

Velocidad crítica de depósito en el transporte hidráulico de mezclas en canales abiertos

Critical velocity of deposit in the hydraulic transport of mixtures in open channels

Hernán J. Gómez Zambrano

*I.C. M.Sc., Docente Universidad de Nariño, Colombia.
hgomez@udenar.edu.co; hergoz5@yahoo.com.mx*

Recibido para evaluación: 20 de Abril de 2009 / Aceptación: 18 de Mayo de 2009 / Versión Final: 04 de Junio de 2009

Resumen

Aprovechando el alcance del análisis teórico realizado por el autor en trabajos anteriores en relación con la velocidad crítica de depósito en el transporte hidráulico de sedimentos en tuberías horizontales a presión, se ha intentado una aplicación especial al caso de canales abiertos, que produce resultados del mismo tenor que los valores experimentales; esto se toma como indicativo del buen funcionamiento de las ecuaciones analizadas, las cuales presentan además la flexibilidad de incluir parámetros que no son incluidos en ecuaciones dadas por otros autores. Para el análisis teórico se partió de la teoría del balance de energía turbulenta dada por Oroskar (Oroskar, 1980), y de la teoría del balance de fuerzas turbulentas dada por Davis (Davis, 1986), las cuales fueron modificadas y adaptadas al caso de flujo de mezclas en canales abiertos. En el análisis teórico se incluye factores empíricos para tener en cuenta efectos que no se pueden incluir teóricamente, estos factores se encuentran con datos experimentales tomados en laboratorio, en un montaje construido especialmente para ello, el cual permite ensayar varias secciones de canal, con pendientes variables y diferentes tipos de sedimentos. Como resultado se encuentran dos novedosas ecuaciones para el cálculo de la velocidad crítica de depósito en canales con errores bajos de predicción, las cuales pueden ser usadas en diseños prácticos de ingeniería.

Palabras Clave: Fricción en Canales, Mezclas, Transporte Hidráulico, Velocidad de Depósito.

Abstract

Taking advantage of the reach of the theoretical analysis carried out by the author in previous works and taking into account the critical velocity of deposit in the hydraulic transport of sediments in horizontal pipes under pressure, a special application has been attempted into the case of open channels, where the results have similarities with experimental data. This can prove the good work of the analyzed equations. Besides, these equations show flexibility when including parameters that are not in equations given by other authors. Regarding theoretical analysis, the theory of the balance of turbulent energy stated by Oroskar (Oroskar, 1980), was first taken to start and the theory of the balance of turbulent forces stated by Davis (Davis, 1986). These theories were modified and adapted into the case of flow of mixtures in open channels. In the theoretical analysis, empirical factors are included to take into consideration effects that cannot be included theoretically. These factors are found with experimental data taken from laboratory; through a built assembly especially designed for it. This allows testing several sections of the channel with variable slopes and different types of sediments. As a result, two original equations for the calculation of the critical velocity of deposit in channels are found with low predictable errors, these equations can be used at practical engineering designs.

Key Words: Channels Friction, Mixtures, Hydrotransport, Velocity of Deposit.

1. Introducción

La velocidad crítica de depósito se define como la velocidad media del flujo de una mezcla de agua y sedimentos, bajo la cual las partículas suspendidas comienzan a sedimentarse formando un lecho estacionario incipiente en el fondo del canal. La velocidad crítica de depósito, es uno de los parámetros importantes en el diseño de canales que transportan mezclas sin que formen depósito de sólidos en el fondo del canal; a pesar de su importancia, no existen estudios satisfactorios para su predicción, limitándose la literatura únicamente a dar valores fijos puntuales o ecuaciones que no incluyen todos los parámetros que intervienen en el transporte hidráulico de sólidos.

Con base en lo analizado por Gómez (Gómez, 2002), Gómez-Ordóñez (Gómez-Ordóñez, 2002) y Gómez (Gómez, 2004), la velocidad mínima de transporte no solamente depende de las características del fluido y de los sólidos suspendidos sino también depende de las características de la sección del canal y de la concentración volumétrica de las partículas sólidas; éste último parámetro no es tenido en cuenta en las ecuaciones recomendadas por las normas de diseño de canales.

En el presente artículo se analiza teóricamente el fenómeno de la velocidad de depósito en el flujo de mezcla compuesto de agua y sólidos en canales abiertos, usando la teoría del balance de fuerzas turbulentas dada originalmente por Davis (Davis, 1986) y la teoría del balance de energía turbulenta, dada por Oroskar (Oroskar, 1980); para tubos con flujo a presión. Con los datos experimentales obtenidos en laboratorio, se establecieron dos novedosas ecuaciones semi-empíricas para predecir la velocidad crítica de depósito, cuyos valores predichos son muy cercanos a los obtenidos experimentalmente, con la ventaja de que permite el cálculo de la velocidad crítica, considerando la concentración de sólidos, el diámetro de las partículas transportadas, las características del canal y las propiedades del fluido.

Las ecuaciones deducidas se pueden aplicar con seguridad en el diseño de canales que transporten partículas en suspensión para calcular la velocidad mínima a la cual las partículas se pueden sedimentar en el fondo del canal y formar un lecho estacionario.

2. Análisis Teórico

En la deducción teórica de las ecuaciones para la velocidad crítica de depósito V_d , se revisó el concepto de velocidad de sedimentación dado por Cheng (Cheng, 1997a,b), la teoría del balance de fuerzas turbulentas dada por Davis (Davis, 1986) y la teoría del balance de energía turbulenta dada por Oroskar (Oroskar, 1980). Estas teorías fueron dadas originalmente para flujo en tubos sometidos a presión, las cuales fueron modificadas de tal manera que se puedan aplicar a canales abiertos. A continuación se tratan en detalle dichos conceptos.

