

Modelamiento de Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Takagi–Sugeno

HERNÁN ALVAREZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. Facultad de Minas.

Escuela de Química y Petróleos. Grupo de Automática.

halvarez@perseus.unalmed.edu.co

MIGUEL PEÑA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN. Facultad de Ingeniería.

Instituto de Automática, INAUT. Argentina

Recibido para revisión 03 de Feb de 2004, aceptado Abr de 2004, versión final recibida Jun de 2004

Resumen: En este trabajo se presentan aspectos generales del modelamiento como herramienta ingenieril, haciendo énfasis en la utilidad de los Sistemas de Inferencia Borrosa tipo Takagi-Sugeno (SIB TS) cuando se utilizan en la construcción de modelos. Se proponen además modificaciones a la metodología tradicional de identificación de tales sistemas, así como a la configuración de los antecedentes y consecuentes en las reglas que conforman la base de conocimientos del SIB TS. Finalmente, se presentan dos ejemplos de aplicación, uno sobre un problema de referencia típico en modelamiento, conocido como horno de gas de Box and Jenkins, y otro sobre un problema de referencia para el proceso de neutralización del pH en aguas residuales industriales.

Palabras Clave: Modelamiento Borroso, Sistema de Inferencia Borrosa, Takagi-Sugeno, Regularización del Modelo.

Abstract: General aspects of modeling as an engineering tool are presented in this work. The usefulness of Takagi-Sugeno Fuzzy Inference Systems (TS FIS) as modeling technique are emphasized. Additionally, various modifications of known methodology for identifying such a models and rules configuration are proposed. Finally, two application examples are presented. The first one is a modeling of the Box and Jenkins gas furnace and the second is a model for a waste water pH neutralization benchmark.

Keywords: Fuzzy Modeling, Fuzzy Inference Systems, Takagi-Sugeno, Model Regularization

1 INTRODUCCIÓN

Cada día se torna más imperiosa la necesidad de disponer de descripciones precisas de los procesos, con el fin de lograr desde un diseño óptimo hasta una operación y control que garanticen mínimos costos ambientales y económicos, junto con alta calidad del producto final. Tales requerimientos implican la existencia de un modelo del sistema. Particularmente, los avances en computación han permitido el crecimiento de un área de apoyo a la ingeniería denominada Análisis de Sistemas.

Bajo tal denominación se agrupan las tareas de modelamiento e identificación de sistemas dinámicos, las cuales pretenden proveer a los ingenieros de modelos de los sistemas dinámicos mediante los cuales se representan los procesos. En tal sentido, las herramientas de inteligencia artificial han aportado un grupo de técnicas

de modelamiento simbólico que se inspiran en la biología. Tales técnicas denominadas bioinspiradas, van desde las Redes Neuronales Artificiales (RNA), hasta los Algoritmos Genéticos (AG), pasando por el Quimiotactismo Bacteriano (QB) y la Lógica Borrosa (LB).

Las RNA imitan la estructura física del cerebro humano, mientras que la LB replica su funcionamiento a nivel de pensamiento. Por su parte, los AG siguen la teoría evolucionista de Darwin para hallar puntos extremos en la descripción de un sistema, en tanto que el QB realiza la misma tarea pero imitando la manera en la que se mueven las bacterias en un caldo de cultivo.

Cada técnica presenta particularidades que la hacen más adecuada para cierto tipo de problemas, con lo cual es posible desarrollar sistemas híbridos que combinen una o más de ellas para obtener un sistema más potente de modelamiento e identificación. En este trabajo

en particular, se abordan los Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB), herramienta que utiliza todos los principios de la LB, como técnica de modelamiento. En particular, se trabaja con SIB del tipo Takagi-Sugeno (SIB TS), por presentar grandes ventajas para dicha tarea, debido a su naturaleza híbrida entre lo borroso y lo numérico lineal.

En este trabajo se aborda el uso de Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBM) como parte novedosa de los modelos SIB TS. Tales CBM se presentan tanto con un centro por conjunto como con centros múltiples. Adicionalmente, se propone y aplica una etapa de ajuste fino del SIB TS utilizando un funcional de costo con dos variantes: uno basado en los datos del proceso y otro basado en un criterio de operación del modelo. A esta sintonía fina se la asocia con la regularización de modelos con datos de proceso. Debe mencionarse en este punto que los SIB TS no son las únicas herramientas disponibles para construir modelos de sistemas dinámicos.

2 EL MODELAMIENTO EN INGENIERÍA

El comportamiento de los Sistemas Dinámicos (SD) se estudia a nivel de ingeniería por medio de prototipos a escala de laboratorio, piloto o industrial (real), o mediante un modelo del SD en cuestión. En general, los modelos son de diversos tipos: Físicos o fenomenológicos, también denominados de caja blanca; semifísicos o de caja gris y heurísticos o empíricos, también llamados de caja negra. En general, un modelo puede ser pensado como un miembro de una familia finita de funciones definidas sobre un conjunto finito de datos, tomados del sistema. Aunque en este trabajo se presentan modelos con datos entrada-salida,

$$y_e(k) = y(\mathbf{v}(k), \Theta) \quad (1)$$

la discusión también es válida para modelos en el espacio de estados. Esta familia de modelos entrada-salida está parametrizada por un vector Θ que contiene toda la información sobre los ajustes posibles del modelo. Se asume una representación discreta con tiempo de muestreo fijo (de ahí el índice entero k). La salida estimada del proceso en el instante k es $y_e(k)$. La entrada es un vector de datos $\mathbf{v}(k)$ denominado regresor, que puede expresarse como:

$$\mathbf{v}(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_y), \mathbf{u}^T(k-1), \dots, \mathbf{u}^T(k-n_u)]^T \quad (2)$$

donde $y(k-i)$ es la salida retrasada i tiempos de muestreo y $\mathbf{u}(k-j)$ representan el vector de entradas retrasadas j tiempos de muestreo. En los modelos tipo caja negra, la estructura del modelo $y(\cdot)$ es fija y sólo se debe hallar el vector Θ que minimice algún índice

(estadístico, heurístico o combinado) de desempeño del modelo sobre los datos de identificación u otro comportamiento deseado del modelo. Este tipo de modelamiento también se denomina paramétrico, puesto que todo el peso de la representación recae sobre Θ . Esta clase de aproximaciones presenta como principal problema la selección de la estructura del modelo $y(\cdot)$.

La solución a tal inconveniente por lo general se logra usando una estructura suficientemente flexible, que en ocasiones resulta sobreparametrizada y redundante (Lidskog, 1996). La otra aproximación (mucho más atractiva) es tomar una estructura $y(\cdot)$ que no está fija, por lo tanto se debe determinar junto con el vector de parámetros. Este tipo de métodos de identificación se denominan no paramétricos, aunque como se ve, siguen dependiendo de un vector de parámetros, que en este caso ya no tiene una forma fija, pues cambia de acuerdo a la estructura que se esté probando (Babuska y Verbruggen, 1995).

