

Construcción de Mallas Triangulares no Estructuradas Aplicado al Ajuste de Superficies de Objetos Tridimensionales

Germán Sánchez Torres, Sandra P. Mateus Santiago
y John William Branch

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA.
Facultad de Minas. Escuela de Sistemas
{gsanche ; spmateus ; jwbranch}@unalmed.edu.co

Recibido para revisión Jul 2004, aceptado Ago 2004, versión final recibida Oct 2004

Resumen: En este trabajo se presenta una metodología para generar mallas triangulares no optimizadas de modelo no estructurado a partir de imágenes de rango. Las imágenes de rango suelen ser muy densas y por ello, reconstruir superficies con la totalidad de los puntos acarrea altos costos computacionales; para esto, se describe un modelo de selección de puntos bajo dos criterios diferentes: el primero, la medida de la distancia de cada punto a una aproximación lineal de la superficie; los puntos seleccionados en esta fase serán aquellos cuya distancia estimada sea menor o igual a un umbral σ establecido; y seguidamente, una selección de un conjunto de puntos, basada en la estimación de la curvatura; esta última, servirá como base para estimar la probabilidad de selección, que permitirá tener mayor densidad de puntos en regiones con altas variaciones de curvatura y menor densidad de puntos en regiones con bajas variaciones de ésta. De esta manera, es posible seleccionar un conjunto de puntos representativos de la superficie a reconstruir. Finalmente, se presentan resultados experimentales con imágenes de rango reales en formato flynn's.

Palabras Clave: Mallas Triangulares, Superficies 3D, Imágenes de Rango

Abstract: The range images usually are very dense and for that reason to reconstruct surfaces with all of the points is expensive. This work, propose a methodology to create triangular meshes not optimized of not structured models from range images, which consists in a strategy of points selection based in two criteria's: first, the measure of the distance of each point to a lineal approach of the surface; the points selected in this phase will be those whose distance is smaller or similar to an threshold σ ; second, a selection of points, based on the curvature estimate; this last one, will serve like base to estimate the selection probability that will allow to have bigger density of points in regions with high curvature variations and smaller density of points in regions with low curvature variations. This way, it is possible to select a set of representative points of the surface to reconstruct. Finally, experimental results are presented with real range images in format flynn's.

Keywords: Triangular Meshes, 3D surfaces, Range Images

1 INTRODUCCIÓN

Las mallas triangulares consisten de un conjunto de puntos con coordenadas 3D, que representan una superficie, y una estructura que describe como estos puntos son conectados en triángulos [Campbell y Flynn (2001) y Soderkvist (1999)]. Las mallas pueden ser estructuradas o no estructuradas. En las primeras, la conectividad puede ser descrita por algún esquema de indexamiento; mientras que en las segundas, esa relación no existe y se hace necesario una estructura de datos especial

para representar la información de dicha conectividad [Shewchuk (1999)].

En el proceso de representación de superficies, la comunidad de visión por computador, generalmente, emplea ampliamente imágenes de rango como fuente de datos [Hoffman (1987)]. Estas son un tipo especial de imágenes digitales en donde cada píxel expresa la distancia entre un punto de referencia conocido y un punto visible de la escena [Curless y Levoy (1996)].

En este trabajo se presenta una metodología para generar mallas triangulares de modelo no estructurado

a partir de imágenes de rango, que representen superficies de objetos 3D de forma libre, sin la implementación de algoritmos de optimización; para esto, se describe un modelo de selección de puntos bajo dos criterios diferentes: El primero, la medida de la distancia de cada punto a una aproximación lineal de la superficie. Los puntos seleccionados en esta fase, serán aquellos cuya distancia estimada sea menor o igual a un umbral σ establecido. El segundo, una selección basada en la estimación de la curvatura para cada punto; esta última, servirá como base para la estimación de la probabilidad de selección, que permitirá tener mayor densidad de puntos en regiones con altas variaciones de curvatura y menor densidad de puntos en regiones con bajas variaciones de ésta. Finalmente, la reconstrucción de la superficie se realiza mediante un algoritmo de inserción incremental de puntos para la generación de mallas triangulares mediante el criterio Delaunay, que se aplica al conjunto de puntos seleccionado en las dos fases anteriores.