2.1. Sedimentación de partículas afectadas por la concentración

Para calcular la velocidad de sedimentación se toma las ecuaciones dadas por Cheng (Cheng, 1997a,b), quien expone una metodología comprobada experimentalmente, para el cálculo de la velocidad de sedimentación o asentamiento, afectada por la concentración de partículas de sedimentos naturales. Considerar el efecto de la concentración es muy importante, ya que el caso más frecuente encontrado en el análisis y predicción en el transporte hidráulico de sólidos es aquel que más de una partícula solitaria cae a través de un fluido, para explicar dicho fenómeno se presenta la siguiente ecuación :

$$V_{sm} = V_s (1 - C)^n \quad (1)$$

Donde C es la concentración volumétrica de sedimentos, V_s es la velocidad de sedimentación de una partícula individual dada como $V_s = R_s \nu_f / d_p$; siendo ν_f la viscosidad cinemática del fluido, R_s el número de Reynolds de la partícula individual y d_p el diámetro de la partícula usada en el cálculo correspondiente al d50 obtenido del análisis granulométrico. V_{sm} es la velocidad de sedimentación de un grupo de partículas, o también conocida como la velocidad de sedimentación obstaculizada, n es un exponente que cuantifica el efecto de la concentración. Cheng (Cheng, 1997b), presentó en su estudio un análisis detallado para evaluar el valor de n , procediendo de manera similar que para una partícula individual, pero incluyendo la viscosidad y densidad de la mezcla en vez de las propiedades de agua limpia, Cheng proporciona la siguiente expresión para de n :

$$n = \frac{\ln \left[\frac{(2 - 2C)}{(2 - 3C)} \right] + \ln \left[\frac{R_m}{R_s} \right]}{\ln [1 - C]} \quad (2)$$

Donde R_m es el número de Reynolds de la partícula afectado por la concentración, dado como :

$$R_m = \left(\sqrt{(25 + 1.2(d'_*)^2)} - 5 \right)^{1.5} \quad (4)$$

Donde d'_* es el diámetro adimensional de partícula dado por (Cheng, 1997a) como $d'_* = [\Delta g / v_f^2]^{1/3} d_p$, siendo g la aceleración de la gravedad, ($g=9.8066\text{m/s}^2$), Δ es dado como $\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho$, ρ_s es la densidad de las partículas sólidas y ρ es la densidad del agua a temperatura de ensayo. El diámetro adimensional de partícula afectado por la concentración d'_* , se define como:

$$d'_* = \left(\frac{\Delta' g}{v_m^2} \right)^{1/3} d_p \quad (5)$$

Donde, v_m es la viscosidad de la mezcla, g es la aceleración de la gravedad y Δ' es el coeficiente de densidad de partículas dentro de una mezcla de agua-sólido, el cual se calcula como :

$$\Delta' = \frac{\Delta (1 - C)}{1 + \Delta C} \quad (6)$$

La viscosidad de la mezcla se calcula con la siguiente ecuación:

$$\nu_m = \frac{2 \nu_f}{2 - 3C} \quad (7)$$

El valor del coeficiente de arrastre afectado por la mezcla C'_D es calculado con la siguiente expresión.

$$C'_D = \left[\left(\frac{32}{R_m} \right)^{2/3} + 1 \right]^{3/2} \quad (8)$$

2.2. Análisis teórico de la velocidad de depósito

La velocidad de depósito Vd es la velocidad media de la mezcla que separa el flujo heterogéneo y el flujo con depósito, en otras palabras, es la misma velocidad media a la cual se mueve la mezcla, medida en el momento en que se produce un depósito incipiente en el fondo del canal. Para su cuantificación se tomaron

los conceptos del balance de fuerzas turbulenta dado por Davis (Davis, 1986) y el concepto de balance de energía turbulenta dado por Oroskar (Oroskar, 1980), para tubos a presión, que haciendo modificaciones a las teorías originales se pudo aplicar al flujo de mezclas en canales abiertos.

2.3. Teoría del balance de fuerzas

Partiendo de la teoría del balance de fuerzas para un tubo a presión, se puede obtener una ecuación teórica para Vd , de este modo se propone el siguiente balance de fuerzas sobre una partícula individual.

$$F_e = F_s \quad (9)$$

Donde F_e es la fuerza de las fluctuaciones turbulentas y F_s es la fuerza de sedimentación, F_s es dada como:

$$F_s = \frac{\pi d_p^2}{4} \rho V^2 \quad (10)$$

Donde V es la velocidad de las fluctuaciones turbulentas dada originalmente por Davis (Davis, 1986) como:

$$V = \frac{1}{(1 + aC)} \left(\frac{2 f_w V_d^3 d_p}{D} \right)^{1/3} \quad (11)$$

Donde D es el diámetro del tubo, el cual para canales abiertos se asume como $D=4R_H$ siendo R_H el radio hidráulico de la sección transversal del canal, f_w es el factor de fricción de la ecuación de Darcy-Weisbach para el agua limpia, $(1+aC)$ es un factor que se incluye para tener en cuenta el efecto de amortiguamiento que genera las partículas sobre las fluctuaciones turbulentas, reduciendo localmente la velocidad de las fluctuaciones, el cual se debe determinar experimentalmente. En este sentido Somerville (Somerville, 1991), analiza el procedimiento dado por Davis (Davis, 1986), quien dice que la velocidad de las fluctuaciones turbulentas dentro de la fase de transporte, pueden sufrir un amortiguamiento mucho mayor, debido a la formación de hondas y otras perturbaciones sobre la superficie de la fase transportada, antes de lograr una completa suspensión, pero que es muy difícil incluirla en el análisis teórico. F_e de ecuación (9) es dada por (Davis, 1986) como:

$$F_s = \frac{\pi}{6} d_p^3 (\rho_s - \rho) g (1 - C)^n \quad (12)$$

Igualando ecuaciones (10) y (12), y solucionando para Vd se obtiene la siguiente ecuación.

$$V_d = \frac{2^{5/6}}{\sqrt{3}} (1 + aC) \left(\frac{R_H}{f_w} \right)^{1/3} d_p^{1/6} (1 - C)^{n/2} \left[\frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} g \right]^{1/2} \quad (13)$$

Donde, V_d en [m/s], R_H en [m], g en [m/s²], ρ en [kg/m³], ρ_s en [kg/m³]. $(1 + aC)$, f_w y C son parámetros adimensionales.

