

Desempeño de la modulación wavelet multi-escala sobre un canal con ruido gaussiano

Multi-scale wavelet modulation performance in a gaussian noise channel

Harold Armando Romo Romero. M.Sc. y Jesús Mauricio Ramírez Viáfara. I.EyT

Universidad del Cauca, Colombia

haromo@unicauca.edu.co; jesusramirez@unicauca.edu.co

Recibido para revisión 2 de julio de 2009, aceptado 29 de enero de 2010, versión final 4 de marzo de 2010

Resumen—La Modulación Wavelet Multi-escala es un esquema de modulación digital que consiste en representar la información a través de funciones *wavelet* a varios niveles de resolución. Las *wavelets* son formas de onda finitas (generalmente), cuya energía se concentra principalmente en un ancho de banda limitado, por lo que se las considera como señales con alta localización simultánea en tiempo y frecuencia. Existen muchas clases de funciones que satisfacen estas propiedades (*familias wavelet*), sin embargo, son de especial interés aquellas que presentan propiedades adicionales como *ortogonalidad y soporte compacto*, lo que permite hacer dicha representación ocupando un menor ancho de banda y empleando filtros de fácil implementación. La modulación wavelet multi-escala aprovecha entonces las características ventajosas de las *wavelets* para transmitir información con el mismo grado de confiabilidad que los esquemas tradicionales BPSK, M-ASK y M-QAM, sobre un canal con ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN), pero ocupando un ancho de banda igual o menor a estos esquemas dependiendo del caso.

Palabras Clave—Wavelet, Modulación Wavelet Multi-Escala, Ortogonalidad.

Abstract—Multi-scale Wavelet Modulation is a digital modulation scheme that represents information by *wavelet* functions at several resolution levels. *Wavelets* are finite duration waveforms (generally) whose energy mainly concentrates over a bounded bandwidth, reason why *wavelets* are considerate high simultaneous time-frequency localization signals. It's exists so much function classes that satisfy these properties (*wavelet families*), moreover, many *wavelet families* have additional properties of *orthogonality* and *compact support* that make possible to do the mentioned representation occupying smaller bandwidth and using easy

implementation filters. Multi-scale wavelet modulation takes advantage of *wavelet* characteristics to send information with the same reliability degree than traditional schemes as BPSK, M-ASK and M-QAM over an additive white Gaussian Noise (AWGN) channel, but using smaller or equal bandwidth according to situation.

Keywords—Wavelet, Multi-Scale Wavelet Modulation, Ortogonalidad.

I. INTRODUCCIÓN

La modulación wavelet multi-escala utiliza *familias wavelet ortogonales y de soporte compacto* para generar la señal a transmitir. Esta señal ocupa una banda de frecuencias (en *banda base*) ligeramente superior a la tasa de símbolo de la señal digital, tiendiendo a la igualdad cuando el número de *momentos de desvanecimiento* de la *wavelets* suficientemente alto (4 o más) [7].

El espectro de la señal modulada se caracteriza por que tiene una magnitud relativa muy baja en la región cercana a la frecuencia cero (d.c.), siendo completamente nula en la frecuencia $f = 0$, comportamiento que es independiente de la secuencia mensaje, pues es un rasgo implícito de la forma de onda usada para codificar la información (las *wavelets*, en este caso) [4]. Dicha característica espectral es una ventaja al transmitir los datos en *banda base*, ya que la señal nunca tendría componente d.c. y en consecuencia jamás habrían secuencias problemáticas (como las secuencias de solo ceros o solo unos), lo que evitaría

el uso de dispositivos aleatorizadores (*scramblers*) para disminuir la probabilidad de ocurrencia de tales secuencias. Por otra parte, si la transmisión se hace en *paso banda*, es decir, empleando traslación espectral, la señal transmitida tendría dos bandas laterales separadas entre sí por un intervalo de frecuencia donde la energía es prácticamente nula, dicho intervalo de energía está centrado en la frecuencia portadora y se denomina *gap de energía* (o hueco de energía) [2]. Esta situación es similar a la observada cuando se transmite una señal de voz en AM, donde se tiene un tamaño del *gap* igual a 600 Hz aproximadamente, pues la banda significativa de la voz está entre 300 y 3400 Hz [1]. La existencia del *gap de energía* permite eliminar fácilmente una de las bandas laterales en caso de que sean simétricas, y transmitir solo la banda lateral restante sin perder contenido de información, por tanto la *modulación wavelet multi-escala* admite el uso de un esquema de transmisión en banda lateral única (single side band: SSB), lo que reduce a la mitad el ancho de banda ocupado, en comparación a un esquema en doble banda lateral (double side band: DSB) [1], [2]. Como se sabe, los esquemas tradicionales como BPSK, M-ASK, M-QAM, etc, utilizan formas de pulso con espectro en *coseno alzado* para conformar la señal en *banda base*, lo cual produce una señal con un importante contenido en bajas frecuencias, aun cuando los símbolos son equiprobables. Esto hace que la eliminación de una de las bandas laterales sea prácticamente imposible a través de un filtro real, obligando a la transmisión en doble banda lateral [6]. En ese sentido, la *modulación wavelet multi-escala* tiene un punto a su favor respecto a los esquemas tradicionales mencionados [3], [5], [8].

El otro punto a tener en cuenta es el desempeño frente al ruido del esquema de *modulación wavelet multi-escala* sobre un canal AWGN. Según los resultados de las simulaciones, se observa que la *tasa de error de bit* (bit error rate: BER) obtenida para un cierto valor de la relación *energía de bit a densidad espectral de ruido* (Eb/No) es prácticamente igual a la registrada por un esquema tradicional para una misma cantidad de símbolos (M) y una misma distribución de la constelación [11]. Esto se debe principalmente al uso de *wavelets ortogonales* en la conformación de la señal, logrando así la misma distancia relativa entre símbolos que la alcanzada por un sistema tradicional. Por estas razones la *modulación wavelet multi-escala* tiene la capacidad de igualar e incluso superar algunos de los esquemas tradicionales al aprovechar las características espectrales de la señal transmitida.

II. FUNDAMENTOS DE LA MODULACIÓN WAVELET MULTI-ESCALA

La *modulación wavelet multi-escala* tiene implícitos dos procesos para transmitir y recibir la señal correctamente, estos son: *síntesis* en el transmisor y *análisis* en el receptor. En otras

palabras, el transmisor genera una forma de onda continua a partir de una secuencia discreta (datos digitales) y el receptor decodifica dicha secuencia discreta a partir de la forma de onda recibida, la cual está afectada por el ruido del canal [5]. El objetivo final es hacer que la secuencia a la salida del receptor sea una réplica exacta de la secuencia a la entrada del transmisor, a expensas del menor consumo posible de recursos primarios de comunicación (potencia y ancho de banda) [1], [2].

