

Segmentación de superficies de forma libre a partir de nubes de puntos ruidosos

Free form surface segmentation from noisy points cloud

Esmeide A Leal Narváez¹, Nallig E Leal Narváez¹ & John William Branch²

1. Facultad de Ingeniería de Sistemas, Universidad Simón Bolívar, Barranquilla - Colombia

2. Escuela de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

esmeide0226@yahoo.com; nallig_eduardol@yahoo.co.mx; jwbranch@unalmed.edu.co

Recibido para revisión 14 de Junio de 2009, aceptado 25 de Agosto de 2009, versión final 11 de Septiembre de 2009

Resumen— En este artículo se presenta un método para la segmentación de superficies a partir de puntos muestreados, sin una previa aproximación, como son las mallas triangulares, o regresiones polinómicas locales, la segmentación se realiza a partir de la información suministrada por los puntos, es por ello que se necesitan algoritmos que estimen propiedades geométricas como la normal, la curvatura y la detección de discontinuidades en la superficie, sin recurrir a dichas aproximaciones. Se presenta un método para estimar las normales a cada punto de la superficie, el cual varía el tamaño del vecindario dependiendo de la curvatura en el punto en cuestión, siendo robusto al ruido y valores atípicos. También se presenta un método para estimar las curvaturas y direcciones principales a partir de puntos, este se apoya en la estimación de las normales y la conformación de un vecindario geodésico local. Normalmente, los puntos que conforman la superficie están contaminados con el ruido inherente a los dispositivos durante el proceso de adquisición. Es por ello que se existe una etapa para eliminación del ruido en los datos, a la vez que preserva los detalles finos en la superficie, además de prevenir el encogimiento en los datos producido por el promediado de los puntos vecinos alrededor de uno en particular, el método propuesto muestra ser robusto a los valores atípicos.

Palabras Clave— Segmentación De Superficies, Imágenes de Rango, Nube de Puntos, Estimación de Normales y Curvaturas, Detección de Discontinuidades, Reducción de Ruido, PCA.

Abstract— In this paper is presented a method to surface segmentation from sampled points, without a previous surface approximation, like triangular mesh or local polynomial regression. The segmentation process proceed from the information give by the data points, by this reason are necessary use algorithms, that estimates geometric properties like normals, curvatures and detection of surface discontinuities without its approximations. This peper presents a method to estimate the normals to each point in the surface, taking in account the local

curvature, it produce that the neighborhood surrounding a point be adaptive and change the size depend on the local characteristics, the method is robust to noise and outliers. Additionally we presents a method to estimate principal curvatures and directions from sampled points; it is fundaments in the normal estimation and the conformation of the local geodesic neighborhood. Commonly, the data points sampled from surfaces are contaminated with noise produced by devices during the acquisition process. This paper propose a method to remove the noise in the data points, whereas preserving sharp features on the original surface model, the method prevent the data shrinkage produced by the average of the neighbors around the one point, the proposed method shown be robust to outliers.

Keywords— Surface Segmentation, Range Images, Point Clouds, Normal and Curvature Estimation, Discontinuity Detection, Noise Reduction, PCA.

I. INTRODUCCIÓN

El propósito de la reconstrucción tridimensional (3D) es convertir una gran cantidad de datos o puntos, en un modelo en la memoria del computador, manteniendo sus características físicas de volumen y forma. La reconstrucción 3D es un campo de la visión por computador la cual tiene un amplio rango de aplicaciones entre las cuales se encuentran, el diseño asistido por computador CAD/CAM, la computación gráfica, el entretenimiento, los procesos de manufactura en la industria, la robótica, la visualización científica, la medicina entre otras.

La reconstrucción 3D es un proceso que involucra una serie de etapas, las cuales determinan la precisión y eficacia en la

representación final del objeto. Estas etapas involucran la obtención de las imágenes, el registro, la integración, la segmentación, el ajuste de la superficie y por último la obtención del modelo 3D; cada una de ellas es un campo activo de investigación, en el cual se han desarrollado diversidad de algoritmos y técnicas de suma importancia en el área de reconstrucción 3D de objetos.

Una etapa fundamental en la reconstrucción 3D, es la segmentación de superficies a partir de imágenes de rango. La segmentación se enfoca en la búsqueda de métodos y técnicas capaces de agrupar puntos que tengan propiedades geométricas similares como normales y curvaturas [5]. La segmentación de imágenes de rango, no sólo provee una descripción de la imagen en términos de superficie, lo cual es de gran utilidad para la reconstrucción; sino que además, permite la eliminación del ruido en los datos, la detección de bordes, la detección de esquinas y lo más importante la separación de la superficie en partes homogéneas para un ajuste y reconstrucción adecuados.

El tema clave en la segmentación es separar los datos o puntos que conforman la superficie en subregiones, donde cada una puede ser aproximada por una única superficie. Es por esto que se hace necesario el desarrollo de métodos que den una mayor precisión en la estimación de características geométricas, como normales y curvaturas a cada uno de los puntos que conforman la imagen de rango; para así obtener una mejor separación de la superficie en subregiones compactas y homogéneas.

En la literatura son muchos los métodos de segmentación propuestos [26, 4, 10], pero básicamente se dividen en dos grandes grupos; el primero son los métodos basados en detección de bordes, y el segundo los métodos basados en crecimiento de regiones. Los primeros tienen la fortaleza de detectar características como bordes y esquinas, pero fallan cuando la superficie es muy suave o posee ruido, ya que esto produce que no se encuentren o exista una continuidad en los bordes. Los segundos son robustos en cuanto a producir superficies homogéneas y tienen la ventaja de seguir la topología de la superficie, y no ser tan sensibles al ruido pero si a los valores atípicos (outliers), su debilidad radica en la dificultad de controlar el crecimiento de la región.

Todos los métodos de segmentación enmarcados en estos dos grupos tienen en común, el utilizar un vecindario alrededor de un determinado punto para poder estimar la normal, ya que se está trabajando con puntos, y el estimar características geométricas en un punto, matemáticamente no tiene sentido, para ello se debe obtener una aproximación de la superficie por medio del vecindario. El escoger el tamaño del vecindario, siempre ha sido un problema en los algoritmos de reconstrucción; muchas investigaciones se han limitado a tomar el tamaño del vecindario como un parámetro ingresado por el usuario, tomando el tamaño de vecindario fijo y escogido empíricamente.

Otro enfoque es encontrar el tamaño del vecindario, dependiendo de las características locales de la superficie, y de

esta manera poder calcular las normales de forma adecuada y precisa. Esto se debe tomar en cuenta ya que la mayoría de los algoritmos de estimación de normales, utilizan regresión lineal y lo anterior disminuye la tendencia o sesgo en los datos.

El principal enfoque de este artículo, es la segmentación de superficies a partir de puntos muestreados, sin una previa aproximación de la superficie, ya sea por medio de mallas triangulares a nivel global, o de regresiones polinómicas a nivel local, la segmentación se realiza solamente a partir de la información suministrada por los puntos, es por ello que se necesitan algoritmos que estimen propiedades geométricas como la normal, la curvatura y la detección de discontinuidades en la superficie, sin la necesidad de recurrir a estructuras globales. Esta investigación aporta un nuevo método para estimar las normales a cada punto de la superficie, el cual varía el tamaño del vecindario dependiendo de la curvatura en el punto en cuestión, este método es robusto al ruido y valores atípicos. También Se presenta un método para estimar las curvaturas y direcciones principales, a partir de puntos, este se apoya en la normal estimada por el método de normales y la conformación de un vecindario geodésico local.

Normalmente, los puntos que conforman la superficie están contaminados con el ruido inherente de los dispositivos durante el proceso de adquisición. En esta investigación se propone un nuevo método para eliminación del ruido en los datos, a la vez que preserva los detalles finos en la superficie, también corrige el encogimiento en los datos producido por el promediado de los puntos vecinos alrededor de uno en particular, el método propuesto muestra ser robusto a los valores atípicos.

II. TRABAJOS PREVIOS

En esta sección se hará una corta revisión de los trabajos en segmentación más relevantes encontrados, estos involucran dos tipos, la segmentación de mallas y la segmentación de puntos muestreados; se hará más detalle en el segundo tipo ya que el presente trabajo va en esa dirección.

Los métodos de segmentación a partir de mallas triangulares, los cuales son más abundantes en la literatura; se subdividen en dos grupos: segmentación por parches y segmentación por partes. Los primeros van dirigidos hacia la reconstrucción de superficies y mapeo de texturas, los segundos van en dirección del reconocimiento. Los basados en parches, realizan un agrupamiento de puntos basados en características similares (Normales, curvaturas, distancias etc.), una vez obtenida la partición inicial, se realizan refinamiento de límites o bordes de las regiones para un posterior ajuste. Los basados en partes, realizan una búsqueda de límites entre las partes constituyentes del objeto (dedos, cabezas, extremidades, articulaciones, etc.), buscando una separación que permita la posterior identificación de los objetos.

Los métodos segmentación basados en crecimiento de regiones a partir de puntos muestreados, siguen el mismo enfoque que el de mallas, buscando propiedades geométricas de la superficies, como normales y curvaturas, luego se aplica algún criterio o algoritmo de clusterización para agrupar los puntos con características similares. A continuación se describen los métodos de segmentación basados en puntos.