2.4 Teoría del balance de energía

- Energía suministrada por la turbulencia del flujo

Para determinar la velocidad de depósito, es necesario determinar que fracción de la energía turbulenta es efectiva en suspender las partículas en contra de la gravedad; si se supone que la energía turbulenta por unidad de volumen para el canal abierto (E_T)_v es igual a la de un tubo a presión y se toma la misma expresión dada por Oroskar (Oroskar, 1980) para tubos a presión, en condiciones de turbulencia isotrópica se tiene:

$$(E_T)_v = \frac{3}{2} \rho \bar{U}^2 \quad (14)$$

Donde \bar{U}' es la velocidad de las fluctuaciones turbulentas. Se considera que la energía total (E_T)_v es independiente de la dirección y se distribuye igualmente en las seis direcciones ($\pm X$, $\pm Y$, $\pm Z$) para una turbulencia isotrópica, por lo tanto solo la energía correspondiente a la dirección $+Y$ (tomando en sentido contrario a la acción de la fuerza de gravedad ó $-g$), es efectiva en mantener las partículas en suspensión. La fracción de energía turbulenta correspondiente solamente al eje $\pm Y$ es por lo tanto igual a un sexto de la energía total, (que corresponde a las seis direcciones), de este modo la fracción de energía turbulenta es dada por:

$$(E_T)_v^{+Y} = \frac{1}{6} \left[\frac{3}{2} \rho \bar{U}'^2 \right] = \left[\frac{1}{4} \rho \bar{U}'^2 \right] \quad (15)$$

Si se asume que \bar{U}' en $+Y$ es igual a la velocidad de corte V_* ($\bar{U}' = V_*$), y por lo tanto, se obtiene la siguiente ecuación:

$$(E_T)_v^{+Y} = \frac{1}{4} \rho V_*^2 \quad (16)$$

La velocidad de corte se expresa como:

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \quad (17)$$

Donde τ_o es el esfuerzo de fricción en la pared del canal y que para pendientes pequeñas es dado como:

$$\tau_o = \gamma R_H S_m \quad (18)$$

Donde S_m es la pendiente de la línea de energía para el flujo de una mezcla, que para un canal que transporta una mezcla, se asume como la pendiente del fondo del canal. Remplazando ec. (18) en ec. (17) se tiene:

$$V_* = \sqrt{g R_H S_m} \quad (19)$$

Si se introduce el valor de S_m de la ecuación de Manning se obtiene:

$$S_m = \left(\frac{V_d N}{R_H^{2/3}} \right)^2 \quad (20)$$

Donde N es el coeficiente de fricción de Manning. Remplazando ec. (20) en ec. (19), tenemos:

$$V_* = V_d N \sqrt{g R_H^{1/3}} \quad (21)$$

Sustituyendo la ec. (21) en la ec. (16), se obtiene:

$$(E_T)_v^{+Y} = \frac{1}{4} \rho g R_H^{-1/3} V_d^2 N^2 \quad (22)$$

Como la ec. (22) es la energía turbulenta por unidad de volumen de fluido usada en mantener las partículas en suspensión, es necesario encontrar la energía por unidad de longitud del canal, la cual es dada como:

$$(E_T)_\ell^{+Y} = (E_T)_v^{+Y} (1 - C) A \quad (23)$$

Donde A es el área mojada de la sección transversal del canal.

Sustituyendo ec. (23) en ec. (22), se tiene:

$$(E_T)_\ell^{+Y} = \frac{1}{4} \rho g R_H^{-1/3} V_d^2 N^2 (1 - C) A \quad (24)$$

Por otro lado, no toda la energía turbulenta producida por el movimiento del flujo en la dirección (+y) será utilizada en suspender las partículas, ya que debido a la distribución de los sólidos en el fluido, parte de la energía total correspondiente a

las fluctuaciones turbulentas pequeñas es disipada en pérdida de cabeza sin contribuir en la suspensión de la partícula sólida. En este sentido Oroskar (Oroskar, 1980) asume que solamente aquellas velocidades instantáneas producidas por las fluctuaciones turbulentas que sean iguales o mayores que la velocidad de asentamiento terminal de la partícula son efectivas en mantener la partícula suspendida. Por otro lado Davis (Davis, 1986) sostiene que la velocidad \bar{U}' es para agua limpia, lo que al introducir partículas sólidas en el flujo, estas hacen que las velocidades del flujo turbulento disminuyan, por lo tanto es necesario considerar unos factores de reducción de la velocidad turbulenta y de la energía dada en la ec. (24), este factor se asume que es de la forma $(1 + \alpha C^x)$, el cual se debe encontrar experimentalmente, de este modo ec. (24) se modificará de la siguiente forma:

$$(E_T)_I + Y = \frac{\rho g R_H^{-1/3} V_d^2 N^2 (1 - C) A}{4(1 + \alpha C^x)} \quad (25)$$

- Energía necesaria para sustentar partículas en suspensión

Para el análisis, se inicia considerando el caso de una partícula cayendo con velocidad terminal V_s en un medio fluido de extensión infinita. La fuerza de arrastre sobre la partícula ejercida por el fluido es dada por ec. (26), donde C_D es el coeficiente de arrastre de Newton calculado usualmente. Para mantener la partícula suspendida, el fluido debe moverse hacia arriba con una velocidad igual a V_s de tal forma que la velocidad de arrastre sobre la partícula será igual y en dirección opuesta a la fuerza (F_D).

$$F_D = C_D A_s \left(\frac{1}{2} \rho V_s^2 \right) \quad (26)$$

Donde A_s es el área proyectada de la partícula. Para el caso de una mezcla se considera que el valor del coeficiente de arrastre C_D y V_s no es como se incluyen en ec. (26), sino que son los valores afectados por la mezcla agua sólido. Considerando el efecto que tiene la concentración sobre la velocidad de asentamiento, según Gómez (Gómez, 2002), la ec. (26) se puede expresar como:

$$F_D = C_D A_s \left(\frac{1}{2} \rho V_{sm}^2 \right) \quad (27)$$

La fuerza de rozamiento dada por la ec. (27) es contrarrestada por la fuerza producida por las fluctuaciones turbulentas para mantener la partícula en suspensión, y que actúa sobre una distancia igual a la longitud de mezcla de la turbulencia l_e . Esta longitud se tomó del análisis de Davis (Davis, 1986), quien afirma que los remolinos turbulentos más pequeños que el diámetro de las partículas no son útiles para suspender los sedimentos y se disipan en pérdidas de energía, mientras que los remolinos más grandes solamente se pueden presentar en el centro del flujo y nunca llegan a las proximidades del fondo del conducto, donde se encuentran las partículas en el estado crítico de sedimentación. Por lo tanto esta longitud de mezcla se puede aproximar al diámetro de la partícula, $l_e = d_p$; para establecer esta igualdad, se asume que el fluido es turbulento, completamente desarrollado y que la turbulencia generada se la puede considerar como isotrópica, (igual en todas las direcciones), por lo tanto la energía necesaria o requerida, $(E_D)_{pp}$, para mantener suspendida la partícula, será:

$$(E_D)_{pp} = F_D l_e \quad (28)$$

En un flujo de una mezcla agua-sólido la energía requerida para suspender la partícula es suministrada por las fluctuaciones turbulentas del flujo. Substituyendo ec. (27) y $l_e = d_p$, en ec. (28), se tiene:

$$(E_D)_{pp} = C_D A_s \left(\frac{1}{2} \rho V_{sm}^2 \right) d_p \quad (29)$$

Asumiendo una concentración uniforme C de partículas a través de la sección transversal del canal se puede determinar el número total de partículas por unidad de longitud del canal N_m , así:

$$N_m = \frac{CA}{\pi d_p^3} = \frac{6}{\pi} \frac{CA}{d_p^3} \quad (30)$$

Usando el número de partículas N_m , se puede determinar la energía total requerida por unidad de longitud del canal, a mantener todas las partículas en suspensión. En el régimen de flujo homogéneo de una mezcla, la turbulencia del fluido es tal que la energía excede aquella correspondiente a E_D , por lo tanto las partículas seguirán movimientos aleatorios similares a los de las fluctuaciones turbulentas. Como la velocidad media es reducida, la energía transferida a las partículas decrece y hay un

correspondiente decrecimiento del movimiento aleatorio de las partículas; si la velocidad se reduce aun más, se alcanza un punto en el cual la energía turbulenta transferida a las partículas es justamente igual a E_D , este punto es considerado a corresponder a la condición crítica y su velocidad corresponderá a V_d . Con el valor de N_m de ec. (30), podemos obtener la energía total requerida por unidad de longitud del canal a mantener todas las partículas en suspensión.

$$(E_D)_l = N_m (E_D)_{pp} = \frac{3}{4} C_D \rho V_{sm}^2 A C \quad (31)$$

• Balance de Energía

En la condición crítica, la energía necesaria para mantener las partículas en suspensión, E_D debe ser igual a la fracción de energía turbulenta efectiva para suspenderlas $(E_T)_l^y$, haciendo la igualdad se obtiene:

$$(E_T)_l^y = E_D \quad (32)$$

Sustituyendo estas dos expresiones para la energía, se obtiene ec. (33).

$$\frac{\rho g R_H^{-1/3} V_d^2 N^2 (1 - C) A}{4(1 + \alpha C^x)} = \frac{3}{4} C_D \rho V_{sm}^2 A C \quad (33)$$

Resolviendo la ec. (33), para la velocidad crítica de depósito, se obtiene:

$$V_d = \left\{ 3 \frac{C_D V_{sm}^2}{N^2} \frac{C(1 + \alpha C^x)}{(1 - C)} \frac{R_H^{1/3}}{g} \right\}^{1/2} \quad (34)$$

Donde, V_d en [m/s], V_{sm} en [m/s], R_H en [m], g en [m/s²] y N en [s^{-1/3}]. $(1 + \alpha C^x)$, C'_D y C son parámetros adimensionales.

2.5. Análisis de variables incluidas en ecuaciones teóricas

Las ecuaciones (13) y (34), incluyen las variables básicas necesarias para entender el fenómeno de transporte de sedimentos en canales, las cuales representan las propiedades del fluido, las propiedades de la mezcla, las propiedades del canal y las propiedades de los sólidos transportados.

En ec. (13) el factor de fricción del agua incluye la viscosidad del fluido, la cual no se encuentra de forma explícita en dicha ecuación y el exponente n de ec. (1) incluye las variables que intervienen en ecuación (3) a ecuación (7).

A pesar de que en la ec. (34) no se incluye explícitamente el diámetro de la partícula, la viscosidad cinemática del fluido, la viscosidad cinemática de la mezcla y el peso específico de los sólidos, estas variables se encuentran cuantificadas en las ecuaciones (2) a (8), las cuales son usadas para el cálculo de C'_D y V_{sm} .

Revisando las unidades de las variables involucradas en las ecuaciones (13) y (34), se encontró que son dimensionalmente homogéneas, lo cual demuestra la consistencia de las teorías usadas en su deducción.

3. Material y Métodos

3.1. Montaje experimental

Para la medición de la velocidad crítica de depósito en laboratorio se usó un montaje con suministro de sólidos por gravedad y suministro de agua por bombeo, como el indicado en la Figura 1, donde el caudal sólido Q_s , se suministró usando un dosificador eléctrico de banda rotatoria, el caudal líquido Q_L , se suministró por bombeo hasta un tanque de cabeza constante y luego al canal. El caudal de la mezcla se cuantificó como la suma del caudal sólido más el caudal líquido.

En la Figura 2 se muestra la foto del montaje, el cual se compone de las siguientes partes: (1) bomba centrífuga autocebante de 3HP con diámetro de succión e impulsión de 2 pulgadas, (2) tanque de cabeza de nivel constante a una altura de 2.2m, (3) dosificador de sólidos eléctrico de banda rotatoria, el cual se puede calibrar para varios valores de caudal sólido, (4) estructura metálica y canal de longitud 5.6m, (5) desarenador de 0.6m x 0.6m x 2.80m, (6) desagües de 4 pulgadas, (7) tanque bajo de succión colocado debajo del piso del laboratorio, (8) soportes en tubos niquelados de diámetro 3 pulgadas, (9) tablero de datos colocado en la zona central del canal, el cual contiene el dispositivo para medir la pendiente, un termómetro digital y el

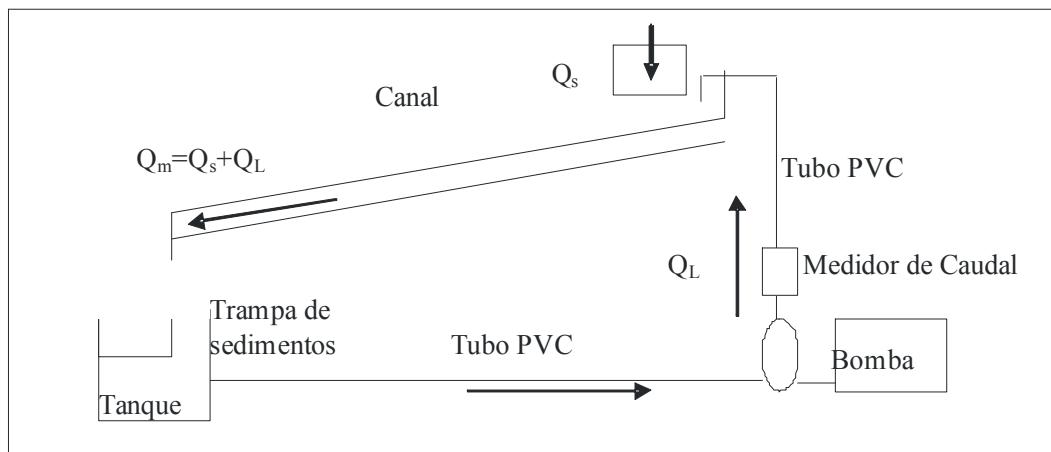


Figura 1. Esquema básico del montaje de laboratorio.