El proceso de *síntesis* en el transmisor consiste en lo siguiente: «Asumir que los símbolos discretos del mensaje son los coeficientes *wavelet* de la señal a transmitir». Es decir, la función principal del transmisor es realizar una *transformada inversa discreta wavelet* sobre los datos de entrada para obtener la forma de onda que representa la información [5], [8], [11]. Matemáticamente, la señal en *banda base* se obtiene a partir de la secuencia mensaje mediante la ecuación (1), esto es:

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1)$$

Donde: $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ es la *familia wavelet* usada

$s(t)$ = Señal en banda base

$C_{j,k}$ = Símbolos del mensaje

j = Coeficiente de escala (o nivel de resolución)

k = Coeficiente de traslación temporal relativo

$\psi(t)$ = Función *wavelet madre*.

La manera como se hace la correspondencia entre los datos y los coeficientes *wavelet* para generar dicha forma de onda es lo que distingue a la *modulación wavelet multi-escala* de otros esquemas de modulación que usan *wavelets*. El mecanismo de conformación es el siguiente: Dividir cada bloque del flujo de información (bits o símbolos) en $2^U - 1$ partes iguales, donde U es el número de escalas o niveles de resolución a utilizar. El primer sub-bloque de los $2^U - 1$ resultantes modula la escala más baja a usar, el segundo y tercer sub-bloque modulan conjuntamente la siguiente escala, los 4 sub-bloques siguientes hacen lo propio con la tercera escala y así sucesivamente hasta agotar el último sub-bloque. Esta relación entre escala y número de sub-bloques por escala proviene de la teoría de la *transformada wavelet*, la cual establece que la cantidad de coeficientes *wavelet* significativos en una escala particular es aproximadamente el doble de coeficientes de la escala anterior [9], [10]. En la figura 1 (Ejemplo de asignación de datos a cada escala para generar la señal modulada en *banda base*) se muestra la división de un bloque de datos en 7 sub-bloques para modular 3 escalas.

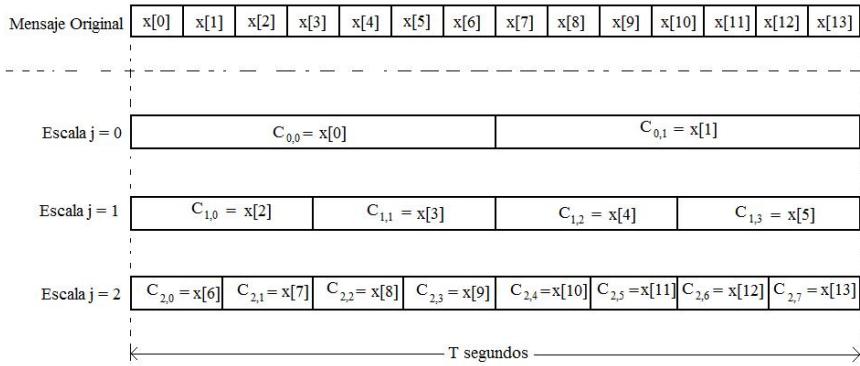


Figura 1. Ejemplo de asignación de datos a cada escala para generar la señal modulada en *banda base*.

La principal razón que motiva el uso de la *modulación wavelet multi-escala* es el incremento en la *eficiencia espectral*, es decir, el aumento en la relación entre velocidad de datos y ancho de banda ocupado, respecto a la *modulación wavelet* con una sola escala [7]. Esta mejora se explica de la siguiente manera: “Dada la *ortogonalidad* de la *familia wavelet* usada, es posible modular cada escala con una parte distinta de la secuencia de entrada en forma paralela (véase la figura 1) y enviar al final una sola señal que corresponde a la suma de todas las sub-señales generadas en cada escala, pues matemáticamente es posible separar cada sub-división de la información dentro de la señal combinada que llega al receptor. La simultaneidad de los flujos transmitidos hace que el periodo

de símbolo de la señal transmitida sea siempre mayor al de la secuencia original, lo que conduce a una reducción del ancho de banda ocupado¹.

En la figura 2 (Ejemplo del proceso de formación de una señal modulada wavelet multi-escala con $U = 3$ escalas) se observa la manera como es generada la señal modulada a partir de las sub-señales presentes en cada escala. En la columna izquierda de esta figura se muestran las sub-señales y la señal total resultante de la combinación. En la columna derecha se muestran los espectros de las *wavelets* en cada escala y el espectro de la señal modulada. En esta gráfica también se puede observar el *gap de energía* que ronda a la frecuencia cero en el espectro de la señal modulada.

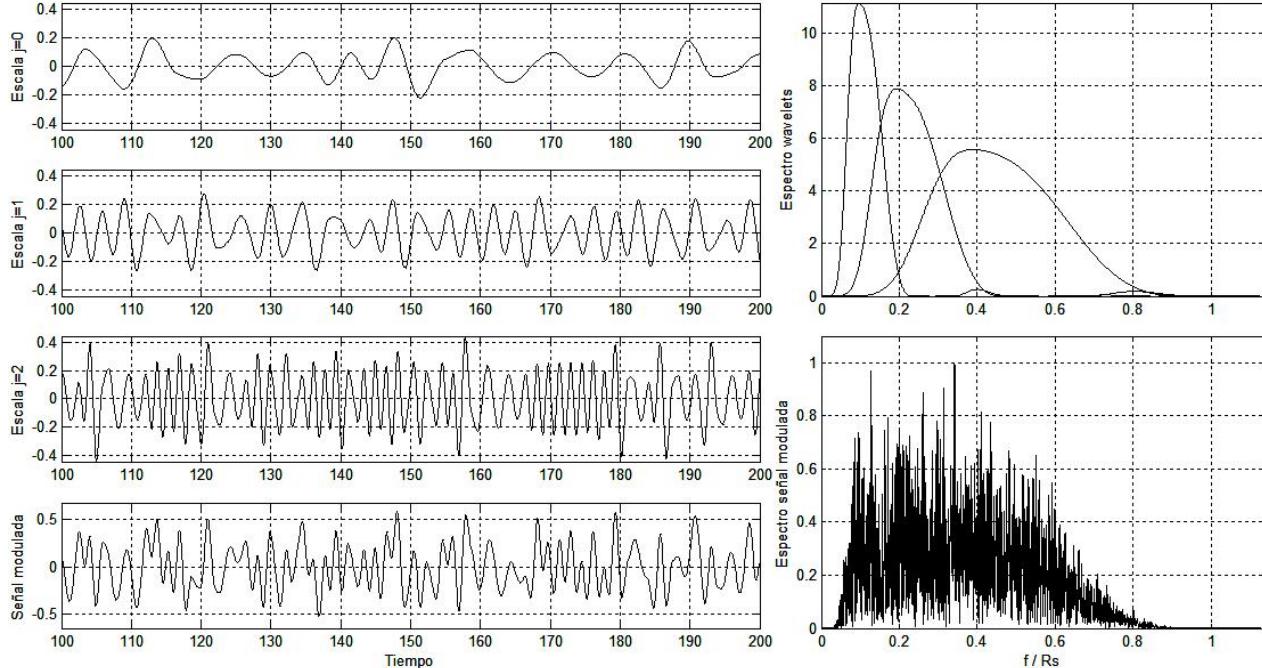


Figura 2. Ejemplo del proceso de formación de una señal modulada wavelet multi-escala con $U = 3$ escalas.