El trabajo pionero de Bels y Jain [5], estableció las bases para la segmentación de superficies a partir de imágenes de rango. Su fundamento es el siguiente, ellos toman un vecindario local a cada punto y ajustar una superficie cuadrática de orden variable, luego miden el error de ajuste, si sobre pasa cierto umbral establecido, se vuelve a estimar el tamaño del vecindario y a reajustar la superficie hasta alcanzar un mínimo error de ajuste. Una vez obtenida la superficie, se procede a una partición inicial por un método de clasificación de los puntos, de acuerdo a ocho formas fundamentales, esto se hace usando el signo de las curvaturas Gaussiana y Normal. La ventaja de este método es su fundamento teórico apoyado en la geometría diferencial y la clasificación de los puntos utilizando las ocho formas fundamentales. Sus desventajas radican en un considerable tiempo de cálculo en el crecimiento de las regiones, así como su complejidad computacional en cuanto a la necesidad de realizar aproximaciones numéricas de las superficies y sus derivadas de segundo orden.

Djebali y Melkemi [7], proponen una estrategia de segmentación que usa aproximación polinomial y una versión de una técnica llamada "Split and Merge". Como un primer paso una partición es calculada con base en propiedad geométrica de la curvatura, como en Bels y Jain [5]. Luego un segundo paso procede con las mezclas (merging) de regiones, con el objetivo de identificar correctamente las superficies principales del modelo. Este método tiene las mismas fortalezas y desventajas de Bels y Jain, y sustenta teóricamente la consistencia de dichos procedimientos. Este método posee muchas etapas algunas de ellas complicadas, ya que involucra muchos criterios y pruebas de ajuste. Este método solo opera en imágenes de rango, más no así en nubes de puntos.

Vanco [26] en su tesis doctoral, propone un método de segmentación, el cual esta dividido en dos etapas. En primer lugar se toma un vecindario de tamaño k , y se estiman las normales y curvaturas. En la primera etapa, la cual es llamada segmentación de primer orden, se basa en los vectores normales, esta provee una subdivisión inicial de la superficie y a la vez detecta los bordes, esquinas, así como también áreas planas y áreas con altas curvaturas. La segunda etapa es llamada, segmentación de segundo orden, esta subdivide la superficie acorde a los valores de las curvaturas principales, produciendo la clasificación de superficies algebraicas simples. Este método posee la desventaja del propuesto en Bels y Jain, debido a que usa regresión local a las superficies. Opera sobre nubes de puntos, pero se limita a superficies de objetos de geometría regular (cubos, esferas, conos planos etc.) y sus combinaciones.

En [10], Gelfand and Guibas, proponen un método para la segmentación de datos muestreados en simples superficies geométricas. El método calcula un conjunto de componentes los cuales poseen, lo que ellos llaman "Slippable motions": las Slippable incluyen formas simétricas rotacionales y traslacionales, tales como planos, esferas y cilindros, este método es aplicable directamente a partes mecánicas. Para realizar la segmentación se basan en los valores propios de una matriz simétrica a partir de los puntos y las normales de formas slippage. Este método tiene la desventaja de no delimitar bien las fronteras entre las regiones, debido al ruido en los datos, otra desventaja que tiene es que es menos eficiente cuando la entrada del algoritmo son puntos muestreados, en lugar de una malla triangular.

III. FILTRADO DE DATOS RUIDOSOS UTILIZANDO PCA ROBUSTO

En esta sección se presenta un método de filtrado de datos ruidosos, el cual es capaz de preservar los detalles finos a la vez que realiza el suavizado de los datos. Para mayor detalle del método ver [16]. La Figura 1 muestra el resultado de su aplicación a un modelo 3D.

3.1 El Problema del Ruido en los Datos

Los puntos muestreados por los dispositivos de rango, y en general por los escáners 3D, siempre resultan afectados por el ruido debido a las limitaciones inherentes del proceso físico de la medida. El ruido ocurre en forma de valores atípicos, o en forma de pequeñas desviaciones de los puntos muestreados a partir de la superficie verdadera. Algún tipo de procesamiento es requerido para obtener un modelo de superficie válida a partir del conjunto de medidas físicas.

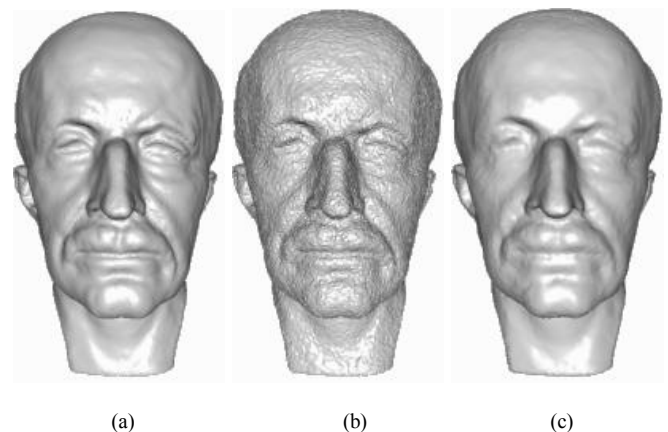


Figura 1. Busto de Max Planck, (a) Modelo original (b) Modelo con ruido Gaussiano del 0.08% de la diagonal del boundingbox (c) Modelo suavizado.

El ruido inherente a los sensores de rango, el cual es transmitido a los puntos muestreados, es de naturaleza Gaussiana anisotrópica y puede ser filtrado por métodos de regresión local [6].

Las investigaciones en el filtrado de imágenes digitales, pueden servir como punto de partida para el desarrollo de algoritmos o técnicas de filtrado de ruido y suavizado de datos provenientes de curvas y superficies de objetos 3D. Sin embargo, la adaptación de algoritmos de filtrado de imágenes digitales, no se hace de forma directa al ser aplicados a curvas y superficies, debido a tres razones principales [9]: 1) Irregularidad; a diferencia de las imágenes digitales, los puntos muestreados a partir de superficies pueden ser irregulares en cuanto al muestreo, 2) Encogimiento; los algoritmos del filtrado de imágenes por lo general no preservan la energía, los cuales al ser adaptados al filtrado de datos muestreados a partir de superficies, se traduce en el encogimiento de dichos datos, 3) Cambio de dirección; una simple adaptación de una técnica de filtrado de imágenes puede causar desviaciones en la posición espacial de los puntos, lo cual puede causar irregular en los datos muestreados.

Nuestro problema del ruido se define así: A partir de un conjunto de datos ruidoso P cercano a una superficie; el objetivo es determinar un conjunto de datos libre de ruido, que preserve los detalles finos del conjunto de datos del cual fueron muestreados. Para ello se utiliza una versión robusta del PCA. Las características que hacen robusto nuestro método son la no sensibilidad a los valores atípicos, el mantener los detalles finos y el no generar encogimiento en los datos.

3.1.1 PCA Ponderado Inversamente Proporcional

El PCA, es una de las técnicas empleadas, en principio, en el procesamiento de imágenes digitales, que ha sido adaptada para el filtrado de datos muestreados de curvas o superficies de objetos 3D [12, 20], aunque dicha adaptación, presenta como inconveniente una alta sensibilidad a los valores atípicos presentes en los datos. Diferentes propuestas para corregir este inconveniente han sido presentadas [14, 24, 23].

La variante del PCA propuesta en este trabajo, realiza una repartición de pesos inversamente proporcional a la suma de distancias geodésicas a las que cada dato se encuentra de la media de su vecindario. De esta manera, se penalizan más los datos alejados de la media, por lo que los valores atípicos no generan tendencia en ésta. A diferencia de otros métodos que emplean factores de pesos exponenciales [22, 19, 2], para descartar o aminorar la influencia de estos valores atípicos, agregando complejidad en el cálculo de la media, el método aquí propuesto, realiza una simple asignación de pesos, según lo indica la ecuación 1, y no requiere de la calibración de parámetros adicionales para su aplicación, este método es una variación del propuesto en [16].

$$w_i = \frac{1}{g_{eod_i} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{1}{g_{eod_j}}} \quad (1)$$

donde, w_i es el factor de peso de cada punto, g_{eod_i} es la distancia geodésica desde la media a cada punto del vecindario y n la cantidad de datos del vecindario.

Como un próximo paso se debe obtener una media ponderada o pesada, esta media pesada \bar{p}_w , de los puntos, es calculada por la ecuación (2). Una vez que se tienen los pesos para cada punto y la media pesada del vecindario $geoNneig(p_i)$, se procede a incluir estos en la matriz de Covarianzas, para hacer el PCA robusto a los valores atípicos como se muestra en la ecuación 3.

$$\bar{p}_w = \frac{\sum w_i p_i}{\sum w_i} \quad (2)$$

$$MC_w = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p}_w)(p_i - \bar{p}_w)^T W \quad (3)$$

donde $W = \{\sqrt{w_1}, \dots, \sqrt{w_n}\}$, son los pesos asociados a cada

punto p_i del vecindario $geoNneig(p)$.