Para la construcción de cualquier modelo a partir de datos del proceso, es necesario aplicar un procedimiento de identificación que permita determinar con certeza la estructura final del modelo y hallar valores para los parámetros del mismo. De manera general, los pasos para la obtención de un modelo de un Sistema Dinámico (SD) pueden resumirse así:

1. Aproximación al SD por parte del interesado en el modelo.
2. Excitación del SD con el fin de recolectar datos para su modelamiento e identificación.
3. Toma de datos y análisis de los datos recolectados.
4. Determinación de las entradas al modelo (regresor).
5. Determinación del tipo de modelo a identificar.
6. Identificación de los parámetros estructurales del modelo, que pueden ser numéricos o simbólicos.
7. Identificación de los parámetros funcionales del modelo.
8. Validación del modelo.

3 REGULARIZACIÓN DE MODELOS OBTENIDOS A PARTIR DE DATOS DEL PROCESO

Un punto relacionado tanto con la validación como con la identificación de estructura y parámetros desde los datos disponibles, es la denominada regularización del modelo. Este concepto se refiere al hecho de que a partir de un grupo de datos finito, es imposible hallar un modelo único. Por lo tanto, una manera de reducir el número de modelos posibles es mediante la regularización. Normalmente los modelos además de capturar

las características sobresalientes de los datos usados en la identificación, pueden contener parámetros redundantes que reproducen particularidades de dicho conjunto de datos. Tales parámetros producen un modelo que generaliza de manera pobre, especialmente cuando se enfrenta un problema de alta dimensionalidad, con datos ruidosos o muy dispersos [(Laukonen y Passino, 1995); (Bossley, 1997)].

El objetivo de hallar un modelo puede formularse como: Encontrar una estructura $y(\cdot)$ y un grupo de parámetros Θ que produzcan una salida $y_e(k)$ tal que para todas las entradas razonables, el error $e(k) = y(k) - y_e(k)$, sea lo suficientemente pequeño. La manera más adecuada de calcular este error es mediante un Funcional de Costo (FC) cuadrático, sobre un conjunto infinito de datos, J_α . Pero como en realidad sólo se dispone de un conjunto finito de datos observados ($D^N = y(k), u(k)$, para $k = 1, \dots, N$), utilizando el criterio de mínimos cuadrados, la esperanza matemática E_N se puede aproximar usando una $E_N[\cdot]$ como:

$$E_N = [y(k) - y_e(k)]^2 = J_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_e(k)]^2 \quad (3)$$

A pesar de que esta formulación resulta bastante atractiva para identificar modelos que minimicen el costo J_N , tal minimización puede producir resultados muy pobres cuando se le presenten al modelo datos de entrada que no fueron usados durante la identificación (datos nuevos). La condición contraria (y la deseable) es que el modelo prediga con mínimo error cuando se le enfrenta a los datos nuevos. A este comportamiento se le denomina generalización.

Dicha capacidad de generalización puede ser controlada de varias formas, pero la manera más común es restringir el tamaño y estructura del modelo tal que cumpla el principio de parsimonia "El más simple de los modelos aceptables produce el mejor resultado". La idea que se sugiere con este principio es construir modelos de modo que cualquier flexibilidad redundante resulte mínima, puesto que este tipo de redundancias hacen que la estructura seleccionada para el modelo, sea propensa a ajustarse a ruidos y particularidades únicamente presentes en el grupo de datos de identificación.

Otra manera de controlar la capacidad de generalización de un modelo, es realizar la identificación y comprobar durante la selección misma de la estructura, su desempeño frente a un grupo de datos no usados en la identificación, denominados datos de validación. Este tipo de estrategia es de uso común en los métodos de búsqueda de la estructura en el espacio total de soluciones. Para tales procedimientos, el índice de evaluación de cada posible solución incluye uno o varios términos que valoran el desempeño de tal estructura frente al grupo de datos de validación. De este modo, la capacidad de generalización siempre está vigilada durante la

búsqueda de la solución. Un tratamiento más formal de este último método, incluyendo en el FC otras condiciones del proceso, lo engloba la teoría de la regularización, propuesta originalmente en Tikhonov y Arsenin (1977) y luego ampliada en Draper y Nostrand (1979). En lo fundamental, se busca combinar los conocimientos previos sobre la dinámica del sistema con los datos empíricos tomados de su operación. Para lograrlo, el FC por error medio cuadrático simple, (3), se adiciona con uno o más términos que penalizan los comportamientos indeseados del modelo. Tales términos se denominan de regularización Rg_i y se ponderan con coeficientes ρ_i frente al error medio cuadrático, que se pondera con un σ :

$$FC = \sum_{k=1}^N \sigma [y(k) - y_e(k)]^2 + \rho_1 Rg_1 + \rho_2 Rg_2 + \dots + \rho_m Rg_m \quad (4)$$

Esta manera de utilizar conocimiento previo en la tarea de identificación da buenos resultados, pero todavía adolece de algunos inconvenientes como la alta dependencia de los datos empíricos obtenidos, puesto que buena parte de la penalización se hace basándose en tal grupo de datos de proceso.

Otros autores han propuesto alternativas que actúan de una manera más libre respecto a los datos empíricos. En Johansen (1996) por ejemplo, se hace una muy buena discusión de la evolución de estas técnicas, hasta llegar a la extensión que el autor presenta, en la cual además de penalizar el desempeño del modelo frente a los datos empíricos, se aplican restricciones en los parámetros y el comportamiento en estado estacionario de los estados del proceso y la salida.

Una diferencia de esta propuesta con las anteriores es que la identificación se convierte en un problema de optimización con restricciones de una FC adicionado. En tal caso es posible incluir una evaluación del desempeño del modelo frente a datos frescos, o el desempeño del modelo como predictor en un horizonte fijo de varios pasos o incluso del modelo desempeñando la tarea final para la que se concibió. Todas estas adiciones estarán condicionadas a la posibilidad de solución del problema de optimización ampliado que resulta.

Como se puede apreciar, la regularización influye en varios de los pasos de la secuencia de construcción de un modelo, por lo tanto es un tema a tratar con mucho cuidado en cualquier trabajo sobre modelamiento e identificación de SD.

4 SISTEMAS DE INFERENCIA BORROSA

Un Sistema de Inferencia Borrosa (SIB) es una herramienta lingüística que realiza un mapeo $S : X \subset$

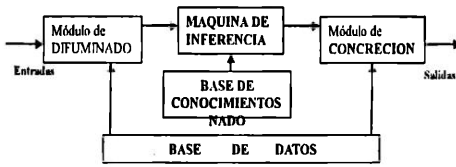


Figura 1: Estructura genérica de un Sistema de Inferencia Borrosa (SIB)

$R^n \rightarrow Y \subset R^m$. Para adicionar a este mapeo estático el comportamiento dinámico del sistema que se modela se utilizan filtros externos aplicados sobre el vector de entradas al modelo. Estos filtros le permiten al SIB operar con un vector de entradas al modelo (regresor) formado por valores actuales y retrasados de las entradas del sistema. En un SIB, el conocimiento sobre las relaciones entre el dominio de entrada X y el dominio de salida Y está codificado como un conjunto de reglas SI-ENTONCES. En general un SIB está estructurado como se ve en la Figura 1.