1. La conversión serie-paralelo del flujo original genera varios sub-flujos paralelos con menor velocidad (algo parecido a lo que ocurre con OFDM), sin embargo, los espectros correspondientes a cada sub-

flujo de la señal modulada se traslanan entre sí y son ortogonales, lo que hace que el ancho de banda ocupado por la señal sea igual al ancho de banda del sub-flujo más rápido.

Teniendo en cuenta el número finito de escalas presentes en la *síntesis* de la forma de onda, la ecuación (1) queda convertida en:

$$s(t) = \sum_{j \in W} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (2)$$

Donde W es un conjunto de U enteros consecutivos que indica las escalas utilizadas en la modulación, y los coeficientes $C_{j,k}$ corresponden a la conversión serie-paralelo de la secuencia mensaje (similar a como se muestra en la figura 1).

El ancho de banda (en *banda base*) de la señal transmitida está dado por:

$$Bw_T = \left(\frac{2^U}{2^U - 1} \right) R_s \quad (3)$$

Donde R_s es la tasa de símbolo de la secuencia mensaje.

Este valor teórico del ancho de banda es válido para todos los tipos de *wavelet* [7]. Como puede observarse, si el número de escalas usadas es grande, el ancho de banda tiende a la tasa de símbolo. En la práctica es fácil lograr este valor límite sin un número excesivo de escalas, esto a través del uso de *wavelets* con suficientes *momentos de desvanecimiento*, por ejemplo, la señal de la figura 2 fue generada con solo $U=3$ escalas y usando la *wavelet* de *Daubechies* de orden 8. En ella se puede verificar que el ancho de banda de la señal es aproximadamente igual a la tasa de símbolo.

Las *familias wavelets* usadas en las pruebas son: *Haar*, *symlet* de orden 4 (*sym4*), y *Daubechies* de orden 8 (*db8*), ya que además de ser *ortogonales* y de *soporte compacto*, tienen 1, 4 y 8 *momentos de desvanecimiento* respectivamente, lo que permite evaluar la incidencia de este parámetro en el desempeño del sistema. Por otro lado, los filtros asociados a ellas tienen una longitud relativamente corta, lo cual facilita su implementación computacional.

En el presente trabajo se simuló la *modulación wavelet multi-escala* en tres versiones distintas, a saber, la *modulación wavelet multi-escala binaria con transmisión en banda lateral única* (MSWMSSB), la *modulación wavelet multi-escala M-aria con transmisión en banda lateral única* (M-MSWMSSB), y la *modulación wavelet multi-escala M-aria en cuadratura con transmisión en doble banda lateral* (MQ-MSWMDSB). La primera de ellas tiene una constelación binaria similar a la de un esquema BPSK, la segunda tiene una constelación M-aria lineal similar a la de un esquema M-ASK. Estas dos variantes admiten la eliminación de una de las bandas laterales debido a la simetría del espectro respecto a la frecuencia portadora [2]. Por tanto, el ancho de banda de la señal transmitida es exactamente igual al de la forma de onda en *banda base*. En el tercer esquema, se tiene una constelación de M símbolos complejos distribuidos sobre una grilla cuadrada, similar a la de un esquema M-QAM. En este caso, no es posible eliminar una

de las bandas laterales ya que los símbolos son complejos y en consecuencia el espectro es asimétrico respecto a la frecuencia portadora [2]. En este caso, la señal modulada ocupa un ancho de banda igual al doble del ocupado por la señal en *banda base*, es decir:

$$Bw_T = 2 \left(\frac{2^U}{2^U - 1} \right) R_s = \left(\frac{2^{U+1}}{2^U - 1} \right) R_s \quad (4)$$

y la señal transmitida está dada por:

$$s(t) = \sum_{j \in W} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Re(C_{j,k}) \psi_{j,k}(t) \cos(2\pi f_c t) + \sum_{j \in W} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Im(C_{j,k}) \psi_{j,k}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (5)$$

Donde f_c es la frecuencia portadora.

En la columna izquierda de la figura 3 (Comparación espectral entre una señal M-MSWMSSB y una señal MQ-MSWMDSB) se muestra el espectro de una *señal modulada wavelet multi-escala* (dibujada en escala lineal arriba y en escala logarítmica abajo) con constelación lineal y transmisión en banda lateral única, donde se tiene una frecuencia portadora igual a la tasa de símbolo y una ocupación espectral aproximadamente igual a la tasa de símbolo. En la columna derecha de la misma figura se muestra el espectro de una señal modulada con constelación en cuadratura y transmisión en doble banda lateral, la frecuencia portadora es dos veces la tasa de símbolo al igual que la ocupación espectral, aquí se advierte la asimetría entre las bandas laterales (siendo más notoria en la escala logarítmica).