Ahora que se tiene estimada una matriz de Covarianzas pesada, se sigue con el mismo procedimiento de calcular los componentes principales como en el PCA clásico.

3.1.2 Preservación de los Detalles Finos

Para prevenir el sobre suavizado de los datos, y por consiguiente la pérdida de detalles finos, aplicamos un desplazamiento de la media de los puntos \bar{p} , en dirección de la normal al plano tangente al $geoNneig(p)$. El desplazamiento está dado por la ecuación (4), el cual es una variante al operador dado en [2, 9].

$$\bar{p}' = \bar{p}_w + t_{\min} n_m \quad (4)$$

donde \bar{p}' , es la nueva posición de la media, \bar{p}_w es la media original calculada según la ecuación (2), n_m es la normal al plano tangente al vecindario en \bar{p}_w , y t_m es un desplazamiento, el cual es dado por la ecuación (5).

$$t_{\min} = \text{media} \sum_{p_i \in \text{geoNneig}(P)} n(\|p_i - \bar{p}_w\|) \quad (5)$$

La aplicación de la ecuación (4), puede verse en las Figuras 2a y 2b. Se observa como el método preserva los detalles finos, a la vez que elimina el ruido.

3.1.2 Prevención del Encogimiento en los Datos

Los algoritmos de ajuste lineal se basan en el promedio del vecindario $\text{geoNneig}(p)$, alrededor de un punto p_i , trayendo como consecuencia el encogimiento de los datos; esto es debido, a la utilización del centroide \bar{p}_w de los datos (libre de ruido), en lugar del punto original p_i .

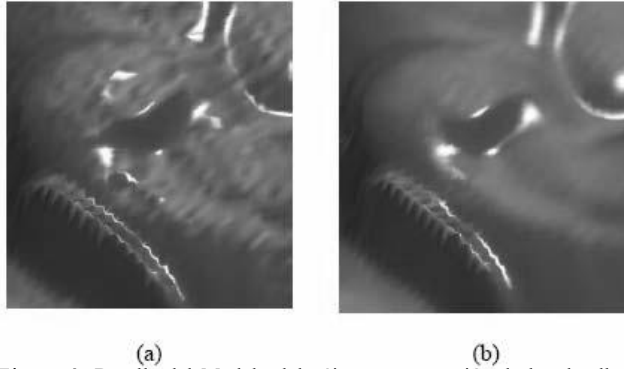


Figura 2. Detalle del Modelo del pájaro, preservación de los detalles finos (a) Modelo con ruido Gaussiano del 0.5% del promedio de la coordenada Z (b) Modelo suavizado.

Se corrigió este problema, aplicando un desplazamiento al centroide \bar{p}_w , el cual se encuentra sobre el plano tangente al vecindario $\text{geoNneig}(p)$. El desplazamiento se hace en dirección de la proyección del punto p_i a dicho plano. El nuevo centroide \bar{p}'_{desp} es calculado conforme a la ecuación (6).

$$\bar{p}'_{desp} = \text{Ortho} + \bar{p}_w \quad (6)$$

donde $\text{Ortho} = \langle (p - \bar{p}'), T \rangle T$, es la proyección ortogonal del punto p_i sobre el plano de ajuste al vecindario $\text{geoNneig}(p)$, y $\langle \cdot \rangle$ es el producto punto entre vectores (Figura 3a).

Para que el desplazamiento a la media, por medio de la ecuación (6), sea consistente, debe cumplirse, que el muestreo en regiones con curvaturas muy pronunciadas, sea denso. En la Figura 3b, puede apreciarse como los puntos verdes (media

libre de ruido), no están distribuidos a lo largo de la curva, como si lo están los puntos azules de la Figura 3c, luego de aplicar el desplazamiento a la media.

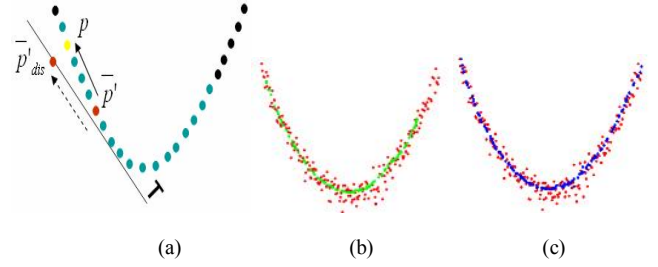


Figura 3. Datos muestreados de la función x^2 con ruido Gaussiano con varianza de 0.1 (a) Proyección ortogonal del vector $p_i - \bar{p}'_w$ sobre el plano tangente T al vecindario (b) Encogimiento de datos (c) Preservación de los datos.

IV. ESTIMACIÓN DE NORMALES USANDO VECINDARIO ADAPTATIVO

La estimación de la normal esta sujeta a factores que tienen que ver con las propiedades locales de la superficie, y se muestra como estos factores afectan la precisión con la que se puede aproximar la normal.

Dado un conjunto de puntos $P = \{p_i\}$, los cuales probablemente fueron muestreados con ruido a partir de una curva o superficie, la meta es estimar la normal en cada punto y que el error de dicha estimación sea mínimo con respecto a la normal verdadera. Como punto de partida optamos por obtener los k-vecinos más cercanos a un punto p . Una vez obtenido los vecinos el siguiente paso es ajustar un plano a la superficie o curva, utilizando Análisis de Componentes Principales PCA.

Como dicha estimación de la superficie, se realiza mediante un plano, existen partes de esta, las cuales no pueden ser ajustadas con precisión, como es el caso de las regiones con alta curvatura. Es por ello que en el análisis que se realiza a continuación, se toman en cuenta características locales a cada punto p_i .

Un factor que influencia la estimación de las normales es la elección de un tamaño adecuado del vecindario [4, 26, 13, 21], la elección del tamaño del vecindario puede afectar de forma directa la estimación de la normal en un punto perteneciente a la superficie S. La Figura 4 ilustra la influencia en la normal por la escogencia de un tamaño adecuado e inadecuado del vecindario.

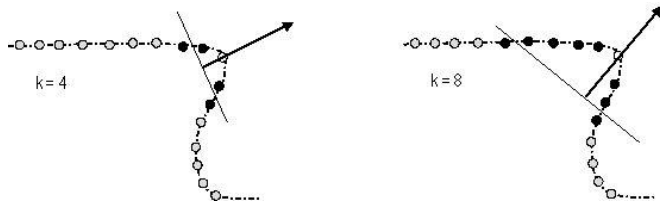


Figura 4. Influencia del tamaño del vecindario

En la Figura 4, k es el tamaño del vecindario. El tamaño de k afecta la estimación de la normal. Para escoger un k adecuado, se debe tener en cuenta, la curvatura, la densidad del muestreo y el ruido. Cuando se escoge un k -vecindario muy grande, se aproxima una gran área de la superficie, la cual produce como resultado, que sea muy suave la estimación de la superficie, produciendo pérdida de detalles finos y la indistinción entre la separación de dos superficies adyacentes. Por el contrario, si se toma un vecindario pequeño deja una estimación imprecisa de la normal, principalmente en la vecindad de características sobresalientes (esquinas, bordes etc.) y esta imprecisión aún es mayor cuando los datos poseen ruido.

La deducción del criterio del vecindario variable, tiene su apoyo en la definición de superficie. Desde el punto de vista de la geometría diferencial, toda superficie f diferenciable del tipo C^1 , tiene en cada punto p , un par de vectores linealmente independientes y ortogonales entre si, los cuales expanden un plano tangente a la superficie f en el punto p , estos son representados por la matriz Jacobiana. Ahora, como estamos tratando con puntos muestreados, la superficie es desconocida y por lo tanto se desconoce el Jacobiano, se hace necesario aproximar esta matriz por medio de los puntos muestreados. Aplicando PCA al vecindario de un punto p , podemos obtener el par de vectores linealmente independientes, los cuales son equivalentes al Jacobiano, y de esta manera podremos hacer una discretización del concepto de superficie desde el punto de vista de la geometría diferencial para mas detalles ver [8, 18].

4.1 Intervención de la Curvatura

Para encontrar la relación entre el tamaño del vecindario alrededor de un punto p , y la curvatura en éste; se hará la siguiente relación apoyada en la definición encontrada en [1]. Una definición de curvatura entre las muchas existentes en la literatura, es la siguiente: La curva en un punto p está dada

por la fórmula $k = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{2h}{l^2}$, donde h es la distancia de un segundo punto de la curva a la tangente en el punto dado, y l es

la longitud del segmento de tangente comprendido entre el punto de tangencia y la proyección del otro punto sobre ella (Figura 5).

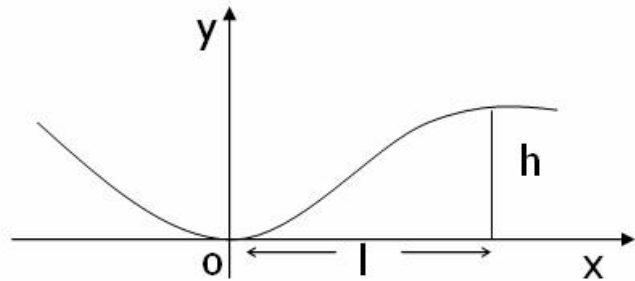


Figura 5. Aproximación de la curvatura a un punto situado en el origen de coordenadas.

