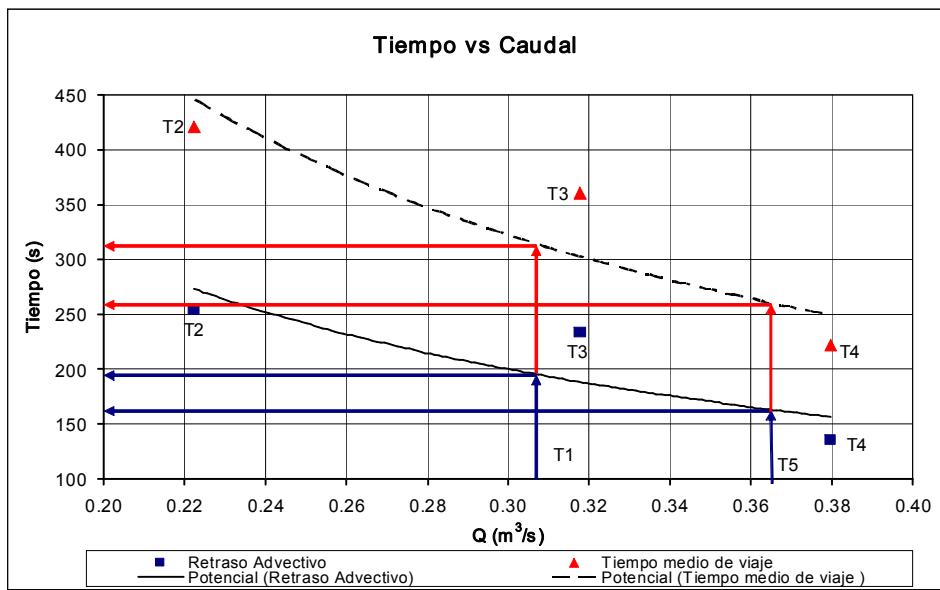
**Tabla 3.** Parámetros del modelo ADZ estimados para caudales intermedios a partir de relaciones potenciales *versus* caudal

Caudal [m³ s⁻¹]	Tiempo de retraso advectivo <i>t</i> [s]	Tiempo promedio de viaje <i>̄t</i> (s)
	$\tau = 57.265 \cdot Q^{-1.0386}$	$\bar{t} = 87.064 \cdot Q^{1.0867}$
0.306	195.9	315.3
0.365	163.1	260.3

## 6.3. Análisis de la habilidad predictiva del modelo ADZ

Con los parámetros estimados mediante la metodología propuesta se simula y predice el transporte de solutos utilizando los datos observados de concentración aguas arriba resultantes de los experimentos T1 y T5. Se analiza

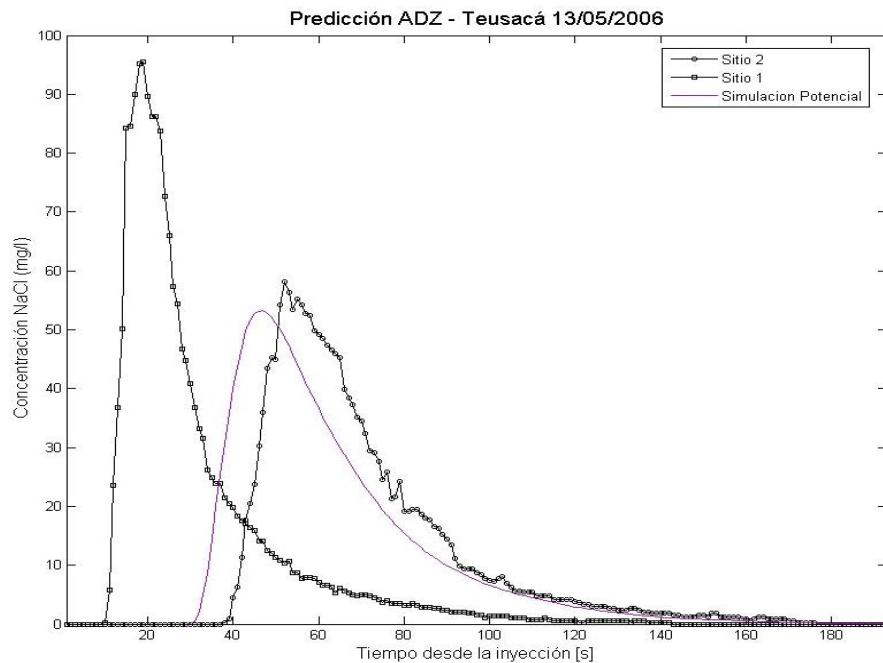
la capacidad del modelo de reproducir los datos aguas abajo. Nótese que se evalúa de esta manera la capacidad predictiva del modelo puesto que los datos de estos experimentos no fueron utilizados en la estimación de los parámetros del modelo.