En este SIB genérico, las entradas numéricas (concretas) pasan por un bloque de difuminado (*fuzzification*) que las convierte en términos borrosos. Lo contrario ocurre con los resultados de la máquina de inferencia que son convertidos de términos borrosos a valores numéricos (concretos) en el bloque de concreción (*defuzzification*). Estos dos procesos se apoyan en unos datos almacenados en una base, a partir de los cuales se desarrollan el difuminado y la concreción. Finalmente, la base de conocimientos contiene las reglas borrosas que codifican el conocimiento sobre el sistema, las cuales son utilizadas para inferir las relaciones entrada-salida a través de la máquina de inferencia. Las partes antecedente y consecuente de estas reglas pueden contener términos lingüísticos combinados mediante operadores lógicos: “y”, “o”, “no”, etc.

Con el fin de conformar el antecedente de la regla, cada tipo de SIB define un conjunto de términos lingüísticos A_i en el dominio de cada variable de entrada. Este conjunto de términos $A = \{A_1, A_2, \dots, A_S\}$ se conoce como una partición borrosa sobre la variable X. El número de términos lingüísticos en la partición A (granularidad) está fuertemente relacionado con la precisión del SIB cuando éste se utiliza como un modelo. La otra parte de las reglas es el consecuente, el cual contiene una referencia directa a la variable de salida Y. Tal referencia a la salida puede ser un conjunto borroso (como ocurre en los SIB lingüísticos y en los SIB relacionales) o numérico (como sucede en los SIB Takagi-Sugeno).

Las particularidades de aplicación de cada una de estas clases de SIB está fuera del alcance de este trabajo, pero se invita al lector a consultar [Driankov, Hellendoorn y Reinfrank (1993); Kosko (1997)], para una exce-

lente discusión sobre el tema. Existen tres tipos básicos de SIB, dependiendo de la estructura de las reglas (base de conocimientos). La siguiente es una mención breve de los tipos de estructuras SIB más reportadas en la literatura.

4.1 Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Lingüístico

Las reglas de un SIB lingüístico, también denominado Mamdani en honor al primero que los utilizó, tienen la siguiente forma genérica:

$$R^i : \text{ Si: } x_1 \text{ es } A_1^i, x_2 \text{ es } A_2^i, \text{ y } \dots \text{ y } x_M \text{ es } A_M^i, \\ \text{ Entonces: } y_i \text{ es } B^i$$

donde, la proposición borrosa “ x_1 es A_1^i y x_2 es A_2^i ... y x_M es A_M^i ” es el antecedente y la proposición borrosa “ y_i es B^i ” es el consecuente, de la regla i . Por su parte, x_1, x_2, \dots, x_M son variables que toman un valor lingüístico, definido como un conjunto borroso en el dominio X, mientras que y_i toma un valor lingüístico en el dominio Y. Los A_j^i y B^i son términos lingüísticos constantes, que por lo general poseen un significado concreto para las variables lingüísticas dadas, tal como presión baja, temperatura moderada, etc. Puesto que estos conjuntos borrosos definen puntos de referencia en el espacio dado, se les suele denominar conjuntos borrosos de referencia. Las funciones de pertenencia para estos conjuntos deben ser definidas en una base de datos, de manera paramétrica o en una tabla de datos. El mapeo entre las variables de entrada y las variables de salida (o estados) se realiza a través del mecanismo o máquina de inferencia borrosa.

Los SIB lingüísticos poseen un gran número de grados de libertad: la estructura de las reglas, el número y definición de los conjuntos borrosos de referencia y la selección del mecanismo de inferencia borrosa. Adicionalmente, en la mayoría de aplicaciones, las entradas y salidas son valores numéricos más que valores lingüísticos. Para manejar esta opción, el SIB lingüístico está equipado con interfases de conversión. Una es el bloque de difuminado a la entrada y la otra es el bloque de concreción a la salida, como se ve en la Figura 1. Existe una variante de este tipo de modelos, en los cuales los conjuntos borrosos del consecuente B^i se reducen a valores puntuales (*singletons*) que pueden ser representados como un número real b^i . El número de valores puntuales diferentes en la base de reglas es usualmente un parámetro de diseño, pudiéndose dar incluso a cada regla su propio valor puntual en el consecuente. Este grado de libertad adicional se utiliza con éxito como un ajuste fino del modelo a los datos reales del proceso [(Brown y Harris, 1994); (Espinosa, 2001)].

La salida y de un SIB lingüístico general, se obtiene mediante un método de concreción, el cual con-

vierte una salida que es una concatenación de conjuntos borrosos B^i en un número real (un valor concreto) (Driankov et al., 1993). Una desventaja de este tipo de SIB es que el número de reglas necesarias para cubrir completamente el dominio de entrada, resulta función exponencial de la dimensión de dicho dominio. Esto hace que a pesar de las técnicas de reducción del número de reglas, un SIB lingüístico con un único nivel de reglas no pueda ser aplicado con eficiencia computacional práctica a problemas de alta dimensionalidad ([Babuska y Verbruggen, 1995]; [Bossley, 1997]). Por lo tanto, cuando los modelos tienen muchas entradas, las reglas deben estructurarse de manera jerárquica, preservando además la interpretación lingüística en cada uno de los SIB individuales (Espinosa, 2001).

4.2 Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Relacional

En este tipo de SIB, el mapeo desde los conjuntos borrosos de entrada A_i a los conjuntos borrosos de salida B_i se realiza a través de una relación borrosa matricial $R_F = [r_{ij}]_{m \times n}$, que proyecta desde el conjunto de términos lingüísticos de entrada $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ al conjunto de términos lingüísticos de salida $B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$, mediante $R_F : A \rightarrow B$. De este modo, para una entrada numérica concreta x , el conjunto borroso $X = w_{A1}(x), w_{A2}(x), \dots, w_{Am}(x)$ representa el grado con el cual x es compatible con los términos lingüísticos de A .

El correspondiente conjunto borroso de salida que representa el grado con el cual la salida numérica concreta y es compatible con los términos lingüísticos de B , denotado como $Y = w_{B1}(y), w_{B2}(y), \dots, w_{Bn}(y)$, se obtiene mediante la relación de composición $Y = X \circ R_F$. El valor numérico concreto a la salida y se obtiene mediante alguno de los métodos de concreción dados en la literatura sobre los términos borrosos B (Driankov et al., 1993).