Para lo anterior, se elige un sistema de coordenadas rectangulares tal que el origen sea el punto dado de la curva, y el eje Ox , la tangente en ese punto (Figura 5.5), entonces

$y' = 0$ y $k = |y''|$, desarrollando la función $y = f(x)$ por

la fórmula de Taylor, obtenemos $y = \frac{1}{2} y'' x^2 + \epsilon x^2$, ya que

$y' = 0$. Tenemos que $\epsilon \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow 0$, de aquí se tiene

que $k = |y''| = \lim_{x \rightarrow 0} 2|y|/x^2$, por lo tanto, como

$|y| = h$, $x^2 = l^2$, se tiene $k = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{2h}{l^2}$, esta fórmula de

curvatura muestra o describe la rapidez con que la curva abandona la tangente. Partiendo de lo anterior podemos llevar este modelo a nuestro problema del vecindario como lo muestra la Figura 6.

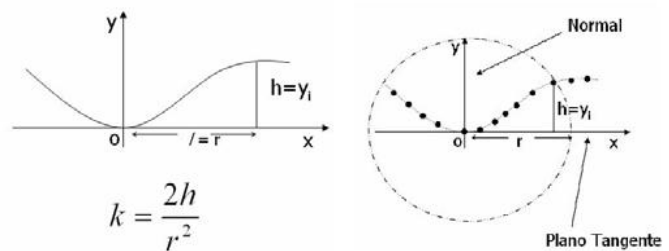


Figura 6. Relación entre el vecindario y la curvatura a un punto.

4.2 Vecindario Adaptativo

En la Figura 7, se ilustra una idea intuitiva de la relación entre las proyecciones al plano de cada punto perteneciente al vecindario y el tamaño adecuado para este. Si la curvatura es

muy pronunciada el tamaño del vecindario tiende a ser pequeño, lo contrario es, si la curvatura es tenue el tamaño del vecindario tiende a ser mas grande. Ahora se observa que para una curvatura el radio del vecindario r_i , es mucho menor que la proyección de un punto dado y_i o sea ($r_i < y_i$), lo contrario ocurre cuando la curvatura es pequeña; puede observarse que la proyección y_i , es más pequeña en comparación con el radio ($r_i > y_i$).

De las relaciones anteriores, podemos deducir nuestro modelo para la obtención de una expresión, la cual nos lleve a la obtención de un vecindario variable. Una vez obtenida los vectores propios a partir de la matriz de Covarianza, nuestro próximo paso es la proyección de los vectores formados por cada uno de los p_i y el centroide \bar{p} de cada vecindario ($p_i - \bar{p}$).

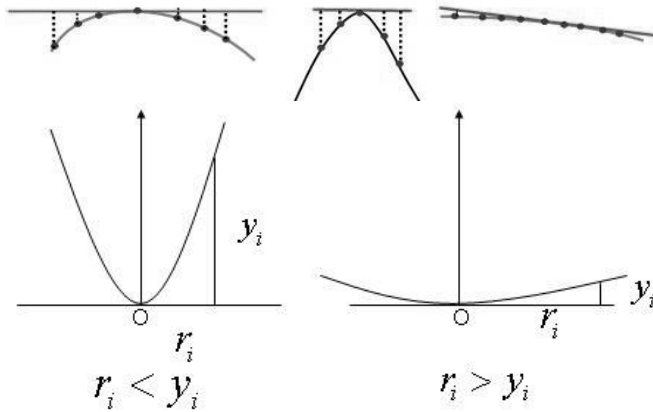


Figura 7. Diferentes tamaños del vecindario según la curvatura a un punto.

La obtención de dicha proyección es dada por la expresión, conocida del álgebra lineal, $P_v u = \langle u | v \rangle \vec{v}$ lo que nos dice que es la proyección del vector u sobre el v , en dirección de v , la cual para nuestro caso denotaremos como $P_{roy}(p_i - \bar{p})$. Observando la Figura 8, tenemos:

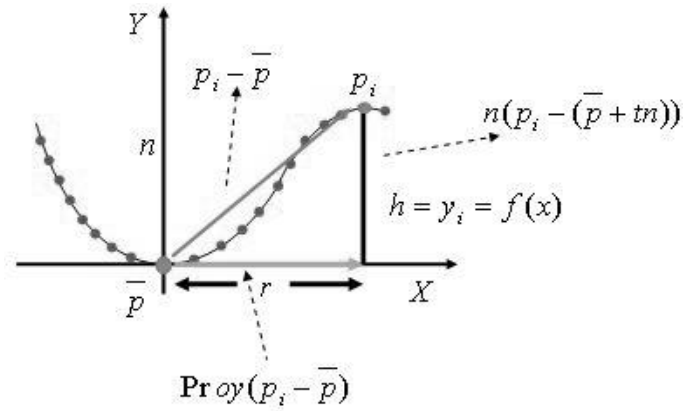


Figura 8. Relación entre la altura de los p_i y el radio del vecindario.

Lo que buscamos es una expresión que relacione la curvatura en el punto origen O, con las alturas $n(p_i - (\bar{p} + tn))$ de los p_i y el radio del vecindario $r_i = \max \|P_{roy}(p_i - \bar{p})\|$. Siendo n el vector normal y t es un desplazamiento del punto \bar{p} , en dirección de la normal el cual evita el sesgo o bias en los datos estimados.

Para hallar la expresión, debemos suponer en primer lugar, que el segmento de curva cerca de O (Figura 5) es la gráfica de una función de tipo C^2 con $y = f(x)$, definida sobre el intervalo R dado por $[-r, r]$, y $|f''(x)| < k$ para todos los $x \in R$, donde k es una constante positiva, en nuestro caso la curvatura en el origen O. Es así que debemos suponer que para todo $x \in [-r, r]$ existe una $k > 0$, para la cual $|f''(x)| < k$ o $|y'| < k$. Lo anterior constituye una cota superior para la curvatura, en el intervalo $[-r, r]$, para todos los valores de la curvatura de los p_i que constituyen el vecindario.

Partiendo de $k = \frac{2h}{r^2} = \frac{2y}{r^2}$, debemos asumir que trabajaremos en vecindarios donde la curvatura sea pequeña; es decir, $r_i > y_i$, ahora asumiendo que $y \approx kr^2$ podemos

establecer que $|y_i| \leq k \frac{r_i^2}{2}$, ya que el término de la derecha es la expresión que identifica una parábola en el origen O, en la cual la ordenada y_i es menor que la abscisa r_i ($y_i < r_i$), en el

intervalo $r \in [-1, 1]$, lo cual establece un criterio de adaptabilidad, que produce que el vecindario varíe dependiendo de la curvatura en el punto establecido. Ahora llevando la expresión $|y_i| \leq k \frac{r_i^2}{2}$ a términos de los puntos del vecindario obtenemos (7).

$$\|n(P - (\bar{P} + tn))\| \leq k/2 \|\text{Proy}(P - \bar{P})\|^2 \quad (7)$$

la curvatura k (máxima curvatura), se estima utilizando el método propuesto por Gumhold [11]. Dado p_i , $1 \leq i \leq k$ serán los vecinos más cercanos alrededor del punto P , y dado μ , el promedio de las distancias desde P a todos los puntos p_i . Se toma el plano de ajuste, producto del PCA y obtenemos la distancia d , del punto P al plano de ajuste. La curvatura local en P puede ser aproximada como $k = 2d/\mu^2$.

La expresión (7), opera de la siguiente manera; se toma un vecindario lo suficientemente grande, luego a partir de los puntos se arma dicha expresión, si la desigualdad no se cumple, se procede a quitar un punto del vecindario (o varios dependiendo del usuario), hasta que se cumpla. El resultado de esta iteración, es el tamaño adecuado del vecindario para el punto en cuestión.

4.3 Reestimación de las Normales en Puntos Ambiguos

Un problema subyacente en el algoritmo de regresión, el cual utiliza PCA, para ajustar un plano tangente al vecindario, es la no adecuada estimación de la normal en zonas de la superficie donde existen discontinuidades, tales como bordes, aristas y esquinas; esto es debido a la necesidad de utilizar puntos ambos lados de la discontinuidad para la estimación de la normal en los puntos que caen en estas (Figura 9). Al utilizar puntos a ambos lados, lo que se está haciendo es un promedio de las normales, provocando que no se aproxime la normal correctamente.

Una solución a este problema es buscar un vecindario consistente en el que solo estén puntos a un solo lado de la discontinuidad, de manera que permita estimar correctamente la normal en estas zonas. Para encontrar un vecindario consistente, primero se deben identificar los puntos que caen en dichas discontinuidades a los cuales se le llamará ambiguos, ya que no se sabe a que lado de la discontinuidad pertenecen. Como punto de partida nos apoyaremos en los trabajos de [11, 3].