código de caudal para identificar el caudal líquido aforado mediante el medidor de placa con orificio. Este tablero es grabado con la cámara de video, la cual registra a la vez la variación

del nivel de la mezcla dentro del canal y el momento justo cuando se produce la depositación, (10) diferencial de una tonelada para subir y bajar el canal con el fin de variar su pendiente.

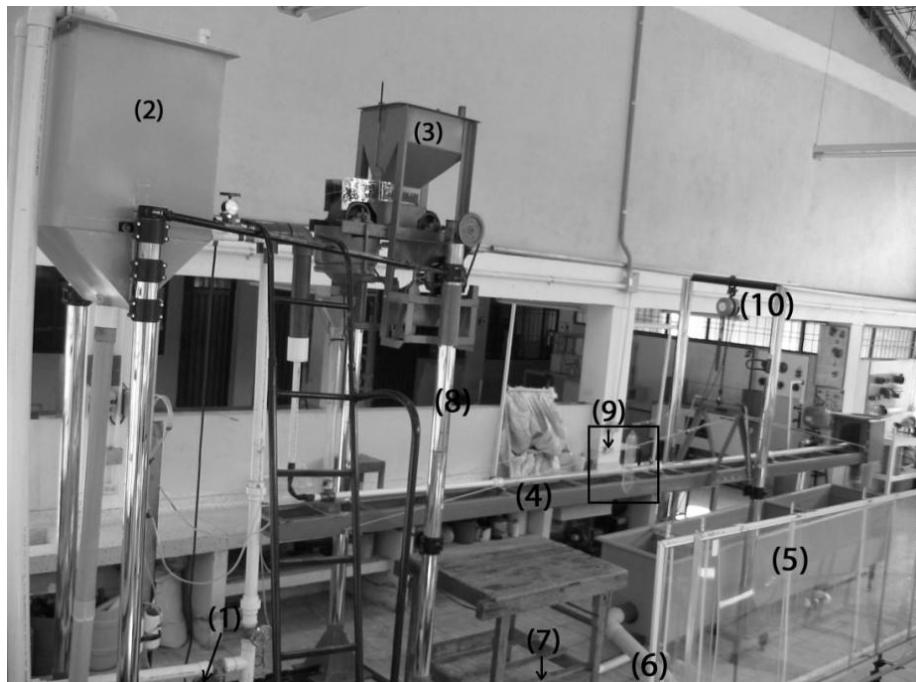


Figura 2. Fotografía general del montaje usado en laboratorio. (Localizado: Universidad de Nariño-Pasto-Colombia).

El montaje permite instalar varios tipos de sección transversal de canal, para los ensayos se instalaron cuatro tipos de canal, dos de sección rectangular, de 10 cm y 5 cm de ancho, respectivamente, por 0.25 m de alto, en acrílico transparente,

un canal de sección circular de vidrio de 144mm de diámetro interno con espesor de pared de 3 mm, y un canal triangular de ángulo interno de 45.78°. La geometría y las dimensiones de los canales se indican en la Figura 3.

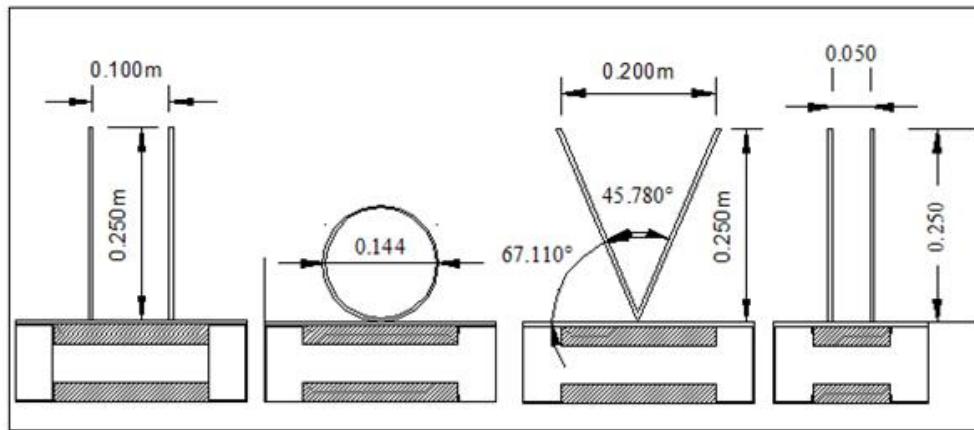


Figura 3. Esquema de las secciones transversales de los canales usados en laboratorio, soportados sobre una viga metálica, (dimensiones en metros).

Las longitudes de los canales fueron de 5.6 metros, medidas desde el tanque inicial hasta la descarga libre al final del mismo. Para estimar la rugosidad de los canales se tomó la estipulada en la literatura para plástico liso de PVC y Vidrio, obteniéndose un coeficiente de fricción de Manning de $N=0.009$.

3.2. Descripción del material sólido

Se utilizaron cinco tipos de sedimentos con diferentes propiedades, las cuales se resumen en la Tabla I, donde M1 a M5 son el tipo de muestras, C_u es el coeficiente de uniformidad, CC es el coeficiente de contracción (coefficient of curvature), σ_g es la desviación estándar geométrica, G_s es la gravedad específica y D_{50} es el diámetro por el cual pasa el 50%.

Tabla I. Propiedades físicas de los sedimentos usados en los ensayos.