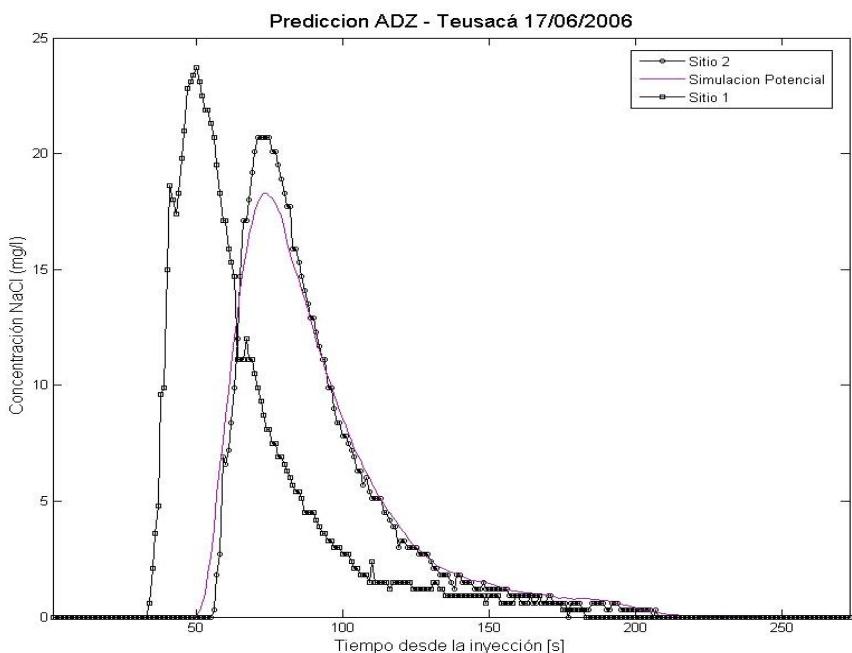
**Figura 7.** Estimación de los parámetros del modelo ADZ para los caudales de los experimentos T1 y T5.

En la Figura 8 se presentan los resultados para los datos del experimento T1. Se observa que la predicción del modelo es regular ( $R^2 = 0.70$ ). En particular el tiempo de arribo es menor al observado en 70 segundos y la concentración pico de la distribución obtenida difiere en 8% (5 mg/l). No obstante lo anterior, el proceso de dispersión longitudinal en general ha sido correctamente representado en términos de la atenuación de la concentración pico y las pendientes de los lumbos ascendentes y descendentes de la distribución.

En la Figura 9 se presentan los resultados del experimento T5. En este caso la habilidad predictiva del modelo de transporte se considera excelente, obteniéndose un coeficiente de determinación  $R^2 = 0.93$ . Nótese como el arribo y la recesión de la distribución de concentración en el sitio 2 ha sido correctamente representada. La diferencia en la concentración pico (2mg/l, 10%) se puede explicar en parte por el bajo estado de ganancia registrado para este experimento de 0.978 que indica una pérdida de masa registrada del sitio 1 al sitio 2.



**Figura 8.** Predicción del modelo ADZ para el experimento T1



**Figura 9.** Predicción del modelo ADZ para el experimento T5

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los modelos ADZ y TS ajustan muy bien los datos observados de trazadores en el río de montaña estudiado. Los dos parámetros del modelo ADZ son identificables, i.e. se determina un óptimo global, y presentan claro sentido físico. Los cuatro parámetros del modelo TS son interdependientes no identificables, i.e. interactúan entre sí dificultando su estimación. Por esta razón en este trabajo se concluye que el modelo de transporte de solutos en ríos de montaña parsimonioso, i.e. más preciso con el menor número de parámetros, es el modelo ADZ. Se recomienda utilizar la metodología GLUE propuesta en este trabajo cuando se desee comparar modelos de diversa índole en términos de su incertidumbre, sensibilidad e interacción paramétrica y su nivel de parsimonia.

Se ha presentado adicionalmente una metodología para estimar los parámetros del modelo parsimonioso ADZ si se desea utilizar en el modo de predicción o simulación bajo diferentes caudales. La metodología propuesta sugiere que con solo datos de tres experimentos con trazadores en el río de montaña, es posible derivar relaciones de los parámetros versus caudal que permiten obtener predicciones suficientemente precisas del transporte de solutos bajo otros caudales. Se recomienda continuar este trabajo evaluando la capacidad del modelo agregado ADZ en el modo de predicción en otros ríos de

montaña. Actualmente esta investigación continúa con el estudio y formulación de metodologías que permiten la caracterización hidráulica de ríos de montaña a partir de experimentos con trazadores.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad Nacional de Colombia por el apoyo al proyecto de “Metodologías de Caracterización Hidrológica, Hidráulica y de Autopurificación de Ríos de Montaña Colombianos” en la Convocatoria del año 2006.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- Bencala, K. E. y Walters R. A., 1983. Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream: A transient storage model, *Water Resources Research*, 19, (3), pp. 718-724.
- Beven, K. J. y Binley, A., 1992. The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction, *Hydrological Processes*, 6, pp. 279-298.
- Camacho, L.A. y Lees M.J., 2000. Modelación del transporte de solutos en ríos bajo condiciones de flujo no permanente: un modelo conceptual integrado. XIX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Córdoba, Argentina.