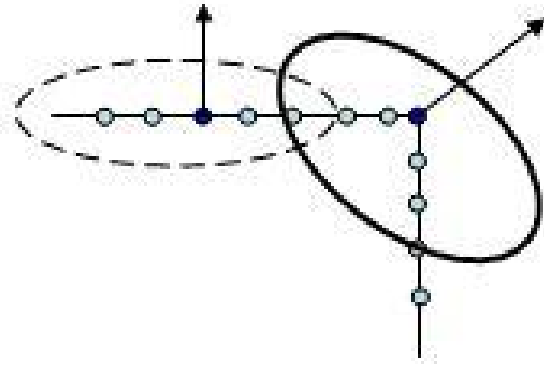


Figura 9. Mala aproximación de la normal en una discontinuidad, punto ambiguo.

4.3.1 Identificación de puntos ambiguos

Los puntos no ambiguos, son aquellos que caen al interior de una superficie relativamente plana, esta puede ser identificada utilizando PCA, el cual como ya se ha visto produce tres valores propios $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$ y tres vectores propios v_0, v_1, v_2 (los cuales se pueden ver como un elipsoide de correlación). Para un conjunto de puntos que caen en una superficie relativamente plana, el primer vector propio, es la aproximación de la normal y su correspondiente valor propio λ_0 , será pequeño, aproximadamente cero. Lo contrario ocurre cuando un conjunto de puntos se encuentra sobre una discontinuidad, puede observarse que λ_0 será grande en comparación con λ_2 . Es

por eso que el cociente entre λ_0 y λ_2 , puede ser usado como una medida de probabilidad de que el punto caiga cerca de una discontinuidad en la superficie. O sea si $\lambda_0 / \lambda_2 > \varepsilon$ entonces se trata de un punto ambiguo, esta prueba hay que realizarla con todos los puntos pertenecientes a la superficie para su clasificación.

Una vez establecidos los puntos ambiguos, el paso a seguir es identificar el tipo de discontinuidad (esquina, borde, o arista). Refiriéndonos a Gumhold [11], un punto se encuentra en una arista, si el elipsoide de correlación se estrecha en dirección de la arista, los valores propios cumplen $\lambda_0 \approx \lambda_1$ y $\lambda_0 + \lambda_1 \approx \lambda_2$. Si es un punto perteneciente a un borde, el elipsoide degenera en una elipse. El vector propio más pequeño es aproximadamente cero, los otros dos valores propios cumplen $2\lambda_1 \approx \lambda_2$, el vector propio v_2 da la dirección del borde. En una esquina, el elipsoide de correlación no tiene una dirección específica los valores propios cumplen $\lambda_0 \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$.

La Figura 10, muestra la detección de puntos ambiguos utilizando la combinación de los valores propios,

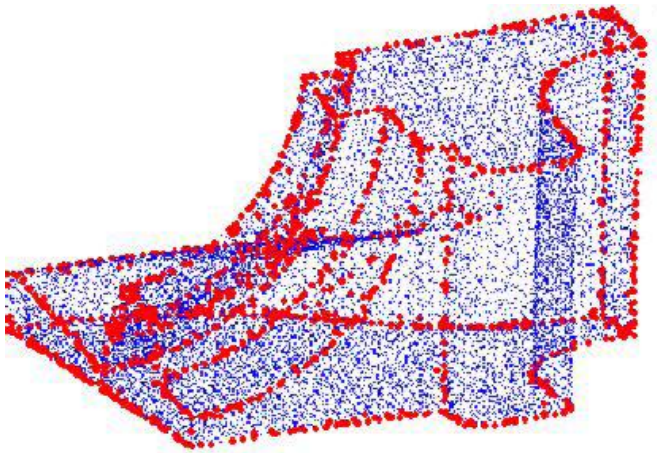


Figura 10. Identificación de los puntos ambiguos en el modelo FanDisk.

4.3.2 Vecindario consistente

Una vez obtenidos los tipos de discontinuidades, se procede a realizar una clusterización por k-means, de los puntos alrededor de ésta. Si la discontinuidad es un borde o una arista serán dos clusters, por el contrario si la discontinuidad es una esquina serán tres clusters. El próximo paso es encontrar a cual centroide de los clusters, esta más cerca el punto ambiguo, establecida la cercanía, se ajusta un plano de regresión al cluster (Figura 11), y así se le asigna la normal del plano a dicho punto. De esta manera se corrige las normales de los puntos ambiguos que se encuentran en las discontinuidades.

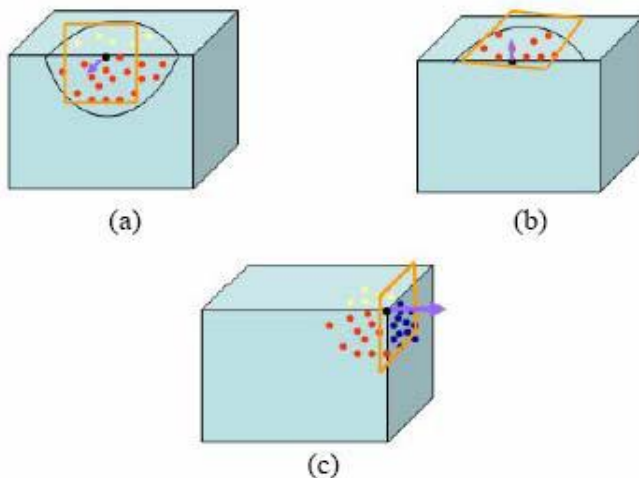


Figura 11. Ajuste de planos a los cluster formados por los diferentes tipos de discontinuidades (a) punto arista (b) punto borde (c) punto esquina.

V. ESTIMACIÓN DE LAS CURVATURAS Y DIRECCIONES PRINCIPALES

Los métodos de estimación de curvatura deberían operar sobre los puntos, sin realizar un enmallado previo de la superficie, o una regresión cuadrática local, esto con el fin de evitar pasos intermedios innecesarios, ya que si nuestros datos son única y exclusivamente puntos, deberíamos utilizarlos como materia prima para extraer la mayor cantidad de información de ellos hasta donde nos sea posible; sin necesidad de recurrir a dichas representaciones. Es por ello que se hace necesario buscar una representación que brinde una interconexión topológica entre los puntos muestreados, sin necesidad de utilizar estructuras globales o locales muy complejas. Lo expuesto en esta sección se puede ver con mayor detalle en [17].

5.1. Estimación del Vecindario Geodésico Local

En este apartado se construirá un vecindario geodésico local, representado por un grafo de distancias mínimas, este brinda la interconexión necesaria para estimar las curvaturas y direcciones principales a cada punto de la superficie. Se escoge geodésico (curva de mínima longitud entre dos puntos), ya que este nos brinda una mejor descripción topológica de la superficie alrededor de un punto, ya que sigue la forma de esta.

Para construir el grafo, se parte de la obtención de un vecindario local a un determinado punto; la distancia geodésica entre el punto central y cualquiera del vecindario. Esta distancia puede ser calculada por el algoritmo de Dijkstra. Sin embargo este es ineficiente para aproximar la distancia geodésica entre todo el conjunto de datos, ya que el algoritmo solo asegura la ruta mínima entre dos puntos cualesquiera, más no así la distancia geodésica, pero como estamos operando localmente, esta falencia es aminorada, ya que la distancia más corta, puede estimar la geodésica, con una aproximación aceptable (Figura 12).

Aunque el método para calcular el grafo, es sensible al ruido, no afecta de una manera determinante la estimación de la curvatura; existe una solución a este problema, en [15]; este trabajo da una solución robusta al el trazado de un grafo en datos ruidosos.

La formulación para estimar las curvaturas y direcciones principales, extiende las ideas de Taubin [25], el cual presenta un método de estimación de curvaturas sobre mallas triangulares; la diferencia radica en que el método propuesto en este trabajo, a diferencia de Taubin, es robusto al ruido, y no se limita a utilizar un vecindario adyacente (Figura 13 (a)), al punto (vértice en Taubin), sino que extiende la definición a un vecindario geodésico local expresado por un grafo (Figura 13

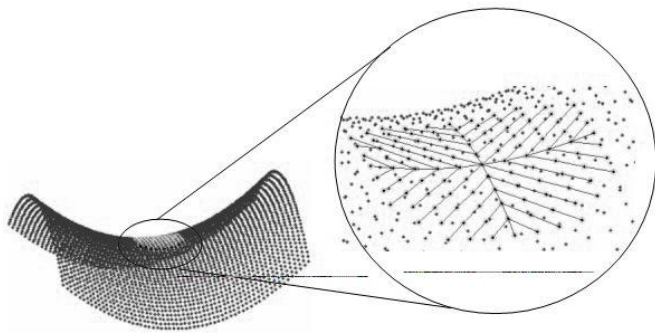


Figura 12. Estimación del vecindario Geodésico local, representado como un grafo. Construido utilizando el algoritmo de Dijkstra.

(b)), el cual fue descrito en la sección anterior. La ventaja de este método, es que se adecua a la topología local de la superficie.