Propiedad	M1	M2	M3	M4	M5
C_u	3.88	5.24	3.21	7.23	4.71
CC	0.64	1.00	0.90	0.81	0.80
$\sigma_g = d_{84}/d_{10}$	9.80	10.1	8.6	10.8	10.8
G_s	2.34	2.09	2.42	2.6	2.4
$D_{50}(mm) =$	1.64	0.97	0.81	1.50	0.74

El tipo de material sólido usado en los ensayos corresponde a una mezcla de arena y grava, con tamaños que varían entre arena muy fina por encima del tamiz 200 y grava media correspondiente a un tamaño de 9.52 mm, según la clasificación dada por la ASTM. La procedencia de las muestras de sedimentos utilizados correspondientes a M1, M3, M4 y M5, fueron de corrientes naturales de origen volcánico, siendo cada una de las muestras obtenidas de corrientes diferentes. La procedencia de la muestra M2 es de mina de origen volcánico, con baja gravedad específica.

El peso específico para los rangos de tamaños de sedimentos estipulados en el proyecto, se realizó usando la metodología para determinar el peso específico de agregados según el INSTITUTO NACIONAL DE VÍAS: 1998 (I.N.V. E - 222), en condición "superficialmente seco saturado", SSS. El material sólido se agregó al ensayo, procurando que se encuentre en el mismo estado de humedad SSS, usando el dosificador de sólidos eléctrico de banda rotatoria.

3.3. Medición del caudal líquido y caudal sólido

El caudal líquido se midió con un medidor de placa con orificio, al cual se le adaptó un manómetro diferencial en U con mercurio. Para cada experimento se proporcionó un determinado caudal al cual se le asignó un código y se colocó en el tablero de

mediciones para que sea registrado en el video y así poder relacionar el caudal con las características de cada ensayo.

El caudal sólido se calculó calibrando el peso de material sólido que suministra el dosificador de sólidos por unidad de tiempo, para cada una de las aberturas de salida. El caudal sólido Q_s en m^3/s , es dado como:

$$Q_s = \frac{D_s}{\gamma_s} \quad (35)$$

Donde D_s es la dosificación en N/s del dosificador de sólidos y γ_s es el peso específico de los sólidos en N/m^3 .

3.4. Procedimiento de toma de datos

Para la medición de la velocidad de depósito, se siguió el siguiente procedimiento:

- a. Colocar sedimento en el dosificador de sólidos de banda rotatoria y calibrar la abertura de salida para proporcionar varias concentraciones.
- b. Prender la bomba hidráulica hasta llenar el tanque de cabeza contante con válvula de salida abierta y esperar hasta que el sistema logre el estado estable en condiciones de flujo permanente.
- c. Una vez el sistema esté en equilibrio, se enciende el dosificador de sólidos, para una determinada concentración.
- d. Establecer la pendiente máxima del canal correspondiente al 17%, garantizando de este modo que todas las partículas de sedimento viajen en suspensión.
- e. Colocar en el tablero de mediciones el código de caudal correspondiente al caudal que se mide en el medidor de placa con orificio.
- f. Encender la cámara de video para que grabe el tablero de mediciones, el cual se encuentra colocado junto al canal.
- g. Disminuir lentamente la pendiente del canal con ayuda del diferencial, hasta que las primeras partículas comiencen a caer al fondo del canal. En ese instante termina el experimento, el cual queda grabado en el video.

h. Se repite los pasos del (a) al (g) disminuyendo el caudal líquido para lograr otra concentración.

i. Se obtiene del video los datos de pendiente del canal, temperatura, nivel de la mezcla en el canal, código de caudal asignado para identificar el caudal aforado con el medidor de placa con orificio, todo esto para las condiciones de depósito incipiente en cada ensayo.

Con el anterior procedimiento se tomaron 165 datos, con concentraciones en volumen entre 0.46% y 44.8 %, diámetros de partícula d_{50} entre 0.36 mm y 2.86 mm, gravedad específica de los sedimentos entre 2.09 y 2.72, velocidades de depósito entre 0.528 m/s y 2.087 m/s .

4. Resultados y Discusión

Para encontrar las ecuaciones semiempíricas a partir de las ecuaciones (13) y (34), se utilizaron los ensayos obtenidos en laboratorio, los cuales permitieron determinar las correlaciones de los parámetros $(1+aC)$ y $(1+\alpha C^\chi)$, como también para evaluar la bondad de las dos ecuaciones propuestas para calcular V_d .

Para el análisis se despejó de ec. (13) y ec. (34) el coeficiente $(1+aC)$ y $(1+\alpha C^\chi)$, respectivamente y su valor se calculó con los valores experimentales, luego se analizó el comportamiento de estos coeficientes con varios parámetros adimensionales, como por ejemplo, representando gráficamente el parámetro $(1+\alpha C^\chi)$ en función de la concentración, como se indica en la Figura 4, de lo cual se observó que tenía un valor decreciente con la concentración y un cierto incremento cuando el d_{50} decrece, a pesar de que la granulometría de las muestras de sólidos usadas poseen varios valores descriptivos como se indica en la Tabla 1, solamente el d_{50} fue tenido en cuenta en el análisis.

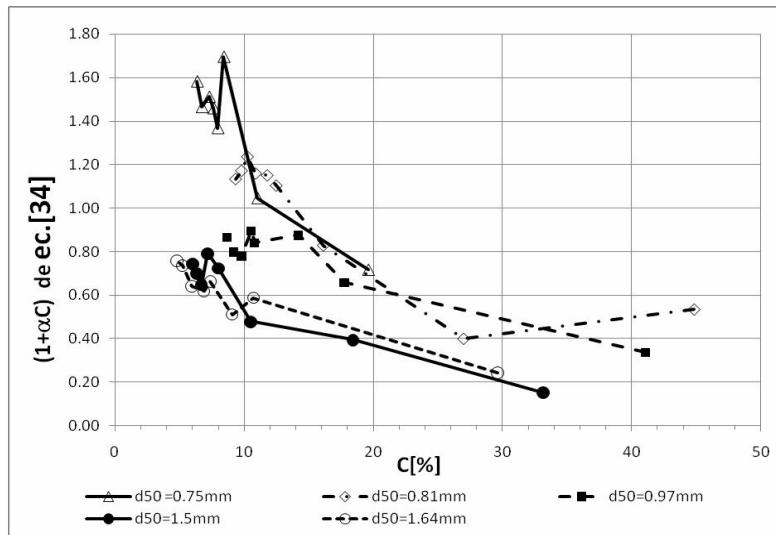


Figura 4.- Variación del coeficiente $(1 + \alpha C^x)$, con $x=1$ en función de la concentración y el diámetro d_{50} correspondiente a las muestras de sólidos, para el canal rectangular de base 0.01m.