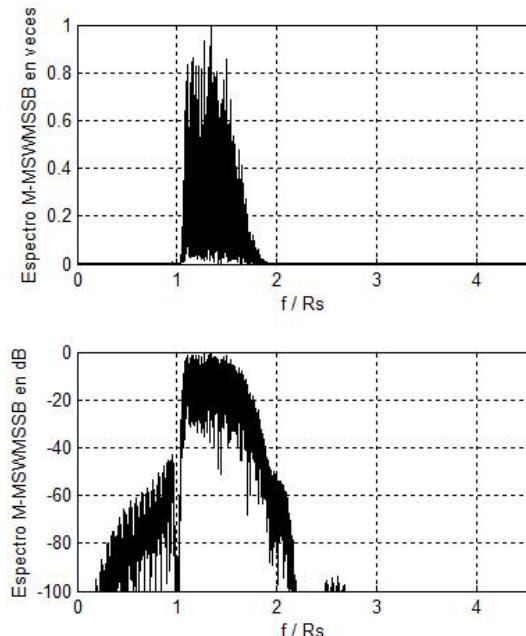
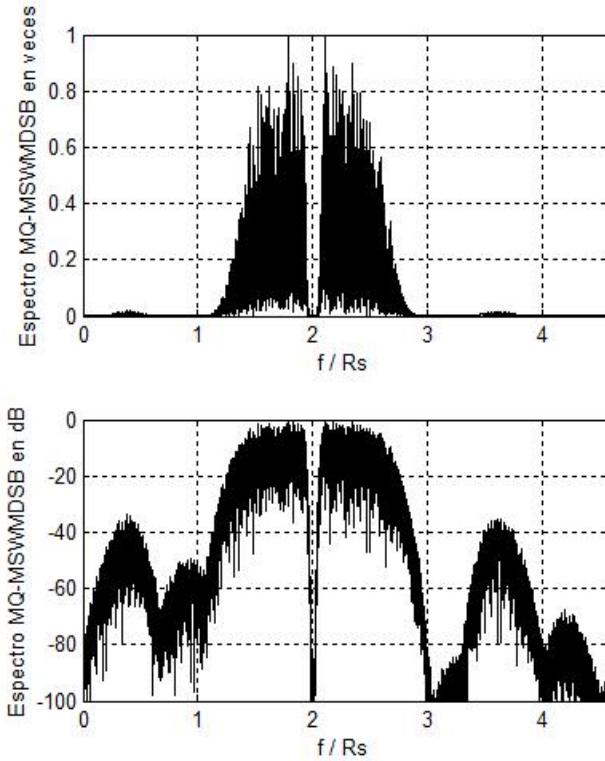


Figura 3. Comparación espectral entre una señal M-MSWMSSB y una señal MQ-MSWMDSB.



Continuación **Figura 3.** Comparación espectral entre una señal M-MSWMSSB y una señal MQ-MSWMDSB.

En el receptor, el proceso de detección consiste básicamente de una operación de *transformada discreta wavelet*, seguida de una etapa de *decisión* (rectificación) [5]. En otras palabras, la señal ruidosa de tiempo continuo que llega al receptor es descompuesta en sus coeficientes *wavelet* y luego cada coeficiente es redondeado al símbolo más cercano en la constelación. Los coeficientes *wavelet* de la señal ruidosa están dados por:

$$\widetilde{C_{j,k}} = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{s(t)} \psi_{j,k}(t) dt, \quad j \in \mathbb{W}, k \in \mathbb{Z} \quad (6)$$

Donde: $\widetilde{C_{j,k}}$ = Coeficientes *wavelet* de la señal recibida en *banda base*.

$\widetilde{s(t)}$ = Señal recibida en *banda base* (afectada por ruido AWGN).

Si los elementos de la constelación de símbolos transmitidos son tomados del conjunto finito: $\{d_i\}$, $i = 0, 1, \dots, M-1$, donde los valores de los d_i son reales o complejos, la secuencia de símbolos detectada está dada por:

$$D_{j,k} = \min_i \{ |\widetilde{C_{j,k}} - d_i| \}, \quad \text{para } i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (7)$$

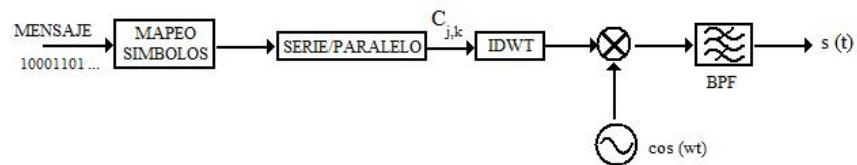
Es decir, el criterio de *decisión*, al igual que en los esquemas tradicionales, es un criterio de *distancia mínima o máxima verosimilitud* [1]. El objetivo será entonces lograr que las secuencias $\{D_{j,k}\}$ y $\{C_{j,k}\}$ sean idénticas.

En la figura 4 (Diagrama en bloques del sistema M-MSWMSSB. a. Transmisor. b. Receptor) y en la figura 5 (Diagrama en bloques del sistema MQ-MSWMDSB. a. Transmisor. b. Receptor) se muestran las implementaciones en diagramas de bloques de las modulaciones en cuestión. En la figura 4 están incluidos los casos de constelación binaria y M-aria lineal. Como es de suponerse, en esta figura se tiene un filtro pasa-banda tanto a la salida del transmisor como a la entrada del receptor. El filtro del transmisor es para eliminar una de bandas laterales, mientras que el filtro del receptor es para limitar el ruido. El filtro del receptor es tan importante como el del transmisor, ya que permite mantener el mismo desempeño frente al ruido que un esquema tradicional (mantiene la misma BER para un mismo valor de E_b/N_0). Si faltara este filtro, el desempeño del sistema decrecería notablemente (se necesitarían 3 dB más de E_b/N_0 para mantener la misma BER). En la figura 5 se tiene un esquema de conformación de la señal sobre dos caminos *ortogonales*, esto debido a que los símbolos son complejos, similar a lo que ocurre en un sistema M-QAM tradicional. La señal transmitida utiliza dos portadoras a la misma frecuencia pero con fase en cuadratura, lo que permite al receptor distinguir claramente entre la parte real y la parte imaginaria de los símbolos complejos emitidos [6].

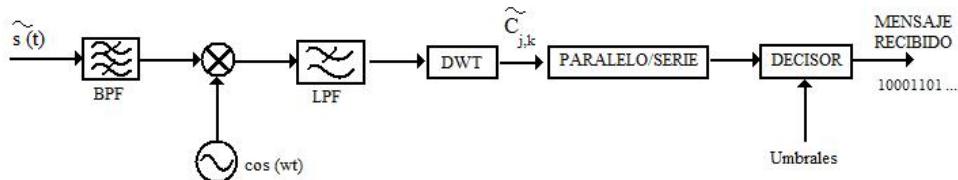
III. METODOLOGIA

La principal herramienta que permite realizar una simulación del esquema de *modulación wavelet multi-escala* es el algoritmo de Mallat (también conocido como *transformada rápida wavelet*. FWT). Este algoritmo permite calcular la *transformada discreta wavelet* (directa e inversa) a partir de un par de filtros digitales, uno pasa-bajo (simbolizado con $h[n]$) y el otro pasa-alto (simbolizado con $g[n]$), los cuales están *conjungados* (o en cuadratura) y además son *ortogonales* [9], [10]. Para las *wavelets* de *Haar*, *symlet N=4* y *Daubechies N=8*, las longitudes de estos filtros son respectivamente 2, 8 y 16 muestras.