- Cantor, M., 2006. Caracterización y modelación hidráulica de un tramo del Río Teusacá utilizando experimentos con trazadores. Proyecto de Grado Ing. Civil – Universidad Nacional de Colombia, Bogotá
- Cañon J., 2004a. Estudios con trazadores e investigación de modelos de transporte de solutos en un Rio de montaña - Quebrada Lejía. Proyecto de Grado Ingeniería Ambiental – Universidad de los Andes, Bogotá
- Cañon J., 2004b. Caracterización hidráulica de un río de montaña utilizando experimentos con trazadores, Proyecto de Grado Ingeniería Civil – Universidad de los Andes, Bogotá.
- Green, H. M., Beven, K. J., Buckley, K. y Young, P. C., 1994. Pollution prediction with uncertainty. In Mixing and transport in the environment. (Ed. K. J. Beven, P. Chatwin, J. Millbank). John Wiley and Sons, Chichester, pp. 113-137.
- Kilpatrick, F. A., 1993 Simulation of soluble waste transport and buildup in surface waters using tracers, Techniques of Water Resources Investigations of the USGS, Chap. A20, Book 3.
- Lees, M. J., Camacho, L. A., y Whitehead, P., 1998. Extension of the QUASAR river quality model to incorporate dead-zone mixing. Hydrology and Earth System Sciences, 2, (2-3), pp. 353-365.
- Lees, M. J. y Wagener, T., 2000. Monte-Carlo Analysis Tool (MCAT) v.2, User Manual, Civil and Environmental Engineering, Imperial College of Science Technology and Medicine, 27 P.
- Lees, M. J., Camacho, L. A., y Chapra, S. C., 2000. On the relationship of transient-storage and aggregated dead zone models of longitudinal solute transport in streams. Water Resources Research, 36, (1), pp. 213-224.
- López M., Grecia M., 2003. Investigación de la aplicación predictiva de los modelos de transporte de solutos de almacenamiento temporal (TS) y zona muerta agregada (ADZ), Tesis de Magíster en Ingeniería Civil – Universidad de los Andes, Bogotá.
- López M., Grecia M., 2001 Investigación de la aplicación del modelo de transporte de solutos de almacenamiento temporal en un río de montaña, Rio Guavio, Proyecto de Grado Ingeniería Civil – Universidad de los Andes, Bogotá.
- Meier, W. K. y Reichert, P., 2005 Mountain streams – Modeling hydraulics and substance transport. J. of Environmental Eng., 131, (2), pp. 252-261
- Runkel R. L., 1998. One-dimensional transport with inflow and storage (OTIS): A solute transport model for streams and rivers, U.S. Geological Survey Water Resources Investigations Report, 4018, Denver Colorado, 73 P.
- Runkel, R. L. 2002 A new metric for determining the importante of transient storage. J. N. Am. Benthol. Soc., 21, (4), pp. 529-543
- Runkel, R. L., y Chapra S. C., 1993. An efficient numerical solution of the transient storage equations for solute transport in small streams. Water Resources Research, 29, (1), pp. 211-215.
- Runkel, R.L., y Kimbal, B. A., 2002 Evaluating remedial alternatives for an acid mine drainage stream: application of a reactive transport model. Am. Chem. Soc., 36, pp.1093-1101.
- Rutherford, J. C., 1994. River mixing, John Wiley and Sons, Chichester.
- Torres O., Mario J., 2001 Investigación de la aplicación del modelo ADZ de transporte de solutos en un río de montaña, Río Guavio, Proyecto de Grado Ingeniería Civil – Universidad de los Andes, Bogotá.
- Wagner, B. J., y Harvey, J. W., 1997. Experimental design for estimating parameters of rate-limited mass transfer: Analysis of stream tracer studies. Water Resources Research, 33, (7), pp. 1731-1741
- Young, P. C., 1984. Recursive Estimation and Time-Series Analysis, Springer-Verlag, Berlin.
- Young, P. C., y Wallis, S. G, 1993. Solute Transport and Dispersion in Channels. En Channel Network Hydrology (Eds. K. J. Beven and M. J. Kirby). John Wiley and Sons, Chichester, pp.129-174.