Este documento esta organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se hace una descripción del problema. La sección 3 hace referencia a trabajos previos. En la sección 4 se explica en detalle el método propuesto. La sección 5 presenta los resultados. La sección 6 esboza las conclusiones y la sección 7 presenta trabajos futuros en el tema abordado.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La representación de superficies mediante mallas no estructuradas, constituye el método más comúnmente utilizado para modelar la geometría de objetos y superficies 3D; sin embargo, la generación de una buena representación es costosa computacionalmente, dado que las mallas suelen ser muy densas porque interpolan todos los puntos obtenidos mediante el proceso de sensado, esto hace necesario aplicar un costoso algoritmo de refinamiento que disminuya la densidad de la malla, sin una pérdida considerable de precisión.

Las altas densidades de las mallas al emplear imágenes de rango se generan, debido a que estas son producidas con dispositivos que generalmente poseen gran precisión y sensan gran cantidad de puntos sobre la superficie, por lo tanto el representar superficies u objetos directamente desde las imágenes de rango emplea altos costos computacionales, tanto para la generación de la malla como para su almacenamiento y visualización. Obtener una buena representación computacional mediante métodos de triangulación empleando imágenes de rango es posible si se seleccionan un conjunto de puntos de menor tamaño que sean representativos de la superficie a reconstruir. Un conjunto de puntos representativo debe permitir modelar las variaciones topológicas de los objetos de forma libre concentrando mayor cantidad de

puntos en regiones con altos niveles de curvatura e inversamente disminuir la densidad en regiones de naturaleza menos curvadas.

3 TRABAJOS PREVIOS

La reconstrucción de superficies de objetos de forma libre ha sido un campo de investigación muy activo en las últimas décadas. Las investigaciones y trabajos en el campo de la reconstrucción de superficies mediante mallas triangulares han heredado una densa variedad de métodos y estrategias basadas en general en dos técnicas: refinamiento de la mallas mediante funciones de optimización y generación de mallas mediante una subdivisión del espacio de la superficie en elementos volumétricos como cubos y tetraedros.

Las técnicas basadas en funciones de optimización consisten en generar inicialmente mallas que interpolen todos los puntos contenidos en las imágenes de rango como en [Hoppe, DeRose, Duchamp, McDonald y Stuetzle (1992)] para luego reducir su densidad mediante la minimización de la función de energía, generalmente estos métodos demandan altos costos computacionales, por lo que en algunas ocasiones suelen ser poco convenientes, sin embargo han demostrado obtener representaciones aceptables de un amplio dominio de objetos.

Las técnicas de subdivisión como el de Wyvill, McPheeters y Wyvill (1986), generan mallas a partir de una descomposición de espacio en cubos, similar al clásico enfoque del algoritmo de "Marching cubes" propuesto por Lorensen y Cline (1987) y variaciones similares como la de Allgower y Schmidt (1985), quienes proponen subdividir el espacio en tetraedros para evitar condiciones ambiguas presentes en el método de Lorensen; este enfoque en general produce representaciones muy buenas, sin embargo el hecho de subdividir el espacio en regiones de tamaño constante evita que pueda modelarse diferentes niveles de detalle de topología de las superficies.

4 MÉTODO PROPUESTO

4.1 Función de Distancia

La función de distancia $D_u(P)$ desde un punto arbitrario $P \in R^3$ a una superficie cercana U , es la distancia entre P y el punto mas cercano $Z \in U$, multiplicada por ± 1 dependiendo del lado de la superficie en el que se encuentre P [Curless y Levoy (1996)]. La estimación de función de distancia es muy utilizada para la generación de iso-superficies que pueden ser extraídas con diferentes métodos [Curless y Levoy (1996) y Hoppe et al. (1992)].

En este trabajo, la estimación de la distancia se tomará como parámetro para seleccionar puntos con el fin de reducir el error del ajuste de los datos a una aproxi-

mación lineal de la superficie; debido a que, una malla triangular será una aproximación lineal de la superficie real. Por lo anterior los puntos seleccionados, serán aquellos cuya distancia sea menor o igual a un límite σ estipulado para el proceso. Es conveniente que este límite sea el error medio del sensor utilizado para generar la imagen de rango.

Para estimar la función de distancia, el primer paso es calcular un plano tangente a el punto P , y será el plano que mejor ajuste un conjunto de datos vecinos de P . Este vecindario se puede determinar fácilmente en una imagen de rango como los datos alrededor de P en la matriz de rango. El plano se calcula resolviendo el conjunto de ecuaciones lineales en (1):

$$W = \begin{bmatrix} \sum (x - x_0)^2 & \sum (x - x_0)(y - y_0) & \sum (x - x_0)(z - z_0) \\ \sum (x - x_0)(y - y_0) & \sum (y - y_0)^2 & \sum (y - y_0)(z - z_0) \\ \sum (x - x_0)(z - z_0) & \sum (y - y_0)(z - z_0) & \sum (z - z_0)^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde el punto (x_0, y_0, z_0) , es el centro de masa del conjunto de datos vecinos. Al resolver el sistema, el plano queda definido por el eigenvector del menor eigenvalor de esta matriz, y la distancia de un punto (x_i, y_i, z_i) al plano $A_x + B_y + C_z - D = 0$ se define en la ecuación (2):

$$R_i = \frac{Ax_i + By_i + Cz_i - D}{\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}} \quad (2)$$

finalmente los puntos cuya distancia sea menor igual a σ , serán seleccionados.