En el algoritmo de Mallat, los procesos de descomposición y reconstrucción de una señal consisten en disponer los filtros mencionados en una estructura denominada *banco de filtros*, en la cual se realiza el cálculo de los coeficientes de *escalalonamiento* y *wavelet* en forma recursiva y con la ayuda de otros operadores discretos simples como *sobremuestreo* y *decimación*. Las ecuaciones (8) y (9) expresan matemáticamente

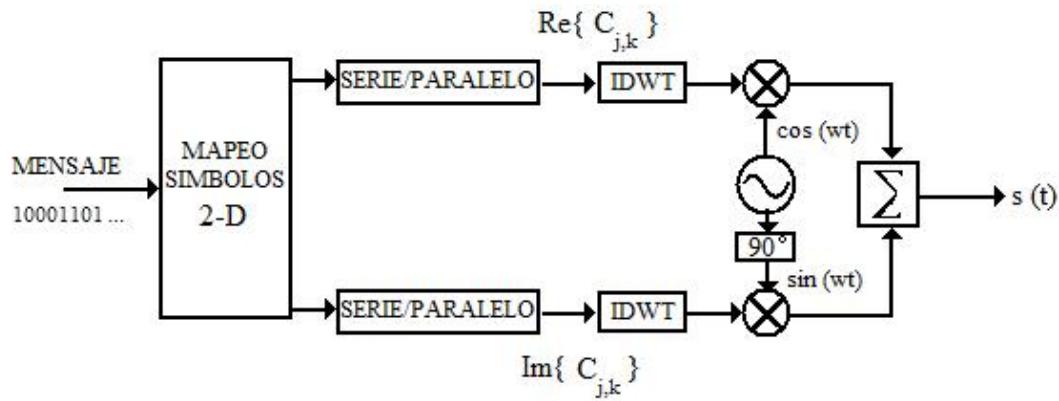


(a) Transmisor

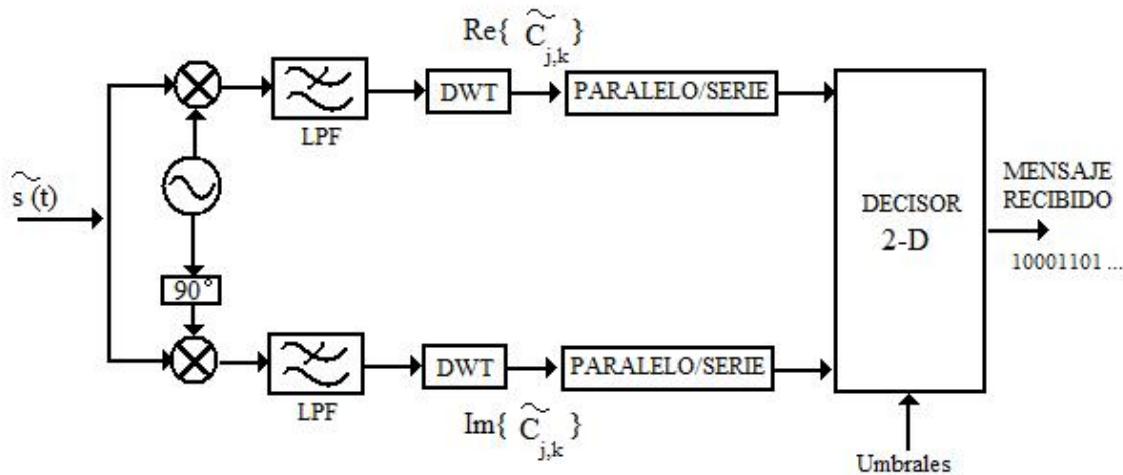


(b) Receptor

Figura 4. Diagrama en bloques del sistema M-MSWMSSB. a. Transmisor. b. Receptor.



(a) Transmisor



(b) Receptor

Figura 5. Diagrama en bloques del sistema MQ-MSWMDSB. a. Transmisor. b. Receptor.

el algoritmo de Mallat para descomposición (FWT), mientras que la ecuación (10) hace lo propio con el algoritmo de reconstrucción (IFWT),

$$A_{j,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n-2k] A_{j+1,n} \quad (8)$$

$$C_{j,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n-2k] A_{j+1,n} \quad (9)$$

$$A_{j,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[k-2n] A_{j-1,n} + g[k-2n] C_{j-1,n} \quad (10)$$

Donde los $A_{j,k}$ se conocen como coeficientes de *escalonamiento* y los $C_{j,k}$ son los coeficientes *wavelet*.

En estas expresiones se observa el carácter recursivo del algoritmo de Mallat, lo que hace que sea bastante rápido [5], [9], [10].

Los procesos de *síntesis* y *análisis* de la señal modulada en wavelet multi-escala se implementan con los algoritmos de Mallat de la siguiente forma: en el transmisor, el bloque IDWT es sustituido por un algoritmo IFWT, y en el receptor, el bloque DWT es reemplazado por un algoritmo FWT [5]. Así, la primera etapa del algoritmo de Mallat en el transmisor está dada por:

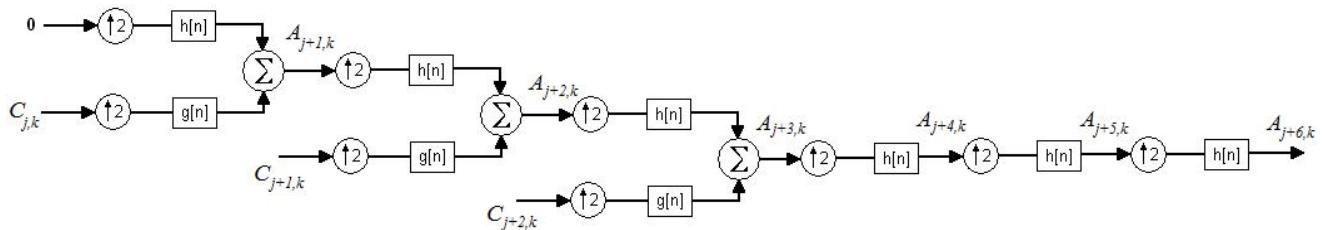


Figura 6. Algoritmo FWT para obtener la señal modulada en *banda base*.

En el receptor, el proceso es básicamente el recíproco del transmisor, y se ilustra a través de la figura 7 (Algoritmo

$$A_{j+1,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[k-2n] C_{j,n} \quad (11)$$

Las siguientes $U-1$ etapas (suponiendo que la señal modulada utiliza U escalas), están dadas por:

$$A_{m,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[k-2n] A_{m-1,n} + g[k-2n] C_{m-1,n}$$

$$, m = j + 2, j + 3, \dots, j + U \quad (12)$$

En las siguientes etapas (en este trabajo solo se han tomado tres más, ya que con esto se tiene una buena aproximación discreta de la señal modulada), la señal se termina de conformar a través de:

$$A_{m,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[k-2n] A_{m-1,n} , \quad (13)$$

$$m = j + U + 1, j + U + 2, j + U + 3 \quad (13)$$

En la figura 6 (Algoritmo FWT para obtener la señal modulada en *banda base*) se ilustran las ecuaciones (11), (12) y (13).