La relación borrosa R_F expresada en términos de reglas del tipo SI-ENTONCES, es equivalente a un base de reglas completa con antecedentes multivariable enlazados por operadores conjuntivos. Cada regla incluye todos los posibles conjuntos consecuentes B_i , cada uno con un peso diferente, que finalmente permite un ajuste fino de los consecuentes, sin cambiar los conjuntos borrosos de referencia. Un modelo lingüístico es un caso especial de los modelos relacionales, con la relación de tipo binario restringida de tal manera que sólo un elemento es diferente de cero en cada una de las filas del arreglo que representa la relación R_F , lo que indica que cada regla tiene sólo un consecuente B_i .

El uso de modelos borrosos relacionales en aplicaciones de modelamiento tiene bastantes limitaciones. Primero, su uso normalmente está sólo indicado para sistemas con un número bajo de variables, puesto que

este tipo de SIB es de gran tamaño y por tanto, presentan altos costos computacionales. Otro problema que surge al usar este tipo de SIB en modelamiento es que si en la identificación del modelo no se cubre una combinación particular de las entradas, el modelo resulta totalmente inhábil para hacer alguna predicción en esa zona (Linkens y Kandiah, 1996).

4.3 Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Takagi-Sugeno

Al igual que en los SIB lingüísticos, en los SIB del tipo presentado en Takagi y Sugeno (1985) los antecedentes de las reglas describen regiones borrosas en el espacio de entrada. La diferencia radica en que en los SIB Takagi-Sugeno, los consecuentes de las reglas son funciones numéricas concretas de las entradas del modelo. Por ser este el tema del presente trabajo, una discusión más detallada de éstos se da a continuación.

5 SISTEMAS DE INFERENCIA BORROSA TIPO TAKAGI-SUGENO (SIB TS)

Los Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno usan una función lineal de las entradas al modelo como consecuente de las reglas. Tal estructura está en capacidad de representar una clase general de sistemas estáticos o dinámicos no lineales ([Sugeno y Yasukawa, 1993]; [Laukonen y Passino, 1995]; [Linkens y Kandiah, 1996]). En el SIB TS las reglas tienen la forma:

$$R^i : \quad \begin{array}{ll} \text{Si} & \mathbf{x} \text{ es } B^i(\mathbf{x}) \\ \text{Entonces} & y^i = f^i(x) \end{array} \quad (5)$$

Donde, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_M]$ son las M entradas del SIB, $B^i(\mathbf{x})$ es un Conjunto Borroso Multidimensional (CBM) de dimensión M y y^i es la salida para la regla i definida por la función $f^i(\mathbf{x})$. Generalmente, esta función se toma como lineal y afín (pivote p_0^i diferente de cero) en las variables de entrada:

$$y_n^i = f^i(\mathbf{x}) = p_0^i + p_1^i x_1 + \dots + p_M^i x_M = p_0^i + \mathbf{a}^T \mathbf{x} \quad (6)$$

con p_j^i parámetros ajustables. Normalmente, la mayoría de las propuestas de SIB operan con una partición explícita del antecedente pero es posible usar una partición implícita. En este trabajo se utilizan SIB TS con partición implícita (Alvarez y Peña, 2001). Dicha propuesta opera con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBM) $A_{i,j}$ como una aproximación práctica cuando se utiliza el SIB TS como modelo. En este caso, todos los conjuntos borrosos individuales en el antecedente de cada regla se transforman en un CBM simple. Este procedimiento implica la resolución de los conectivos lógicos indicados en el antecedente de cada regla o la obtención del CBM directamente desde los datos de identificación.

A pesar de la pérdida de interpretación lingüística que ocurre durante este procedimiento, el CBM nuevo resulta más compacto que los conjuntos borrosos individuales. En consecuencia, las tareas relativas a la definición estructural (modelamiento) y paramétrica (identificación) del modelo usando SIB TS resultan más sencillas. Adicionalmente, puede realizarse un agrupamiento (clustering) borroso sobre los datos con el fin de obtener una buena aproximación al número de reglas en la base de conocimientos del SIB y obtener los CBM directamente por una reducción del espacio.

Es común aplicar procedimientos de normalización sobre las entradas del SIB con el fin de evitar diferencias de escala inherentes a las unidades de medida de las variables y realizar algún ajuste estadístico. Las entradas y salida normalizadas se obtienen como:

$$x_n = g_x(x), \quad y_n = g_y(y) \quad (7)$$

donde g_y es la función de normalización de salida, que debe tener inversa, mientras que la de entrada g_x no debe cumplir esta condición, aunque resulta deseable con el fin de probar más fácilmente la estabilidad del modelo.

Los parámetros del consecuente son aquellos que se utilizan en la función $f^i(x)$, mientras que los parámetros del antecedente son los que definen la partición borrosa del espacio del problema. La salida normalizada del SIB TS, y_n , se calcula como un promedio ponderado de la contribución de cada regla:

$$y_n = \sum_{i=1}^L \varphi^i(x_n) (p_0^i + p_1^i x_{1n} + \dots + p_M^i x_{Mn}) \quad (8)$$

donde: L es el número de reglas del SIB TS, $\varphi^i(x_n) = w^i(x_n) / \sum_{j=1}^L w^j(x_n)$ es el factor de pertenencia normalizado del vector de entradas normalizadas x_n al CBM de entrada de la regla i y $w^i(x_n)$ es el factor de pertenencia o membresía (sin normalizar) del vector de entradas normalizada x_n al CBM del antecedente de la regla i .

6 UNA METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE UN SIB TS

Supóngase un sistema representado por una función continua arbitraria de M entradas y una salida (todas normalizadas):

$$y_n = f(x_n) \quad (9)$$

donde $x_n = [x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{Mn}]$. Sobre este sistema se realiza un experimento, obteniéndose N muestras de la forma $[x_n(i), y_n(i)]$, $i = 1 \dots N$. La intención es aproximar la función $y_n = f(x_n)$ con el grado de precisión necesaria mediante un modelo borroso del tipo SIB TS como se presentó en (9). En la propuesta presentada

en este trabajo se suponen conocidas las variables de entrada al sistema, esto es, no se considera la identificación del entorno de la función. Una propuesta para identificar el entorno se encuentra en Rhodes y Morari (1996), utilizando distancias vectoriales en R^M .