4.2 Estimación de la Curvatura

La estimación de la curvatura es un proceso basado en la geometría intrínseca en cada superficie contenida en una imagen de rango $R(r, c)$. La finalidad de este paso es generar una imagen de curvatura $K(r, c)$ sobre la cual, en la etapa siguiente, se seleccionarán los puntos que representarán finalmente la superficie S .

Para esto, es necesario recalcular la coordenada Z del objeto y generar z' la cual contendrá la variación real de la curvatura [Ver Figura 1]; es decir, lo que se busca es eliminar la distancia introducida por el ancho del objeto que fue sensado, con lo que se obtiene $R'(r, c)$, esto se realiza restando a cada valor de la coordenada Z en $R(r, c)$, el mínimo valor de Z que pertenezca a un punto válido de $R(r, c)$.

La curvatura se estimará con la adición matemática de las curvaturas vertical y horizontal. Estas curvaturas se definen en (3) [García (1997), García, Domingo y Basanez (1997) y Rieger, Timmermans, van Vliet y Verbeek (2002)]:



Figura 1: Distribución de los valores de las coordenadas (a) Z y (b) Z'

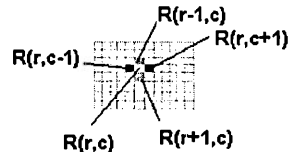


Figura 2: Matriz de Rango

$$\begin{aligned} K_{r,c}^C &= R'_z(r, c - 1) - 2R'_z(r, c) + R'_z(r, c + 1) \\ K_{r,c}^R &= R'_z(r - 1, c) - 2R'_z(r, c) + R'_z(r + 1, c) \end{aligned} \quad (3)$$

en donde $R(u, m)$ es la posición relativa de cada punto de acuerdo a una estructura matricial que define la imagen de rango [Ver Figura 2].

Este proceso se realizará para cada uno de los puntos de la imagen de rango, a diferencia de García (1997), en donde no se hace ninguna restricción en cuanto al intervalo de variación de la curvatura, y los puntos sobre el fondo tendrán un valor de curvatura constante igual a 0.

4.3 Selección Aleatoria de Puntos

El objetivo de esta etapa es la selección de un conjunto de puntos de tamaño establecido de la imagen de rango $R(r, c)$ y que hayan sido seleccionados en la primera etapa. La selección se hará basada en la curvatura estimada en la fase anterior.

Esta selección debe permitir concentrar mayor cantidad de puntos en regiones en donde la curvatura estimada sea mayor; debido a que, al modelar superficies de objetos de forma libre la mayor dificultad está en representar las regiones con alto nivel de variación de la curvatura, inversamente a esto, para representar regiones cuya topología es muy poco curvada, no se hace necesario obtener una muestra muy densa de puntos.

De cualquier manera, no deben existir agrupamientos excesivos, ni grandes dispersiones en la distribución

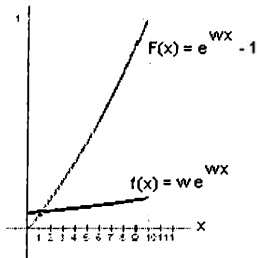


Figura 3: Función de distribución de probabilidad y Función acumulada de probabilidad normalizada para $M = 10$

de los puntos, puesto que, esto representaría pérdida de precisión en la representación del objeto. La mayor dificultad de esta fase consiste en seleccionar una buena distribución de probabilidad que genere una muestra representativa de la geometría del objeto.

Por lo tanto, consideraremos la medida de la curvatura estimada como una variable aleatoria continua no uniforme, para la cual su dominio o rango es variante en cada una de las superficies a representar, porque los niveles de curvatura de una superficie varían dependiendo de la topología o geometría de cada superficie; debido a esto, la probabilidad de selección de un determinado nivel de curvatura, también deberá variar con cada superficie.