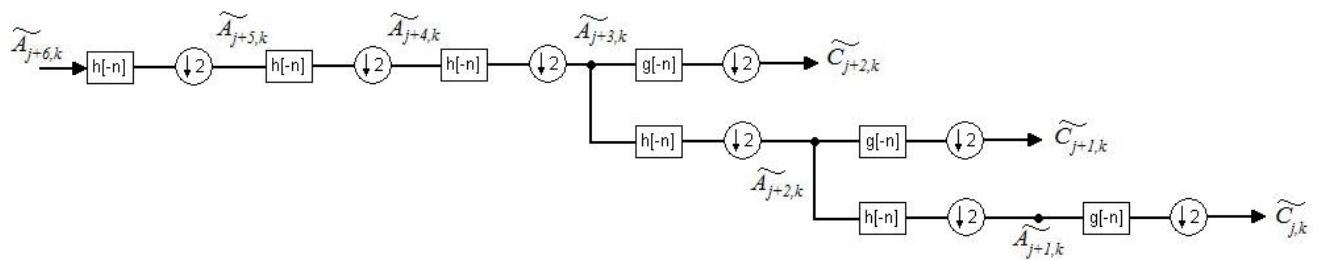


Figura 7. Algoritmo IFWT para recuperar la secuencia mensaje.

IV. RESULTADOS

Las simulaciones se han desarrollado bajo ciertas condiciones del canal y del sistema de comunicación. A continuación se listan algunos de los supuestos iniciales:

- El canal es un sistema *lineal e invariante con el tiempo* (LTI) y su respuesta en frecuencia se asemeja a la de un filtro pasa-bajo ideal con ancho de banda mayor al ancho nominal de la señal. La única perturbación que introduce el canal es el ruido AWGN.
- Se tiene sincronización perfecta de portadora entre el transmisor y el receptor, es decir, los osciladores locales están sintonizados a la misma frecuencia y fase. También se asume sincronización perfecta de símbolo, esto es, no hay corrimiento entre los instantes muestra de la señal recibida y los instantes muestra de la señal transmitida.

A. Comparación entre modulación wavelet multi-escala binaria (MSWMSSB) y BPSK:

En la figura 8 (Desempeño del esquema MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con BPSK) se muestra la gráfica del comportamiento de la BER vs Eb/No para el esquema de modulación wavelet multi-escala binario para los tres tipos de *wavelet* probados. En este gráfico también se incluye la curva teórica del esquema BPSK, ya que es el más pertinente para la comparación en este caso (debido a la conformación de la constelación). En dicha figura se puede observar que el comportamiento de la modulación wavelet es prácticamente idéntico al de BPSK cuando se usan las *wavelets* sym4 o db8, mientras que la *wavelet* de Haar presenta un desempeño algo menor a las anteriores. Esta merma se debe a la limitación en banda del canal de comunicación, lo que hace que la *wavelet* de

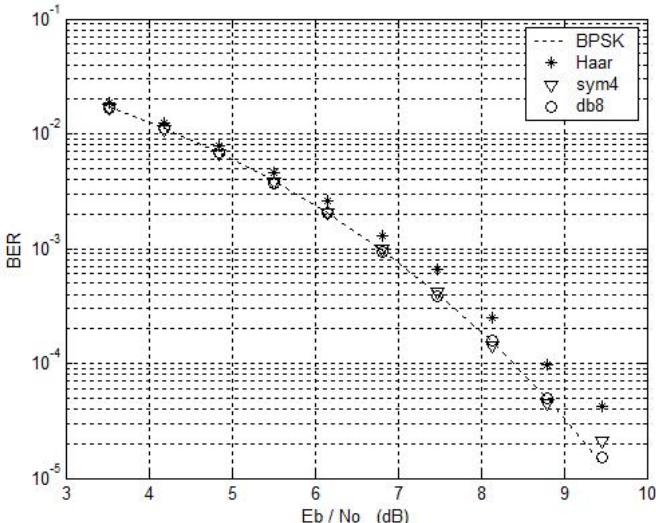


Figura 8. Desempeño del esquema MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con BPSK.

Haar no se conforme adecuadamente (ya que es una forma de pulso rectangular que requiere un ancho de banda infinito), y por tanto la señal modulada se vea afectada por *interferencia inter-símbolo*(ISI) [4], [7].

En cuanto al ancho de banda ocupado, la señal BPSK ocupa un ancho de: $BW_T = R_b(1 + \alpha)$, donde R_b es la tasa de bit (en bit/s) y α es el factor de roll-off del filtro de *caída senoidal* (con $0 \leq \alpha \leq 1$). Por su parte, la señal MSWMSSB ocupa un ancho de banda: $BW_T = R_s = R_b$, es decir, un ancho de banda menor o igual al de BPSK. La igualdad entre los anchos de banda se obtiene cuando BPSK se genera con un filtro ideal ($\alpha = 0$), lo cual casi nunca ocurre en la práctica, pues es muy difícil construir ese filtro. Por tanto, la modulación MSWMSSB es superior a BPSK sobre un canal AWGN, ya que permite alcanzar el mismo desempeño frente al ruido pero ocupando un menor ancho de banda.

B. Comparación entre modulación wavelet multi-escala M-aria con constelación lineal (M-MSWMSSB) y M-ASK:

En la figura 9 (Desempeño del esquema 4-MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con 4-ASK) se muestran las gráficas de desempeño para las tres *wavelets* probadas y la curva teórica del esquema 4-ASK.

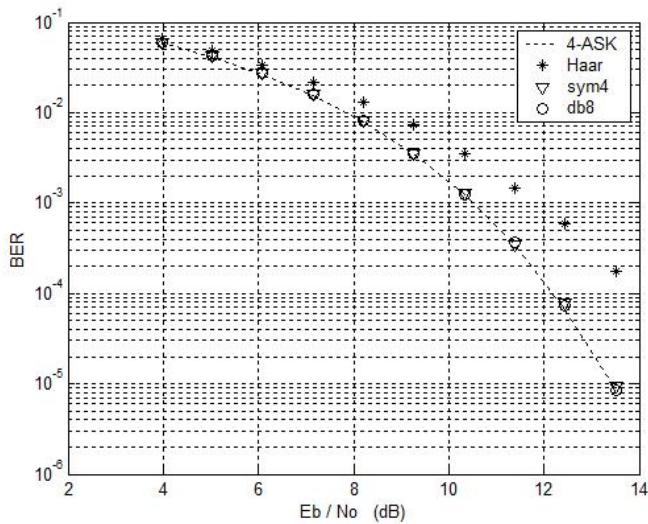


Figura 9. Desempeño del esquema 4-MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con 4-ASK.