De este modo, se encontró que los parámetros adimensionales $\pi_1 = (1 + \alpha C)$ y $\pi_2 = (1 + \alpha C^x)$ dependían de varios parámetros adimensionales y haciendo varias combinaciones de estos parámetros adimensionales se encontró que los parámetros π_1 y π_2 se ajustan muy bien con los datos experimentales, usando como parámetros independientes S_m , AR_H^{-2} , C'_D y C si se evalúan estos factores usando una relación potencial entre la variable dependiente π y las variables independientes, se encuentra la siguiente expresión.

$$\pi = \beta_o S_m^{\beta_1} (AR_H^{-2})^{\beta_2} C'_D^{\beta_3} C^{\beta_4} \quad (36)$$

Si se saca logaritmos a ambos lados de la anterior ecuación, se convierte en una ecuación lineal, dada como:

$$\log(\pi) = \beta_o + \beta_1 \log(S_m) + \beta_2 \log(AR_H^{-2}) + \beta_3 \log(C'_D) + \beta_4 \log(C) \quad (37)$$

De este modo se aplicó al método de Regresión Lineal Múltiple (RLM), usando el programa Excel para hallar los coeficientes $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ y β_4 y los estadísticos correspondientes como se indica a continuación:

β_4	β_3	β_2	β_1	β_0
se4	se3	se2	se1	se _b
r2	Sev			
F	Df			
Ssreg	ssresid			

Donde los valores de se_1, se_2, \dots, se_n , son los errores estándar para los coeficientes $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ y β_4 ; se_b es el valor de error estándar para la constante β_0 , r^2 es el coeficiente de determinación; se_y es el error estándar para el cálculo de la variable dependiente; F es la estadística F o valor F observado; Df son los grados de libertad. $Ssreg$ es la suma de regresión de los cuadrados y $ssresid$ es la suma residual de los cuadrados.

- Para $(1 + aC)$ de ec. (13) se obtuvieron los siguientes valores:

-0.07715125	0.3487793	0.11813427	0.37248403	0.10622882
0.00908624	0.03017648	0.05730917	0.01234341	0.05909211
0.93072359	0.05703837			
537.397134	160			
6.99341896	0.5205401			

Reemplazando los coeficientes se obtiene ec. (38)

$$1 + aC = 10^{0.10623} S_m^{0.3724} \left(\frac{A}{R_H^2} \right)^{0.1181} C_D^{0.3448} C^{-0.0772} \quad (38)$$

Donde S_m en [m/m], A en [m^2], R_H en [m]. C'_D y C son parámetros adimensionales.

- Para $(1 + Cx)$ de ec. (34) se obtuvo:

-1.25740839	1.34533945	-0.594176	0.79099829	-0.31348115
0.024002886	0.07971644	0.15139217	0.03260726	0.1561021
0.955297303	0.15067679			
854.8006074	160			
77.62784734	3.6325593			

Reemplazando los coeficientes se obtiene ec. (39)

$$1 + \alpha C^x = 10^{-0.3135} S_m^{0.79099} \left(\frac{A}{R_H^2} \right)^{-0.5942} C_D^{1.3453} C^{-1.2574} \quad (39)$$

Donde S_m en [m/m], A en $[m^2]$, R_H en [m]. C_D y C son parámetros adimensionales. Se probaron varios valores de x y se encontró que con $x=1$, se obtenía un mejor ajuste del factor $(1 + \alpha C^x)$ con respecto a los datos experimentales. En ec. (38) y ec. (39), el valor de C se lo calcula como la relación, $C = Q_s / (Q_s + Q_L)$.

El hecho de que la concentración C aparezca en los dos lados de las ecuaciones (38) y (39), indica que en las expresiones propuestas inicialmente para los factores $\pi_1 = (1 + \alpha C)$ y $\pi_2 = (1 + \alpha C^x)$ la concentración tiene una influencia diferente a la supuesta inicialmente sobre la velocidad de depósito V_d .

Reemplazando los factores empíricos para cada canal, en las ecuaciones respectivas, se calculó la velocidad de depósito, la cual se comparó con el valor experimental. Para evaluar la ec.

(34) se tomó como factor de fricción de Manning el valor de $N=0.009$, correspondiente a plástico liso o vidrio.

Para estimar el error de predicción de la metodología propuesta, se usa el criterio del error promedio \bar{E} , dado como:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{ND} (E_i)}{ND} \quad (40)$$

Donde ND es el número de experimentos realizados. El error de predicción relativo E_i en [%] para cada dato se halla con ec. (41).

$$E_i = \left| \frac{Vd_{exp} - Vd_{cal}}{Vd_{exp}} \right| 100 \quad (41)$$

Vd_{exp} es el valor experimental de la velocidad de depósito, Vd_{cal} es su valor calculado con las ecuaciones (13) o (34). Al aplicar ecuación (40) se obtuvo un valor del error promedio de $\bar{E} = 11\%$ para ec. (13) y $\bar{E} = 13\%$ para ec. (34).

En la Figura 5 se indica la variación del error de predicción relativo E_i para cada ensayo, en la cual se observa que la mayoría de los ensayos se encuentran por debajo del 20 % de error, criterio que permite el uso de la ecuaciones (13) y (34), para efectos prácticos en la ingeniería.

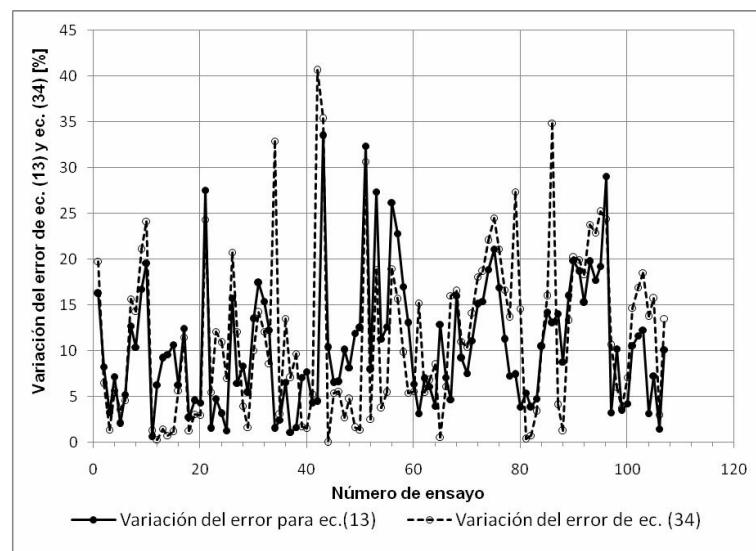


Figura 5.- Variación del error de predicción relativo calculado con ec. (41), correspondiente a las ecuaciones (13) y (34).