Teniendo en cuenta que se tienen identificadas las entradas del sistema, los pasos a seguir para la identificación del modelo mediante un SIB TS son:

6.1 Sintonía Gruesa

Este procedimiento busca hallar los valores de los parámetros del modelo, tanto estructurales (número de grupos o reglas), como funcionales (parámetros para el cálculo de la salida). Los pasos son:

- A) *Preprocesamiento de los datos*: Se realizan operaciones de filtrado sobre los datos para disminuir la influencia de ruido y fenómenos espurios. Debe realizarse además la eliminación de datos repetidos, los cuales son aquellos que coinciden tanto en los valores de la entrada como en los de la salida.
- B) *Normalización de las entradas y la salida*: Es conveniente realizar una normalización antes de proceder a la identificación del modelo, puesto que puede suceder que las variables involucradas sean de distinta naturaleza y magnitud, que las señales involucradas tengan rango de variación no lineal, o que los datos estén en una distribución estadística no favorable. Para la normalización se proponen dos alternativas. En la primera los datos son normalizados en el intervalo $[0,1]$ con la función lineal:

$$x_{in}(k) = \frac{x_i(k) - \min_{j=1}^N(x_i(j))}{\max_{j=1}^N(x_i(j)) - \min_{j=1}^N(x_i(j))} \quad (10)$$

Esta da $2(M+1)$ parámetros extras al modelo borroso propuesto (un mínimo y un máximo para cada x_i). Una segunda alternativa se usa cuando las entradas están correlacionadas fuertemente unas con otras. En este caso es conveniente realizar una transformación que descorrelacione el espacio de entrada. Se utiliza la transformación lineal:

$$x_n = A_n x + b_n \quad (11)$$

donde $dim(A_n) = n \times n$ y $dim(b_n) = n \times 1$. Las filas de A_n se obtienen como $a_n^i = a_{pc}^i k^i$, donde:

$$k^i = 1 / \left(\max_{j=1}^n(x_{pc_i}(j)) - \min_{j=1}^n(x_{pc_i}(j)) \right) \quad \text{y}$$

$$b^i = - \min_{j=1}^n(x_{pc_i}(j)) / \left(\max_{j=1}^n(x_{pc_i}(j)) - \min_{j=1}^n(x_{pc_i}(j)) \right)$$

la variable \mathbf{x}_{pc} se obtiene como $\mathbf{x}_{pc}(j) = \mathbf{A}_{pc}\mathbf{x}(j)$, donde \mathbf{A}_{pc} es la matriz de transformación de los datos de entrada en sus componentes principales, también llamada transformación de Karhunen-Loève discreta o transformación de Hotelling (Jackson, 1991). Básicamente, la extracción de las componentes principales equivale a una rotación que maximiza la varianza del espacio de las variables de entrada. La normalización obtiene datos de entrada no correlacionados y normalizados en [0,1]. La salida del modelo se normaliza con (11).

C) *Determinación del gradiente de la señal muestreada:*

En este paso se determina para cada muestra la derivada parcial de la salida con respecto de cada entrada. Como este dato no se conoce se utiliza un método aproximado para la obtención del mismo a partir de los datos de identificación. Este procedimiento aunque resulta viable en la mayoría de los casos, exige un costo computacional alto cuando los datos presentan alguna concentración sobre ejes particulares del problema. Esto se evidenciará en los dos ejemplos presentados en la parte final de este trabajo. Particularmente, los datos del horno de gas de Box and Jenkins resultan adecuados para la obtención del gradiente, mientras que los datos obtenidos para el neutralizador de pH presentan una configuración que eleva demasiado el costo computacional del cálculo de este gradiente. Para una mayor ampliación del tópico relacionado con la determinación del gradiente de la señal muestreada, véase (Peña, diSciascio y Carelli, 1998).

D) *Agrupamiento de las reglas básicas:*

Se forma la matriz Φ , tomando en cada fila un dato para el regresor del modelo, que aumenta después con la salida correspondiente a tales entradas: Fila de $\Phi = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k), y(k)]$. El método de formación de grupos borrosos por centros medios (fuzzy c-means) conforma grupos borrosos asignándole a cada vector dato (fila de Φ) un valor de pertenencia entre 0 y 1 a cada uno de los grupos borrosos (Bezdek, 1987). En este paso se procede a agrupar los datos contenidos en Φ . Como resultado se obtiene una matriz con el grado de pertenencia de cada vector dato a cada grupo. Por otro lado cada grupo presenta un centro en el espacio de dimensión $2M + 1$ (M entradas y 1 salida). Para cada dato, el valor de pertenencia a los distintos grupos depende de la distancia a los centros de los grupos. Debido a que el algoritmo de formación de grupos reúne los datos de acuerdo a su proximidad, el mismo está influenciado considerablemente por la manera como se define la distancia entre los datos, esto es, la norma utilizada y el rango de variación de las variables, de

ahí la importancia de la normalización. Adicionalmente, en la ecuación de distancia del método existe un parámetro que en los modelos presentados en este trabajo se tomó $m' = 2$, para utilizar distancias Euclidianas. Por su parte, el número de grupos puede ser determinado por medio del índice $S(L)$ propuesto en Sugeno y Yasukawa (1993):

$$S(L) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^L (w^i(k))^2 (\|\mathbf{x}(k) - \mathbf{v}_i\|^2 - \|\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{x}}\|^2) \quad (12)$$

donde $\bar{\mathbf{x}}$ es el promedio de los datos \mathbf{x} . El número de grupos, L , es determinado observando cuando $S(L)$ alcanza un mínimo local.

E) *Determinación de los Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBM) de las premisas:*

Una vez realizado el agrupamiento borroso se procede a encontrar los CBM de los antecedentes. Para ello se asigna a los datos de entrada el factor de pertenencia que surge del método de agrupamiento de las reglas:

$$w^i(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{Mn}) = w^i(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{Mn}, y_n) \quad (13)$$

Para la obtención de los CBM de entrada se puede proceder de varias maneras. En este trabajo se proponen dos alternativas para la definición de los CBM M-dimensionales de entrada. En la primera se utiliza el centro resultante del método de agrupamiento. Son usadas las M primeras componentes de los centros que da el algoritmo de agrupamiento, o sea las que corresponden a las variables de entrada. Nótese que el agrupamiento se hizo en un espacio de dimensión $M+1$ mientras que al utilizar el SIB TS no se dispone de la salida, por lo tanto el espacio de operación es de dimensión M . El grado de pertenencia se obtiene como una función de la distancia a este centro:

$$w^i(k) = \frac{1}{\sum_{j=1}^L d_{i(k)} d_{j(k)}} \quad (14)$$

donde $d_{i(k)} = (\mathbf{x}(k) - \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{x}(k) - \mathbf{v}_i)$ es el cuadrado de la distancia del dato $\mathbf{x}(k)$ al centro \mathbf{v}_i y por consistencia matemática, si $d_{jk} = 0$, entonces $w^i(k) = 0$ puesto que $\mathbf{x}(k) = \mathbf{v}_j$. El resultado obtenido generalmente presenta una forma convexa en el espacio M-dimensional de las variables de entrada. Si esto no ocurre, puede usarse una segunda alternativa, la cual obtiene el CBM utilizando múltiples centros. Los pasos a realizar son los siguientes: i) Se obtienen los datos de cada grupo donde la función de pertenencia es mayor a 0.5 (Driankov et al., 1993).

ii) Con estos datos, se realiza un agrupamiento borroso con un número C de subgrupos. iii) Los centros de los subgrupos son usados para la determinación de la función de pertenencia de acuerdo con:

$$w^i(k) = \frac{C}{\sum_{l=1}^C} \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^L \sum_{p=1}^C} \frac{d_{ij}(k)}{d_{jp}(k)} \right) \quad (15)$$

donde $d_{ij} = (\mathbf{x}_n(k) - \mathbf{v}_{ij})^T (\mathbf{x}_n(k) - \mathbf{v}_{ij})$ y \mathbf{v}_{ij} es el centro l del grupo i . Como se hace $\sum_{j=1}^L w^j = 1$, entonces $\varphi^i = w^i$.