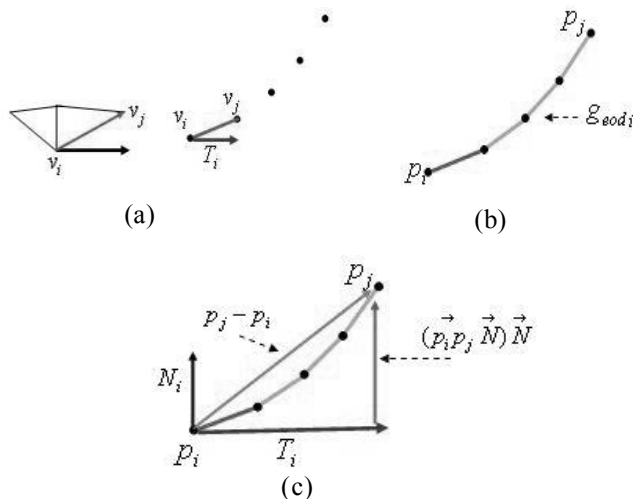


Figura 13. Comparación entre el vecindario de Taubin y el propuesto en este trabajo (a) Vecindario adyacente al vértice V_i (polígonos) (b) Vecindario geodésico local (Grafo) (c) relación entre el vecindario y los vectores normal y tangente.

En su trabajo, Taubin [21], plantea una definición de curvatura, la cual es dada por una fórmula integral (8). Este trabajo muestra que para un punto p en una superficie S suave, se define la matriz simétrica.

$$M_p = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} k_p(T_\phi) T_\phi T_\phi^t d\phi \quad (8)$$

Donde t , denota la transpuesta, y

$T_\phi = \cos(\phi) T_1 + \sin(\phi) T_2$ es un vector unitario tangente a la superficie. La matriz M_p posee un vector propio v_1 , el cual es el vector normal N , y tiene asociado un valor propio 0, los otros dos vectores propios v_2, v_3 , equivalen a las direcciones principales $\{T_1, T_2\}$ (los cuales son ortonormales), y sus valores propios están relacionados por la combinación lineal con las curvaturas principales por medio de la ecuación (9).

$$\begin{aligned} k_p^1 &= 3m_p^{11} + m_p^{22} \\ k_p^2 &= 3m_p^{22} + m_p^{11} \end{aligned} \quad (9)$$

Donde m_p^{11} y m_p^{22} son los valores propios de M_p asociados con $\{T_1, T_2\}$, respectivamente.

Taubin da una versión discreta de la ecuación (10), la cual se muestra a continuación

$$\tilde{M}_p = \frac{1}{2\pi} \sum w_i k_i T_i T_i^t \quad (10)$$

La ecuación anterior expresa una suma ponderada sobre el vecindario de un punto p . Para un conjunto finito de direcciones, se define T_i como un vector tangente normalizado,

y es la proyección del vector $\vec{p_i p_j} = p_j - p_i$ en el plano

tangente a la superficie p en (Figura 13 (c)); el peso w_i es el paso de integración discreto, el cual tiene la siguiente restricción $\sum w_i = 2\pi$. Esta restricción es necesaria, ya que mantiene la invarianza de traslación entre los pesos asignados a las longitudes entre el punto central, y sus vecinos. El algoritmo de

Taubin, \tilde{M}_p calcula para cada vértice en la malla. Los vectores

propios de la matriz \tilde{M}_p dejan las direcciones principales, y la combinación de los valores propios a través de la ecuación (9), deja las curvaturas principales. Ahora cabe preguntarse, como se hallan los términos T_i y k_i .

5.2. Estimación de la Curvatura

Apoyándonos en la aproximación de la normal, vamos a estimar la curvatura a cada uno de los puntos de la superficie. Como un primer paso, se usa el vecindario geodésico $geoNneig(p_i)$ al rededor de un punto p_i , luego en cada punto del vecindario se estiman las direcciones tangentes T_i , las curvaturas normales k_i , y los pesos w_i , para formar la matriz \tilde{M}_p . Esta matriz se descompone con PCA, y sus correspondientes vectores propios son usados para estimar las direcciones T_1 y T_2 , sus valores propios estiman las curvaturas principales $k_{p_i}^1$ y $k_{p_i}^2$ en p_i , por medio de la transformación lineal dada por la ecuación 9. Ahora se mostrará como se hallan los valores T_i , k_i y w_i .

Para calcular los w_i , debemos utilizar una función o ecuación que asigne mayor peso a los puntos más cercanos y menos peso a los puntos más alejados, esto con el fin de no permitir mucha influencia de los puntos que están distantes en un sentido geodésico del punto central del vecindario. Esto puede hacerse con la repartición inversa ecuación (11).

$$w_i = \frac{1}{2\pi \cdot g_{eodi} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{1}{g_{eodi}}} \quad (11)$$

donde g_{eodi} , es la distancia geodésica entre p_i y los puntos p_j , de su vecindario (Figura 13(b)).

Las direcciones tangentes T_i , se hallan en cada punto p_i , proyectando los vectores $\vec{p_i p_j} = p_j - p_i$, en el plano tangente a p_i , y normalizando el resultado (Figura 13(c)), en la ecuación 12 se muestra lo anterior.

$$T_i = \frac{\vec{p_i p_j} - (\vec{p_i p_j} \cdot \vec{N}) \vec{N}}{\|\vec{p_i p_j} - (\vec{p_i p_j} \cdot \vec{N}) \vec{N}\|} \quad (12)$$

donde \vec{N} , es el vector normal. El involucrar la normal (la cual fue estimada de manera robusta) en nuestra definición de curvatura, hace que esta sea también robusta al ruido y a los valores atípicos.

El último término que nos queda es el concerniente a las curvaturas k_i , para ello se utiliza una de las definiciones de curvatura, la cual es dada en términos de la longitud de arco S entre dos puntos p_i, p_j y el ángulo θ que forman los vectores tangentes o los normales a ellos [1]. Las siguientes ecuaciones resumen lo anterior.

$$k_i = \frac{\theta}{S} \quad (13)$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{N} \cdot \vec{n_i}}{\|\vec{n_i}\|} \quad (14)$$

$$S = g_{eodi} \quad (15)$$

donde n_i , son cada una de las normales de los p_j , pertenecientes a $geoNneig(p_i)$.

Ahora que todos los términos han sido encontradas, procedemos a armar la matriz \tilde{M}_p , por medio de la ecuación (10).

De esta manera hemos alcanzado nuestra meta, de establecer las curvaturas a cada uno de los puntos de una superficie a partir de datos muestreados, sin la necesidad de recurrir a mallas triangulares, ni regresiones cuadráticas.

Ahora se puede llegar a clasificar cada punto de la superficie, dentro de las ocho formas fundamentales, para esta clasificación, se hace necesario de la combinación de las curvaturas principales, lo que da como resultado, dos definiciones comunes de curvatura en una superficie. La primera y quizás la más común es la curvatura Gaussiana, esta es el producto de las curvaturas $K = k_p^1 k_p^2$. La segunda es la curvatura Media, esta es el promedio de las curvaturas principales.

$H = \frac{1}{2}(k_p^1 + k_p^2)$. (ver [8] para mas detalles). Aunque

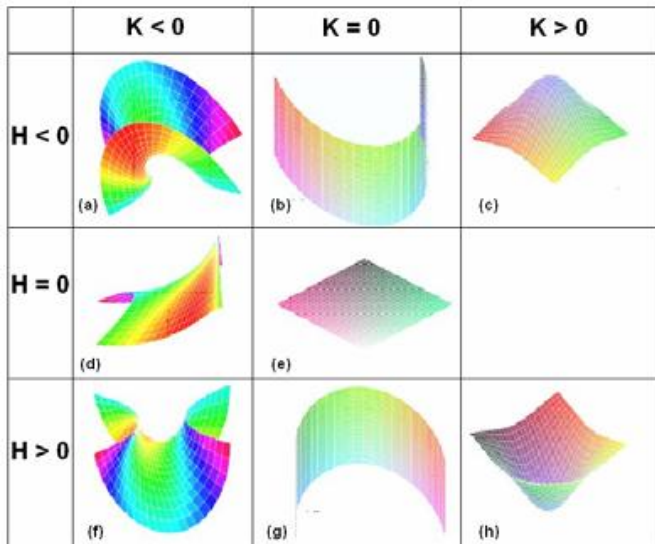


Figura 14. Tipos de superficies según el valor de K y H. [7]

ninguno de los dos tipos de curvaturas Gaussiana o Media especifican la orientación de la curva ellas son definiciones comúnmente usadas en la literatura de estimación. En la Figura 14. Se ilustra como la combinación de las curvaturas Gaussiana y Media, pueden identificar ocho formas fundamentales o tipos de superficies.

VI. MÉTODO DE SEGMENTACIÓN

Luego de la estimación de las propiedades locales como normales, curvaturas principales, y la corrección de normales en puntos ambiguos, queda el camino preparado para proceder con el método de segmentación. Este se compone de dos etapas, la primera la cual comprenden un agrupamiento por vectores normales, y una segunda etapa que involucra un agrupamiento por signos de las curvaturas, específicamente por tipos de superficie.

6.1 Segmentación Basada en Vectores Normales

El objetivo de esta primera etapa, es detectar bordes, esquinas, aristas, regiones con alta curvatura, así como áreas planas, en la superficie que será segmentada. La estimación de la curvatura no se realiza en los puntos ambiguos, ya que son discontinuidades de la superficie, y por lo tanto no son diferenciables. La segmentación a partir de normales es un prerrequisito para la segmentación a partir de curvaturas.