En la Figura 6, se indica la representación gráfica de los valores calculados de la velocidad de depósito con ec. (13) y ec. (34) y los medidos en laboratorio, observándose una muy buena correlación. Para trazar las líneas de errores medios de 20%, se uso el concepto de error relativo, teniendo en cuenta que el porcentaje de error de un dato de velocidad bajo, es diferente

que para un valor alto, las líneas de igual error son siempre lineales a partir del origen de coordenadas, formando una frontera triangular. En la Figura 6, se puede observar que la ec. (13) tiene un mayor ajuste en todo el rango de valores de la velocidad de depósito que la ec. (34), la cual para velocidades de depósito mayores a 1 m/s, el ajuste es un poco mayor.

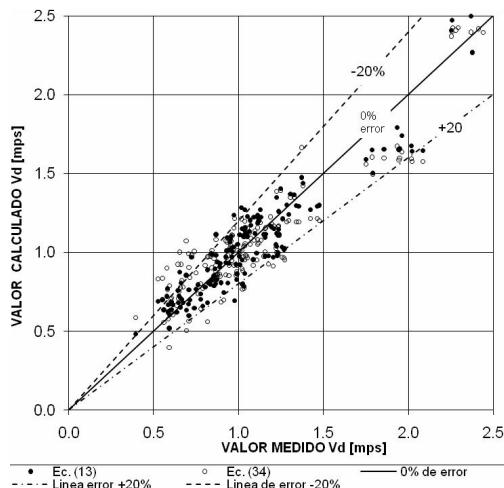


Figura 6.- Comparación de la velocidad crítica de depósito experimental y la calculada con ec. (13) y ec. (34).

En la Tabla 2 se indican los valores máximos y mínimos de las variables usadas en la experimentación y calibración de las ecuaciones (13) y (34), los cuales proporcionan el rango de valores en los que pueden aplicarse dichas ecuaciones. En esta Tabla y es la profundidad de la mezcla en el canal, H es la profundidad

hidráulica, f_m es el factor de fricción en la ecuación de Darcy-Weisbach para la mezcla y NF es el número de Froude, el resto de variables ya han sido previamente definidas. Los valores de la Tabla 2 no corresponden al mismo ensayo, sino que representan los valores extremos extraídos de todos los ensayos.

Tabla 2. Valores mínimos y máximos de las variables usadas en la investigación.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Rango	C	V_{sm}	C'_D	y	R_H	A	H	V_d^* exp.	S	f_m	f_w	NF	V_d^{**} Ec.(13)	V_d^{**} Ec.(34)
	[%]	[m/s]	[-]	[m]	[m]	[m ²]	[m]	[m/s] [m/m]	[-]	[-]	[-]	[m/s]	[m/s]	
Max	44.80	0.125	8.42	0.080	0.020	0.003	0.044	2.087	0.164	0.267	0.035	3.697	1.793	1.670
Min	0.46	0.014	1.54	0.007	0.006	0.000	0.007	0.582	0.042	0.029	0.018	1.596	0.599	0.564

*) Valor experimental de la velocidad de depósito. **) Valor teórico de la velocidad de depósito.

5. Conclusiones

Dos nuevas expresiones matemáticas fueron encontradas para el cálculo de la velocidad crítica de depósito o velocidad mínima de transporte, (V_d), las cuales predicen esta velocidad con errores aceptables comparados con los valores experimentales, con la

ventaja de que dichas ecuaciones pueden usarse en casos donde la concentración de partículas suspendidas es alta, con granulometría no uniforme e incluye los parámetros más representativos que influyen en el transporte de mezclas en canales.

Para la deducción de las ecuaciones (13) y (34) se usaron conceptos del balance, entre, la energía requerida y la energía

suministrada por las fluctuaciones turbulentas del flujo. Este procedimiento teórico produce resultados satisfactorios para el análisis de las velocidades críticas de depósito en canales que transportan mezclas. Además se incluye el efecto que tiene la concentración sobre la velocidad de asentamiento de las partículas, empleando el método dado por Cheng (Cheng, 1997b) para el cálculo de los parámetros V_m y C'_D , lo que marca diferencia con el resto de ecuaciones propuestas por otros autores.

Teniendo en cuenta que las ecuaciones (13) y (34) son válidas solamente para sedimentos naturales, estas se pueden calibrar fácilmente, siguiendo el mismo procedimiento descrito en este artículo, para otro tipo de partículas transportadas en un medio fluido, con la ventaja de estar respaldadas por un sólido desarrollo teórico.

6. Referencias

- Cheng, N.S., 1997a. Simplified settling velocity formula for sediment particle. *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Tech. note No 10734. Vol. 123. No 2.*
- Cheng, N.S., 1997b. Effect of concentration on settling velocity of sediment particles. *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE. Technical note No 11124. Vol. 123. No 8.*
- Davis, J.T., 1986. Calculation of critical velocity to maintain solids in suspension in horizontal pipes. *Chemical Engineering Science. Vol. 42. No 7. pp.1667-1670.*
- Gómez, H.J., 2002. Hidrotransporte de sedimentos en tubos horizontales a presión: Estudio de la velocidad crítica de deposición. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Santafé de Bogotá.
- Gómez, H. J. y Ordóñez, J.I., 2002. Velocidad Crítica de deposición en el transporte de sedimentos en canales abiertos. XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. La Habana, Cuba.
- Gómez, H. J., 2004. Efecto de la concentración de partículas de sedimentos naturales en la velocidad mínima de transporte en canales abiertos. XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. São Pedro, Estado de São Paulo. Brasil.
- Oroskar, A.R. and Turian R.M., 1980. The critical velocity in pipeline flow of slurries. *AIChE Journal. Vol. 26. No 4. July. pp 550-557.*
- Somerville, D.R., 1991. Critical transport velocity in two-phase horizontal pipe flow. *AIChE Journal. Vol. 37. No 2. February. 1991. pp. 274-276.*
- Yang, T.C., 1996. *Sediment transport: theory and practice.* McGraw-Hill. Series in water resources and environmental engineering. New York. pp 1-18.