F) *Identificación paramétrica del modelo:* Una vez obtenida la función de pertenencia a los distintos grupos se procede a la identificación paramétrica del consecuente con el método de mínimos cuadrados, tomando el vector de salida \mathbf{y} , el vector de parámetros \mathbf{p} y la matriz \mathbf{X} de entradas ponderadas con los factores de pertenencia φ^i . Cada fila de \mathbf{X} se forma con los productos de los φ^i para cada dato y los x_i de cada dato, a excepción de la primera posición que corresponde al término afin del consecuente de las reglas del SIB TS. Este primer término sólo contiene el φ^i del dato. El vector de salida se puede escribir como $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{p}$ El vector de parámetros se calcula con la ecuación matricial $\mathbf{p} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$. Este algoritmo de mínimos cuadrados necesita almacenar la matriz \mathbf{X} . Si el número de muestras es grande se pueden presentar problemas con los recursos de cómputo. En este caso se pueden usar un método recursivo de mínimos cuadrados.

6.2 Sintonía Fina

Este es el paso final del método propuesto aquí, en el cual se realiza un ajuste fino simultáneo de los parámetros del antecedente (centros de los CBM) y del consecuente (parámetros de las funciones de salida de cada regla), buscando una reducción del error del modelo. Para realizar esto se usan rutinas de optimización universal (Mat, 1996) o técnicas de optimización numérica bioinspiradas (Michalewicz, 1992). En este trabajo se utilizaron los algoritmos Cuasi-Newton (Lewis y Syrmos, 1995) y el de Quimiotactismo Bacteriano (Bremermann y Anderson, 1990). Para el Cuasi-Newton se debe definir el funcional a optimizar así como su gradiente respecto de las variables de optimización.

El funcional usado fue el error medio cuadrático. Para el Quimiotactismo Bacteriano, se define también un funcional a optimizar pero no se requieren los gradientes. Aunque la optimización planteada aparece sin restricciones, deben adicionarse algunas que preserven la integridad del SIB TS. Por ejemplo, tal como en los SIB Lingüísticos (Vásquez y Alvarez, 1998), debe limitarse

el movimiento de los centros para evitar distorsiones en los centros originales obtenidos por la sintonía gruesa. Esta es una tarea que se deja como trabajo futuro.

7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En esta sección se presentan dos ejemplos de aplicación de modelos SIB TS, identificados siguiendo la metodología propuesta en este trabajo. Los ejemplos fueron escogidos por sus particularidades, puesto que a pesar de representar dos procesos reales, la naturaleza de los datos obtenidos marca diferencias especiales a la hora de aplicar los modelos borrosos.

7.1 Horno de gas de Box and Jenkins

Este es un ejemplo clásico en la identificación borrosa, tomado de datos para un horno de gas de Box y Jenkins (1970), reportados en Sugeno y Yasukawa (1993). Los datos consisten de 296 medidas de entrada y salida de un sistema de horno de gas: la medida de entrada $u(k)$ es la proporción del flujo de gas dentro del horno y la medida de salida $y(k)$ es la concentración de CO_2 en el gas de salida. El intervalo de muestreo es de 9 seg. Para permitir la comparación con otros modelos se utiliza como entradas al sistema $u(k-1)$, $u(k-2)$, $u(k-3)$, $y(k-1)$, $y(k-2)$ y $y(k-3)$.

El número óptimo de reglas (grupos o clusters) fue de cuatro. Todas las variables se normalizaron en el intervalo [0, 1] mediante la ecuación 11, sin aplicar ningún procedimiento estadístico ni filtrado. La Tabla 1, con datos tomados de Sugeno y Yasukawa (1993) y Kim, Park y Ji (1997), muestra resultados de identificaciones borrosas anteriores así como el desempeño de la metodología propuesta en este trabajo. En esta Tabla NE es el número de entradas al modelo, NR es el número de reglas o grupos, NP es el número de parámetros e ID es el índice de desempeño, que se calcula como el error medio cuadrático sobre los datos de validación. De la Tabla se nota que el ID de la propuesta presentada aquí es menor que otras propuestas con un número similar de parámetros.

Las Figuras 2 y 3 muestran el desempeño del modelo SIB TS con 4 reglas y 3 centros por regla usando la normalización 11, mientras que en la Tabla 2 se presentan las reglas de este modelo. El SIB TS obtenido inicialmente, sin aplicar sintonía fina, presentó un ID=0.05060, lo que evidencia el efecto beneficioso de la sintonía fina. Adicionalmente, cuando se identificó un SIB TS también con 4 reglas pero esta vez con un sólo centro por grupo el ID fue de 0.05369 sin sintonía fina y de 0.03726 con sintonía fina.

Esto evidencia nuevamente el efecto de la sintonía fina y como incluso con un sólo centro por grupo, el

Tabla 1: Resultados de identificación borrosa. Datos del horno de gas de Box and Jenkins.

Modelo	Entradas	NE	NR	NP	ID
Box y Jenkins (1970)	$y(t-1), y(t-2), u(t-3), u(t-4), u(t-5)$	5	-	10	0.202
Sugeno Yasukawa (1993)	$y(t-1), u(t-3), u(t-4)$	3	6	96	0.190
Wang y Langari (1995)	-	6	2	-	0.066
Sugeno y Tanaka (1991)	$y(t-1), y(t-2), y(t-2), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	6	2	17	0.068
Lin y Cuningham (1995)	-	5	4	354	0.071
Kim et al. (1997)	$y(t-1), y(t-2), y(t-2), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	6	2	38	0.055
Kim et al. (1998)	$y(t-1), y(t-2), y(t-2), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	6	2	110	0.048
Propuesta Actual	$y(t-1), y(t-2), y(t-2), u(t-1), u(t-2), u(t-3)$	6	4	114	0.025

Tabla 2: Modelo SIB TS horno de gas, con 4 reglas y 3 centros por regla. Normalización 11.