Para iniciar con la primera etapa, se define un ángulo α , como umbral el cual especifica el ángulo máximo a ser considerado

para que un conjunto de normales adyacentes, pertenezca a un determinado cluster. La segmentación inicia con un punto arbitrario p_i y su normal \vec{N}_i , este punto será el centro para el cluster inicial C_i , luego se compara el valor o medida de la normal \vec{N}_i , con cada una de las normales \vec{N}_j pertenecientes al vecindario de p_i , a esta medida la llamaremos distancia esférica, la cual es definida según la ecuación 16.

$$desf = d(\vec{N}_i, \vec{N}_j) \quad (16)$$

Si la distancia esférica es menor que el ángulo establecido o sea $desf = d(\vec{N}_i, \vec{N}_j) \leq \alpha$, se adiciona el punto al cluster, una vez que se chequeen todos los puntos del vecindario, se procede, de forma recursiva con el punto p_n . Esta estrategia esta basada en un crecimiento de regiones. A continuación se muestra el pseudocódigo del algoritmo de segmentación por normales Algoritmo 1.

Segmentación de Normales (Puntos, Normales)

Para cada punto P_i

Etiqueta = 0

Fin Para

Para cada punto P_i del Vecindario

Si Etiqueta (i) == NOSEGMENTADO

Sid = Sid + 1

Etiqueta (i) = Sid

Crecimiento de Region (i, Puntos, Normales, Etiquetas, Sid, NuPtosVecin)

Fin Si

Fin Para

Crecimiento de Region (i, Puntos, Normales, Etiquetas, Sid, NuPtosVecin)

Para cada punto P_i de NuPtosVecin

Etiqueta(j) == NOSEGMENTADO

Angulo = ProdPunto(Normales(j), Normales(i))

Si angulo < AnguloUmbral

Etiqueta(i) = Sid

Crecimiento de Region (i, Puntos, Normales,

Etiquetas, Sid, NuPtosVecin)

Fin si

Fin Para

Algoritmo 1. Seudo código para el Algoritmo de crecimiento de regiones por normales.

La Figura 15b, muestra el resultado de la segmentación por normales sobre una superficie analítica sin ruido en el intervalo $z = x^3 [-1.5, 1.5]$ (15a), tomando un ángulo umbral entre las normales de los puntos vecinos de ocho grados.

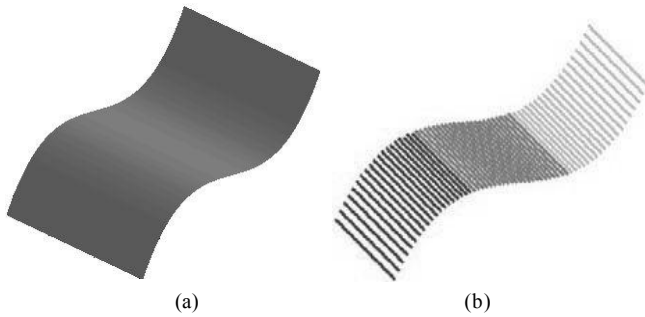


Figura 15. Muestra la segmentación de una superficie sintética por la segmentación basada en normales. (a) La superficie sin inicial, (b) el resultado de la segmentación.

6.2 Segmentación Basada en Curvaturas

Una vez culminada la primera etapa de segmentación, nuestro algoritmo procede con una segmentación basada en los signos de las curvaturas principales, la estrategia se basa en la utilización de las ocho formas fundamentales como insumo para un método de mezcla de regiones. Como la etapa anterior deja regiones en forma de tiras, la segunda etapa comienza con la búsqueda de regiones adyacentes que contengan el mismo tipo de superficie, para de esta manera proceder a mezclarlas, para conformar una sola región.

6.2.1 Agrupamiento por signos de Curvatura

Cuando se tiene conformado el vector de regiones adyacentes; el paso a seguir es preguntar si dos regiones adyacentes tienen el mismo tipo de superficies. Las curvaturas principales y sus signos son el eje central de esta etapa. Se comienza preguntando si dos regiones adyacentes, poseen puntos con el mismo tipo de superficie, si dos regiones adyacentes comparten puntos, entonces se procede a su unión, y se etiquetan como una; luego se sigue preguntando de manera recursiva por las demás regiones hasta terminar. La única excepción para no mezclar regiones ocurre cuando dos regiones diferentes y adyacentes son planas, no se lleva a cabo la mezcla de regiones ya que dos superficies que cumplan con lo anterior sería dos caras diferentes, lo cual es un error en la segmentación, si se llegara a su mezcla. A continuación se muestra el pseudocódigo del algoritmo de mezcla de regiones por tipo de curvaturas o superficies Algoritmo 2.

```

MezclarPorCurvaturas (Puntos, Etiquetas, Curvaturas)
Para cada punto  $P_i$ 
  MezclarRegiones ( $i$ , Puntos, Curvaturas, NumVecinos,
    Etiquetas)
Fin Para

MezclarRegiones ( $i$ , Puntos, Curvaturas, NumVecinos,
  Etiquetas)
Para cada punto  $P_j$  de NumVecinos
  Si  $Etiqueta(j) \neq Etiqueta(i) \ \&\& \ Curvaturas(i) ==$ 
     $Curvaturas(j) \ \&\& \ Curvaturas(i) \neq$ 
    SuperficiePlana
    MezclarRegiones ( $i$ , Puntos, Curvaturas,
      NumVecinos, Etiquetas)
  Fin si
Fin Para

```

Algoritmo 2. Seudo código para el Algoritmo de Mezcla de Regiones por Tipo de Curvatura.

La Figura 16b, muestra el resultado de la segmentación por curvaturas sobre una superficie sintética sin ruido $Z = X^3$ en el intervalo $[-1.5, 1.5]$ (16a), después de la etapa previa de segmentación por normales.

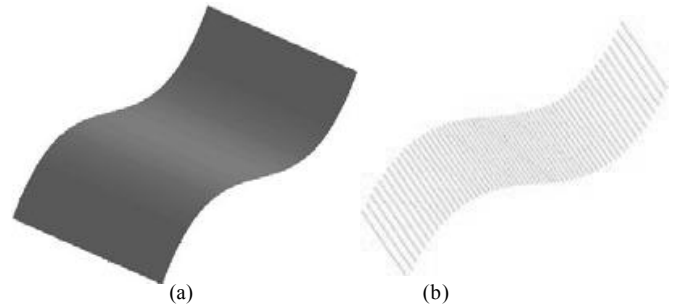


Figura 16. Muestra la segmentación de una superficie sintética por la segmentación basada en curvaturas. (a) La superficie inicial, (b) el resultado de la segmentación.

VII. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En la Figura 17, puede apreciarse como el método de segmentación, en general tiene un buen comportamiento al segmentar un objeto compuesto de diversos tipos de superficies, como lo es el FanDisk. El algoritmo de segmentación pudo detectar la separación de partes de la superficie en las cuales a una transición suave entre una parte de la superficie y otra (Región azul y Amarilla).

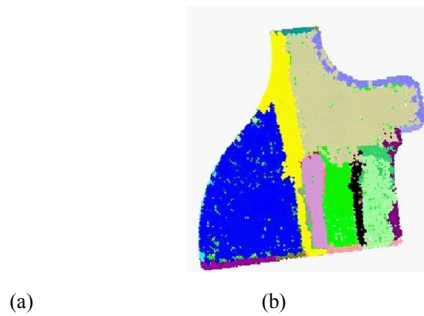


Figura 17. Modelo FanDisk (a) Original, (b) Segmentado Frente.

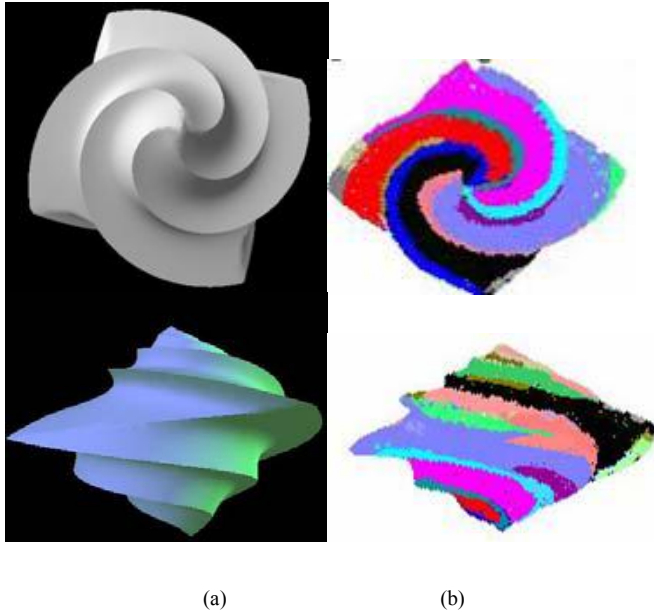


Figura 18. Modelo OctaFlower (a) Original Parte Superior y perfil (b) Segmentado Parte superior y de Perfil.