En esta gráfica se observa que las *wavelets* sym4 y db8 presentan el mismo comportamiento que 4-ASK, mientras que la *wavelet* de Haar provoca una baja sensible en el desempeño del esquema respecto a las anteriores. La razón de esta disminución es la misma que en el caso binario, pero esta vez más acentuada debido a la menor distancia entre los símbolos

de la constelación, lo que agudiza el efecto de la ISI [6]. En la figura 10 (Desempeño del esquema 8-MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con 8-ASK) se hace más notoria la desviación de la curva correspondiente a la *wavelet* de *Haar* respecto a la curva de referencia (8-ASK), y también se hace evidente la similitud entre el desempeño de las *wavelets* *sym4* y *db8* respecto a 8-ASK.

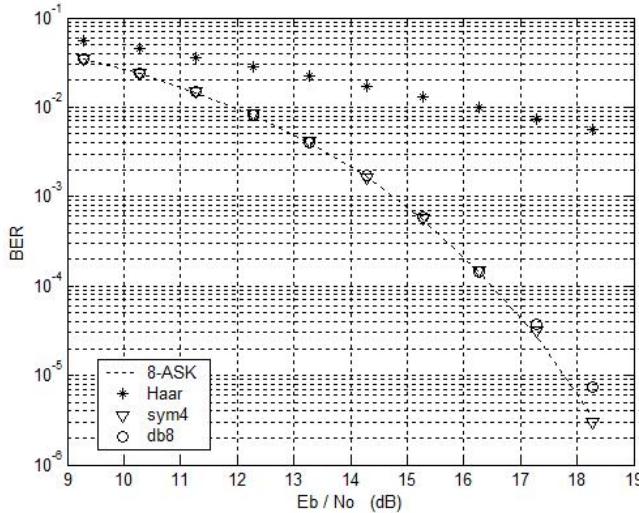


Figura 10. Desempeño del esquema 8-MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con 8-ASK.

En cuanto al ancho de banda, la señal M-ASK ocupa: $Bw_T = R_s(1 + \alpha) = R_b(1 + \alpha)/\log_2 M$, y la señal M-MSWMSSB ocupa un ancho espectral: $Bw_T = R_s = R_b/\log_2 M$, que es equivalente al de M-ASK con filtro ideal, por tanto el esquema M-MSWMSSB es superior a M-ASK (siempre y cuando se utilicen *wavelets* con más de 4 momentos de desvanecimiento), pues logra el mismo desempeño con menor ancho de banda.

C. Comparación entre la modulación wavelet multi-escala M-aria con constelación en cuadratura (MQ-MSWMDSB) y M-QAM:

En la figura 11 (Desempeño del esquema 4Q-MSWMSSB para varias *wavelets* y comparación con QPSK) se muestran las curvas de desempeño para las tres *wavelets* probadas y la curva teórica del esquema 4-QAM (equivalente al esquema QPSK). En esta figura se observa la equivalencia en desempeño entre los 2 esquemas cuando se usan las *wavelets* *sym4* y *db8*, mientras que el uso de la *wavelet* de *Haar* ocasiona una baja en el comportamiento. Sin embargo, esta disminución es menos crítica que en caso de 4 símbolos lineales (4-MSWMSSB), ello se debe a la mayor distancia entre símbolos que presenta una constelación en cuadratura respecto a una lineal, para una misma cantidad de símbolos [6].

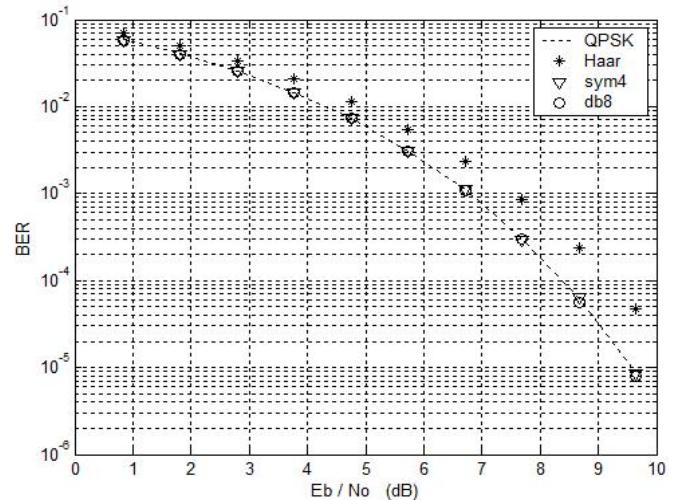


Figura 11. Desempeño del esquema 4Q-MSWMDSB para varias *wavelets* y comparación con QPSK.

En la figura 12 (Desempeño del esquema 16Q-MSWMDSB para varias *wavelets* y comparación con 16-QAM) se observan las curvas correspondientes al esquema MQ-MSWMDSB para $M=16$ y la respectiva curva teórica del esquema 16-QAM. Aquí se reitera la equivalencia entre los dos esquemas cuando se usan las *wavelets* *sym4* y *db8*, y la merma en el desempeño cuando se usa la *wavelet* de *Haar*.

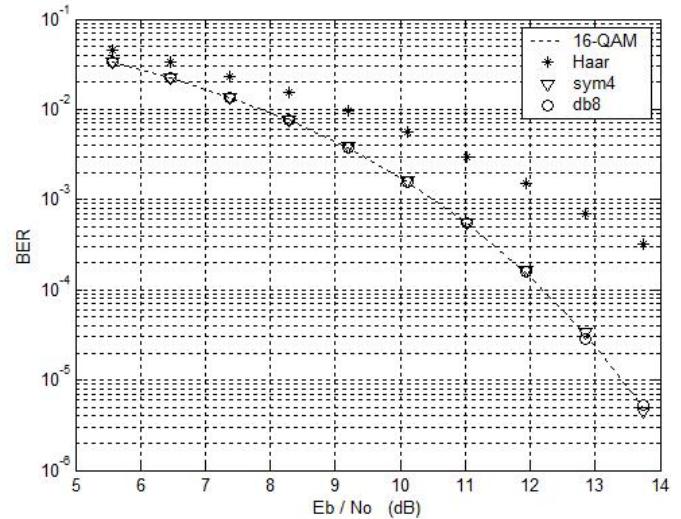


Figura 12. Desempeño del esquema 16Q-MSWMDSB para varias *wavelets* y comparación con 16-QAM.