Reglas
R^1 : Si [$x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}$] es [0.52 0.56 0.52 0.80 0.69 0.50] [-0.16 0.01 0.31 0.88 0.80 0.36] [0.51 0.87 0.79 1.83 1.13 0.69] Entonces $y_n = 1.0586x_{1n} - 1.536x_{2n} + 1.591x_{3n} + 2.8897x_{4n} - 2.0181x_{5n} + 0.2173x_{6n} - 0.33392$
R^2 : Si [$x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}$] es [0.52 0.52 0.59 0.72 0.57 0.57] [0.15 0.27 0.44 0.62 0.48 0.67] [0.18 0.28 0.31 0.48 0.41 0.45] Entonces $y_n = -0.4347x_{1n} + 0.22714x_{2n} - 0.91284x_{3n} - 1.005x_{4n} + 1.9258x_{5n} - 0.79775x_{6n} + 0.77697$
R^3 : If [$x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}$] es [1.04 1.19 0.80 0.19 0.15 0.18] [0.71 0.60 0.49 0.29 0.30 0.32] [1.21 0.82 0.34 0.35 0.45 0.02] Else $y_n = 0.24964x_{1n} - 0.61368x_{2n} - 0.43622x_{3n} - 0.93623x_{4n} + 2.0208x_{5n} - 0.78576x_{6n} + 0.81479$
R^4 : Si [$x_{1n} \ x_{2n} \ x_{3n} \ x_{4n} \ x_{5n} \ x_{6n}$] es [0.28 0.29 0.38 0.52 0.48 0.48] [0.59 0.52 0.44 0.41 0.62 0.61] [0.63 0.56 0.54 0.41 0.34 0.30] Entonces $y_n = -0.36873x_{1n} + 0.43906x_{2n} - 0.043347x_{3n} + 3.7801x_{4n} - 3.2568x_{5n} + 1.1828x_{6n} - 0.30113$

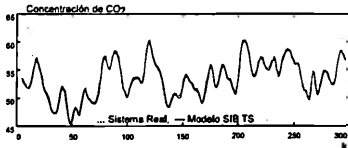


Figura 2: Desempeño del modelo borroso con 4 reglas y 3 centros por regla

método de identificación propuesto aquí mejora resultados previamente publicados. En este ejemplo, la sintonía fina se realizó utilizando el método Cuasi-Newton. Finalmente, a partir de los resultados de este ejemplo puede comprobarse la afirmación de que la sintonía fina aplicada aquí se comporta como una regularización basada sólo en los datos del proceso [(Tikhonov y Arsenin, 1977); (Draper y Nostrand, 1979)].

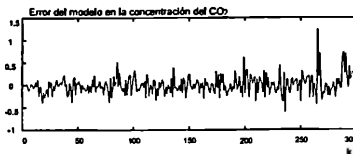


Figura 3: Error en la concentración de CO₂. Modelo borroso con 4 reglas y 3 centros por regla.

7.2 Problema de referencia (*Benchmark*) de un neutralizador de pH en aguas residuales industriales

Con este modelo se intenta capturar el comportamiento dinámico más relevante de un proceso de neutralización del pH en aguas residuales industriales, establecido previamente como problema de referencia en Alvarez, Londoño, disSciascio y Carelli (2001). Se tomó un conjunto de datos experimentales directamente del proceso instalado en el Instituto de Automática de la Universidad Nacional de San Juan, Argentina. Dicho montaje consiste de tres tanques y un reactor continuo en tanque agitado (CSTR) donde se lleva a cabo la neutralización. Los tanques contienen soluciones de un ácido fuerte (HNO_3), una base fuerte ($NaOH$) y una sal ácida ($NaHCO_3$) encargada de aportar el efecto amortiguador (buffer) al sistema químico.

Contiene tres bombas dosificadoras de soluciones comandadas desde la computadora por señales continuas 4 a 20 m.a. Se dispone de un sensor de pH con transmisión continua en corriente 4 a 20 m.a. instalado en la tubería de salida del reactor CSTR. Este montaje reproduce las condiciones de neutralización del pH en aguas residuales industriales, mediante la adición programa de las soluciones de ácido y sal, teniendo como acción de control la dosificación de solución de base.

El conjunto de datos usados en la identificación y validación del modelo SIB TS se obtuvo aplicando diversas perturbaciones al modelo fenomenológico validado con el proceso real. De ese modo, las regiones normales de operación del proceso quedaron cubiertas con 3000

Tabla 3: Modelo SIB TS neutralización del pH, con 5 reglas y 1 centros por regla. Normalización 11

Reglas	
R ¹ : Si [x_{1n} x_{2n} x_{3n} x_{4n} x_{5n} x_{6n} x_{7n}] es	[0.4980 0.4952 0.5516 0.5524 0.5517 0.5521 0.5511]
Entonces	$y_n = 1.9795x_{1n} - 0.9775x_{2n} - 0.0129x_{3n} + 0.0097x_{4n} + 0.0039x_{5n} + 0.0001x_{6n} - 0.0016x_{7n} - 0.00045$
R ² : Si [x_{1n} x_{2n} x_{3n} x_{4n} x_{5n} x_{6n} x_{7n}] es	[0.6927 0.6916 0.2673 0.2619 0.2605 0.2619 0.2675]
Entonces	$y_n = 1.9745x_{1n} - 0.9756x_{2n} - 0.0090x_{3n} - 0.0056x_{4n} + 0.0023x_{5n} + 0.0008x_{6n} + 0.00017x_{7n} + 0.00076$
R ³ : If [x_{1n} x_{2n} x_{3n} x_{4n} x_{5n} x_{6n} x_{7n}] es	[0.9048 0.9055 0.4247 0.4262 0.4266 0.4262 0.4247]
Else	$y_n = 1.9714x_{1n} - 0.9703x_{2n} - 0.158x_{3n} + 0.0119x_{4n} + 0.0050x_{5n} - 0.0008x_{6n} + 0.0004x_{7n} - 0.0013$
R ⁴ : Si [x_{1n} x_{2n} x_{3n} x_{4n} x_{5n} x_{6n} x_{7n}] es	[0.2694 0.2680 0.2044 0.2007 0.1997 0.1979 0.1991]
Entonces	$y_n = 2.0044x_{1n} - 1.0051x_{2n} - 0.0175x_{3n} + 0.0129x_{4n} + 0.0052x_{5n} - 0.0001x_{6n} - 0.0001x_{7n} + 0.0007$
R ⁵ : Si [x_{1n} x_{2n} x_{3n} x_{4n} x_{5n} x_{6n} x_{7n}] es	[0.2438 0.2451 0.6954 0.7043 0.7081 0.7051 0.6977]
Entonces	$y_n = 2.0048x_{1n} - 1.0068x_{2n} - 0.0042x_{3n} + 0.0047x_{4n} - 0.0024x_{5n} + 0.0015x_{6n} + 0.0004x_{7n} - 0.0022$

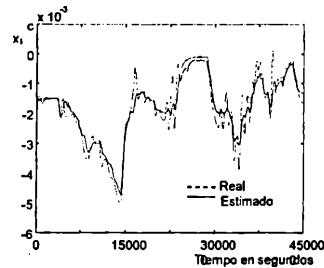


Figura 4: Comparación datos reales y estimados con el SIB TS para el estado x_1

datos de identificación y 3000 datos para la validación, todos tomados a un tiempo de muestreo de 15s. Para una descripción detallada del proceso y del procedimiento experimental véase Alvarez (2000).