En la figura 18, puede apreciarse como el comportamiento del algoritmo ante un tipo de superficie compleja como lo es el modelo del OctaFlower. Se puede observar la intrincada topología de este modelo, la manera en la cual el algoritmo pudo seguir su forma arremolinada.

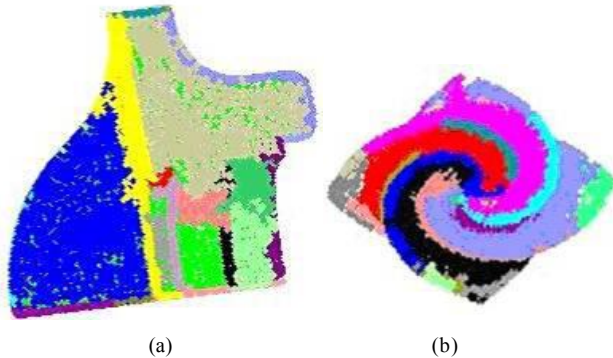


Figura 19. Modelo sin aplicar el método opuesto (a) FanDisk (b) OctaFlower.

En la Figura 19, puede apreciarse la segmentación de las nubes de puntos FanDisk y Octaflower, sin la utilización del método propuesto de estimación de las normales. Puede notarse como al no operar en la segmentación el proceso del vecindario variable el cual a la vez es robusto al ruido, la segmentación de la superficie de los objetos, es más granular en las regiones límites de separación, lo que produce muchas regiones fragmentadas, las cuales se dan por la imprecisión en la normal y la curvatura.

VI. Conclusiones Y TRABAJO FUTURO

Se ha presentado un método para la segmentación superficies suavemente curvadas, así como de geometría regular a partir de nubes de puntos, no limitándose solamente a imágenes de rango. Este método opera directamente sobre los puntos, no recurriendo a un enmallado previo de la superficie, para luego segmentar dicha malla, el método opera bien sobre «Sharp Features», identificando esquinas, bordes y aristas con suma eficacia y sencillez, además no es costoso en tiempo computacional. El método propuesto no soluciona el problema aún abierto de la segmentación, ya que se limita a operar sobre superficies regulares, suavemente curvadas y combinaciones de estas. El algoritmo falla cuando opera en superficie con alto grado de variabilidad, la cuales están presentes en muchos de los objetos a nuestro alrededor, investigaciones futuras, se deben enfocarse en esta dirección.

El método opera sobre nubes de puntos ruidosas debido a una etapa que utiliza la variación del PCA robusto, el cual elimina el ruido y conserva las características, que sobre salen como esquinas y bordes. Además se ha presentado un método para estimar las normales el cual se base en la escogencia de los k-vecinos más cercanos alrededor de un punto tomando en cuenta las características locales; el método es robusto al ruido debido a la utilización del PCA robusto, pero se hace necesario formular el método bajo un análisis completamente estadístico, más que desde el punto de vista geométrico, debido a la naturaleza estadística en la medición de las distancias de la superficie a un punto de referencia, ya que el ruido es una variable aleatoria y como tal debe ser analizada.

El método para estimar las curvaturas y direcciones principales a diferencia de otros métodos, no necesita de estructuras globales como mallas, o locales como regresiones de orden superior para la estimación de dichas propiedades. Para la conformación del vecindario debería tomarse en cuenta la no utilización de todos los puntos del vecindario para hallar las curvaturas y direcciones principales, bastaría solo con los puntos de la periferia, pero no es sencillo determinar con exactitud que puntos pertenecen a la periferia del vecindario y cuales no. Una aproximación podría ser proyectar los puntos del vecindario sobre el plano de regresión, y tomar el convexhull del conjunto y de esta forma se obtendría dicha aproximación.

REFERENCIAS

- [1] Aleksandrov, A.D. et al. La matemática: su contenido, métodos y significado, volumen 2. Alianza Editorial, Madrid 1974.
- [2] M. Alexa, B. Johannes, D. Or-Cohen, S. Fleishman, D. Levin, C.T. Silva. Point Set Surfaces. In Proceedings of IEEE Visualization 2001.
- [3] Atmosukarto, I. Zhou, L. Leow, W. K. and Huang, Z. Poly. Polygonizing Non-uniformly Distributed 3D Points by Advancing Mesh Frontiers. In Proc. CGI'01, 2001.
- [4] P. Benkó, and T. Várady. Direct Segmentation of Smooth, Multiple Point Region. IEEE 2002.
- [5] Bels, P. and Jain, R.C. Segmentation through Variable Order Surface Fitting. IEEE PAMI 1988.
- [6] P. Boulanger, O. Jokinen, and A. Beraldin. Intrinsic Filtering of Range Images Using a Physically Based Noise Model, Vision Interface 2002, Calgary, Canada, 2002, June 2002.
- [7] M. Djebali, M. Melkemi, And N. Sapidis. Rang Image Segmentation and Model Reconstruction Based on a Fitand-Merge Strategy. 2002.
- [8] DoCarmo, M. P. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1976.
- [9] S. Fleishman, I. Drori, and D. Cohen-Or. Bilateral mesh denoising. ACM Transactions on Graphics (TOG), 22(3):950-953, 2003.
- [10] N. Gelfand and L.J. Guibas. Shape Segmentation Using Local Slippage Analysis. Eurographics Symposium on Geometry Processing. 2004
- [11] Gumhold Stefan, Xinlong Wang and MacLeod Rob. Feature Extraction From Point Clouds. 2001.
- [12] H. Hoppe et.al. Surface Reconstruction from Unorganized Points. Computer Graphics, 26(2):71-78, 1992.
- [13] J. Hrádek. Methods of surface reconstruction from scattered Data State of the Art and Concept of Doctoral Thesis Technical Report No. DCSE/TR-2003-02 March, 2003.
- [14] M. Hubert, P.J. Rousseeuw, K.V. Branden. ROBPCA: A New Approach to Robust Principal Component Analysis. Technometrics, February 2005, VOL. 47, No.1
- [15] J. Klein, and G. Zachmann. Point Cloud Surfaces using Geometric Proximity Graphs. Computer & Graphics, Vol. 28, no. 6, 2004.
- [16] Leal, E and Leal, N. Point Cloud Denoising Using Robust Principal Component Analysis. International Conference on Computer Graphics Theory and Applications. Setúbal, Portugal. 2006.
- [17] E. Leal, J.W. Branch y O. Ortega. Estimación de Curvaturas y Direcciones Principales en Nubes de Puntos no Organizados. Revista DYNA. Año 74, Nro. 153, pp. 351-362. Medellín, Nov. 2007.
- [18] Martin M. Lipschitz. Theory and Problems of Differential Geometry. Schaums's Outline Series. McGraw-Hill. 1969.
- [19] B. Mederos, L. Velho, L.H. de Figueiredo. Moving Least Squares Multiresolution Surface Approximation. Proc. SIBGRAPI 2003, pp. 19-26.
- [20] N.J. Mitra, A. Nguyen L. Guibas. Estimating Surface Normals in Noisy Point Cloud Data. International Journal of Computational Geometry and Applications 2004.
- [21] Page, D. L., Sun, Y. Koschan, A. F. Paik, J. and Abidi, M. A. Normal Vector Voting: Crease Detection and Curvature Estimation on Large, Noisy Meshes. Elsevier. 2002.
- [22] Mark Pauly, Richard Keiser, Leif Kobbelt, Markus Gross: Shape Modeling with Point-sampled Geometry. Proceedings of SIGGRAPH 2003 22 (2003), 641-650.
- [23] P.J. Rousseeuw, and K.V. Driessen. A Fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator. Technometrics, 41, 212-223. 1999.
- [24] D. Skocaj, and A. Leonardis. Weighted Incremental Subspace Learning. Proceedings of Workshop on Cognitive Vision. Zurich, Sep. 2002.
- [25] Taubin, G. 1995. Estimating the Tensor of Curvature of a Surface from a Polyhedral Approximation. In Proc. International Conference on Computer Vision, 1995, pp. 902-907.
- [26] Vanco, M. A Direct Approach for the Segmentación of Unorganized Points and Recongnition of Simple Algebraic Surfaces. PhD Thesis. University of Technology Chemnitz 2002.

Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín
Facultad de Minas
Escuela de Ingeniería de Sistemas

Pregrado

- ❖ Ingeniería de Sistemas e Informática.



Áreas de Investigación

- ❖ Ingeniería de Software.
- ❖ Investigación de Operaciones.
- ❖ Inteligencia Artificial.

Escuela de Ingeniería de Sistemas
Dirección Postal:
Carrera 80 No. 65 - 223 Bloque M8A
Facultad de Minas. Medellín - Colombia
Tel: (574) 4255350 Fax: (574) 4255365
Email: esistema@unalmed.edu.co
<http://pisis.unalmed.edu.co/>



Posgrado

- ❖ Doctorado en Ingeniería-Sistemas.
- ❖ Maestría en Ingeniería de Sistemas.
- ❖ Especialización en Sistemas con énfasis en:
 - Ingeniería de Software.
 - Investigación de Operaciones.
 - Inteligencia Artificial.
- ❖ Especialización en Mercados de Energía.