En la figura 13 (Desempeño del esquema 64Q-MSWMDSB para varias *wavelets* y comparación con 64-QAM) se muestran las curvas de desempeño para los distintos tipos de *wavelet* y la curva de referencia (64-QAM). Como es de esperarse, las *wavelets* *sym4* y *db8* conducen a un desempeño equivalente a 64-QAM, mientras que la *wavelet* de *Haar* presenta un deterioro notable en su rendimiento.

En cuanto al ancho de banda, la señal M-QAM ocupa: $Bw_T = R_s(1 + \alpha) = R_b(1 + \alpha)/\log_2 M$ y la señal MQ-MSWMDSB ocupa un ancho de banda: $Bw_T = 2R_s = 2R_b/\log_2 M$, es decir, el ancho de banda ocupado por la señal modulada wavelet multi-escala es equivalente al ocupado por M-QAM con un factor de *roll-off* de 1 en sus filtros. En otras palabras, el ancho de banda del esquema MQ-MSWMDSB es similar al caso extremo del sistema M-QAM (*roll-off total*), esto debido a la imposibilidad de eliminar una de las bandas laterales, por tanto, el esquema MQ-MSWMDSB tiene una eficiencia espectral inferior (en general) a M-QAM.

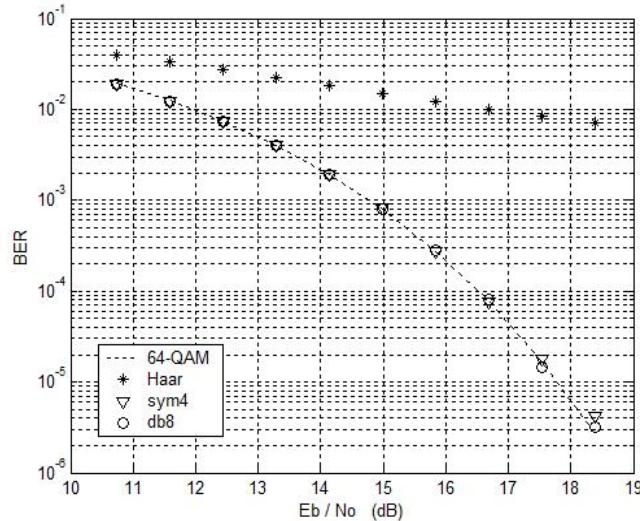


Figura 13. Desempeño del esquema 64Q-MSWMDSB para varias *wavelets* y comparación con 64-QAM.

V. CONCLUSIONES

La *modulación wavelet multi-escala* descarta la aparición de secuencias problemáticas en el mensaje digital, esto debido a la conformación de su espectro.

La *modulación wavelet multi-escala* con constelación lineal admite transmisión en banda lateral única, lo que conduce a un menor consumo del recurso ancho de banda.

El tipo de *wavelet* usado para conformar la señal modulada en *banda base* es un parámetro determinante en el desempeño frente al ruido de la *modulación wavelet multi-escala*, pues una *wavelet* con pocos *momentos de desvanecimiento* (por ejemplo la *wavelet de Haar*), conduce a un pobre desempeño, mientras que una *wavelet* con mayor número de *momentos* (por ejemplo la *db8*), presenta un desempeño similar al de un esquema tradicional con pulsos de *coseno alzado*.

De todos los tipos de *wavelet* probados, la de *Haar* presenta el menor desempeño, mientras que las *wavelets sym4* y *db8*

tienen un comportamiento muy próximo al esperado. El comportamiento deficiente de la *wavelet de Haar* se hace más notorio a medida que disminuye la distancia entre símbolos (o aumenta el número de símbolos en la constelación), lo que hace que se considere inadecuada para una implementación práctica de la *modulación wavelet multi-escala*.

La *modulación wavelet multi-escala binaria* (MSWMSSB) tiene el mismo desempeño frente al ruido que el esquema BPSK, pero tiene una mayor *eficiencia espectral* que este último, es decir, una mejor relación entre velocidad de datos y ancho de banda ocupado.

Al comparar la *modulación wavelet multi-escala M-aria lineal* con M-ASK, se observa un desempeño frente al ruido similar, pero el esquema M-MSWMSSB tiene mayor *eficiencia espectral*.

Los esquemas MQ-MSWMDSB y M-QAM tienen comportamientos similares frente al ruido AWGN, pero MQ-MSWMDSB tiene menor *eficiencia espectral*, esto debido a la transmisión en doble banda lateral.

La *modulación wavelet multi-escala* puede ser implementada en forma eficiente a través del algoritmo de Mallat, el cual permite *sintetizar* y/o *analizar* la señal modulada rápidamente debido a su recursividad y a la corta longitud de los filtros.

REFERENCIAS

- [1] Benvenuto N., Cherubini G., 2002, Algorithms For Communications Systems And Their Applications. Editorial John Wiley. 1285 p.
- [2] Gallager R., 2008, Principles of Digital Communications I. Massachusetts Institute of Technology. 365 p.
- [3] Jamin A., Mahonen P., 2005, Wavelet Packet Modulation For Wireless Communications. Wireless Communications and Mobile Computing Journal. Vol. 5, Tema 2, pp. 1-18.
- [4] Kavehrad M., Hamzeh B., 2005, Beaming Bandwidth Via Laser Communications, 5th Integrated Communications, Navigation and Surveillance Technologies Conference. Pennsylvania – USA.
- [5] Mangani M., Bell A., 2001, Wavelet Modulation Performance In Gaussian And Rayleigh Fading Channels. IEEE Transactions on Communications. Vol. 47, no. 7, pp. 1422-1426.
- [6] Noguchi T., Daido Y., Nossek J., 1986, Modulation Techniques For Microwave Digital Radio. IEEE Communications Magazine. Vol. 24, no. 10, pp. 21-30.
- [7] Newlin H., 1998, Developments In The Use Of Wavelets In Communications Systems. IEEE Transactions on Communications. Vol 44, no. 4, pp. 513-519.
- [8] Ptasiński H., Fellman R., 1994, Performance Analysis of A Fractal Modulation Communication System. Proceedings of the SPIE Wavelet Applications Conference. Vol. 2242, pp. 78-86.
- [9] Rillo Pastor N., 2005, Introducción A La Teoría De Wavelets. Tesis Doctoral. Universitat de Barcelona. Departamento de Matemática Aplicada y Análisis. Barcelona – España.
- [10] Stark H., 2005, Wavelets And Signal Processing, An Application Based Introduction. Editorial Springer.
- [11] Wornell G., Oppenheim A., 1992, Wavelet Based Representations For A Class Of Self – Similar Signals With Application To Fractal Modulation. IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 38, no. 2, pp. 785-800.