Con el fin de evitar problemas de observabilidad entrada-salida del proceso, se estableció un modelo híbrido que combina dos modelos individuales (uno para cada estado x_1 y x_2) con una ecuación algebraica de salida en función de los estados $pH=f(x_1, x_2)$. La descripción de los estados se da en Alvarez et al. (2001), donde se establece el problema de referencia.

En el presente trabajo sólo se muestran los resultados para el modelo SIB TS del estado x_1 , pero los resultados para el estado x_2 fueron similares. En la Tabla 3 se muestran las reglas del modelo SIB TS para el estado x_1 . Las entradas del modelo (regresor) fueron dos valores retrasados del estado x_1 y cinco valores retrasados de la acción de control u , [$x_{1n}(k-1)$ $x_{1n}(k-2)$ $u_n(k-1)$ $u_n(k-2)$ $u_n(k-3)$ $u_n(k-4)$ $u_n(k-5)$].

El número óptimo de reglas (grupos o clusters) fue de cinco. Todas las variables se normalizaron en el intervalo [0, 1] mediante la ecuación 11, sin aplicar ningún procedimiento estadístico ni filtrado. El desempeño del modelo SIB TS con relación a los datos reales del proceso (conjunto de validación) se ve en la Figura 4. El error medio cuadrático del modelo SIB TS fue de 0.002705. En este modelo para el estado x_1 se realizó sintonía fina posterior al resultado presentado aquí, por medio de una

función de costo combinada entre el error de predicción del modelo un paso adelante y el comportamiento de un Controlador Predictivo Basado en Modelo que utiliza el modelo SIB TS. Tal controlador se enfrenta a la tarea de controlar el pH en una región seleccionada y acotada del espacio de operación del neutralizador. Una descripción más detallada de este tipo de regularización se presenta en Alvarez (2000). Luego de dicha sintonía fina, los resultados del modelo frente a los datos fueron peores (error medio cuadrático de 0.005528), pero su comportamiento como parte de la estructura de control que lo utiliza, fueron óptimos al mejorar el comportamiento del controlador.

Esto en apariencia contradice la intención de la sintonía fina. Sin embargo, una mirada más detallada muestra que se extendió la utilidad de la sintonía fina como método de valoración del modelo con relación a comportamientos no asociados directamente con los datos. Esto es lo que se denomina regularización extendida (Johansen, 1996).

8 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se presentaron algunos aspectos generales del modelamiento en ingeniería, haciendo énfasis en una metodología para aplicar modelos borrosos tipo Takagi-Sugeno a sistemas dinámicos. Los Conjuntos Borrosos Multidimensionales y un paso de sintonía fina fueron introducidos en el método de identificación como aspectos novedosos. La potencia que brindan estas adiciones fue mostrada al obtener mejores resultados identificando modelos SIB TS para el problema del horno de gas y para un neutralizador de aguas residuales industriales. Quedan otros tópicos sobre los SIB TS que aun deben estudiarse a fondo: la regularización de estos modelos mediante términos fenomenológicos y la utilización de vectores independientes en el antecedente y conse-

cuente de las reglas. Tales tópicos están siendo estudiados con el fin de obtener una metodología de identificación mucho más robusta y precisa a la hora de hallar modelos para sistemas dinámicos.

REFERENCIAS

- Alvarez, H. (2000), 'Control predictivo basado en modelo borroso para el control del PH', *Temas de Automática*. 10. Editorial Fundación UNSJ, San Juan, Argentina.
- Alvarez, H., Londoño, C., diSciascio, F. y Carelli, R. (2001), 'pH Neutralization process as a benchmark for testing nonlinear controllers', *Indust. and Eng. Chemistry Research* 26.
- Alvarez, H. y Peña, M. (2001), 'Implicit multidimensional fuzzy sets in Takagi-Sugeno fuzzy modeling', *International Congress on Computational Intelligence*.
- Babuska, R. y Verbruggen, H. (1995), 'An identification method for linguistic fuzzy models', *Proc. FUZZ-IEEE/IFES'95* 2.
- Bezdek, J. (1987), 'Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms', *Plenum Press*. Second Printing.
- Bossley, K. (1997), Neurofuzzy modelling approaches in system identification, PhD thesis, University of Southampton, U.K.
- Bremermann, H. y Anderson, R. (1990), An alternative to back-propagation: a simple rule of synaptic modification for neural net training and memory, Technical report, Center for pure and applied mathematics, University of California, Berkeley.
- Brown, M. y Harris, C. (1994), *Neurofuzzy adaptive modeling and control*, Prentice Hall.
- Draper, N. y Nostrand, R. (1979), 'Ridge regression and James-Stein estimation: review and comments', *Technometrics* 21(4).
- Driankov, D., Hellendoorn, H. y Reinfrank, M. (1993), *An introduction to fuzzy control*, Springer-Verlag.
- Espinosa, J. (2001), Fuzzy modeling and control, PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Jackson, J. (1991), *A User's guide to principal components*, John Wiley & Sons Inc.
- Johansen, T. (1996), 'Identification of nonlinear systems using empirical data and prior knowledge', *Automática* 32.
- Kim, E., Park, M. y Ji, S. (1997), 'A new approach to fuzzy modelling', *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 5(3).
- Kosko, B. (1997), *Fuzzy engineering*, Prentice-Hall.
- Laukonen, E. y Passino, K. (1995), 'Training fuzzy systems to perform estimation and identification', *Engng Applic. Artif. Intell.* 8, 499-514.
- Lewis, F. y Syrmos, V. (1995), *Optimal Control*, second edition edn, John Wiley & Sons Inc.
- Lidskog, P. (1996), Methods, algorithms and tools for systems identification based on prior knowledge, PhD thesis, Linköping University, Sweden.
- Linkens, D. y Kandiah, S. (1996), 'Long-range predictive control using fuzzy process models', *Trans. IChemE* 74. Part A.
- Mat (1996), *MATLAB, Optimization TOOLBOX, user's guide*.
- Michalewicz, Z. (1992), *Genetic algorithms+data structures=evolution programs*, Springer-Verlag.
- Peña, M., diSciascio, F. y Carelli, R. (1998), 'Identificación de la estructura de un modelo borroso tipo Takagi-Sugeno' *Memorias VIII Congreso Latinoamericano de Control Automáticos* 2.
- Rhodes y Morari (1996), 'Determining the model order of nonlinear input/output systems', *AIChE-Journal* 44.
- Sugeno, M. y Yasukawa, T. (1993), 'A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling', *IEEE trans. on Fuzzy Systems* 1.
- Takagi, T. y Sugeno, M. (1985), 'Fuzzy Identification of systems and its application to modeling an control', *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics* 15(1).
- Tikhonov, A. y Arsenin, V. (1977), *Solutions of ill-posed problems*, Winston Inc.
- Vásquez, C. y Alvarez, H. (1998), 'Integridad en un controlador difuso adaptado mediante algoritmos genéticos', *Memorias VII RPIC*.