Para representar la probabilidad del evento de selección de una medida específica de curvatura, adoptaremos una función de distribución de probabilidad de tipo exponencial creciente de la forma (4):

$$f(x) = \omega e^{\omega x} \quad (4)$$

y cuya función acumulada de probabilidad $F(x)$, se obtiene integrando $f(x)$, de tal forma que:

$$F(x) = \int_0^x f(x) \delta x = \int_0^x \omega e^{\omega x} \delta x \quad (5)$$

$$F(x) = e^{\omega x} - 1 \quad (6)$$

Como se explicó anteriormente, en cada superficie el rango de la curvatura es variante, y siempre lo hará en un intervalo de $[0, M]$, por esta razón y con el objetivo de normalizar $F(x)$ [Canavos (1987)], la constante ω se define de la forma:

$$\omega = \frac{1}{M} \ln(2) \quad (7)$$

el comportamiento de $f(x)$ y $F(x)$ se muestra en la Figura 3.

Finalmente, los números aleatorios que siguen la distribución de probabilidad anterior, se calculan mediante el método de la transformada inversa $F^{-1}(A)$

como se muestra en la ecuación (8), en donde A , es un número aleatorio con función de probabilidad uniforme, obtenido mediante un generador de números pseudo-aleatorios congruencial multiplicativo, de librerías estándar del lenguaje C.

$$F(x) = e^{\omega x} - 1 = A$$

$$F^{-1}(A) = \frac{1}{\omega} \ln(r + 1) = x \quad (8)$$

Para nuestro caso, la selección se realiza escogiendo aleatoriamente intervalos de curvatura, y escogiendo todos los puntos que se encuentren en tal intervalo. La división del rango de curvatura en intervalos, puede generar una buena muestra a medida que los intervalos se van haciendo más pequeños.

4.4 Generación de la Malla No Estructurada

Con el conjunto de puntos seleccionados luego de la aplicación de las fases de filtrado anteriores, se construye una triangulación Delaunay [Edelsbrunner y Shah (1992)]. La triangulación Delaunay es una estructura geométrica que ha tomado gran popularidad en la generación de mallas. Consiste en un conjunto de triángulos cuyos vértices no se interceptan con ningún otro; es decir, que para cada triángulo debe existir un circuncírculo que no contenga ningún otro vértice [Ver Figura 4].

Existen diversas y muy variadas técnicas para la construcción de la triangulación Delaunay. Para este trabajo se implementó el modelo incremental de la triangulación Delaunay. Este es un modelo eficiente debido a que tiene una complejidad algorítmica de $O(n \log(n))$. Este procedimiento consiste inicialmente, en calcular un triángulo que contenga en su interior todos los puntos que contendrá la malla, para luego subdividirlo a medida que los puntos son insertados incrementalmente en la triangulación. Esta subdivisión es realizada de acuerdo a su posición con respecto a la triangulación en la que se encuentre el punto insertado, desde esta perspectiva un punto puede caer en dos posición generales; en el interior de cualquier triángulo ó sobre la arista de uno de ellos, para cada uno de estos casos se realiza un procedimiento de intercambio de arista para permitir el ingreso del punto [Ver Figura 4 (a),(b)].

Los algoritmos de triangulación generan la cobertura convexa del conjunto de puntos, por lo que en algunas ocasiones fue necesario aplicar un algoritmo adicional que limitara el largo de las aristas de los triángulos, debido a que, interpolan puntos que no están unidos en la superficie real. Este algoritmo puede eliminar algunos triángulos; la cantidad eliminada, dependerá exclusivamente del parámetro con que se restrinja la longitud de las aristas [Ver Figura 5].



Figura 4: Intercambio de aristas acorde a la posición del punto; (a) Punto al interior del triángulo, (b) Punto sobre una arista, (c) Triangulación Delaunay

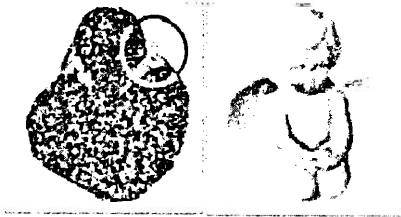


Figura 5: Triangulación Delaunay, (a) Cobertura convexa (b) Resultado algoritmo de restricción del largo de aristas

4.5 Cálculo de las Normales de Superficie

Si se parte de un triángulo, con tres vértices P_1 , P_2 y P_3 , el vector normal está definido mediante el producto cruz entre V_1 y V_2 , donde V_1 y V_2 , se calculan mediante la ecuación (9):

$$\begin{aligned} V_1 &= P_m - P_n \\ V_2 &= P_u - P_n \end{aligned} \quad (9)$$

siendo P_n , P_m , P_u , cada uno de los tres vértices del triángulo.

El producto cruz añade un aspecto de importancia debido a que este es anti-conmutativo y el orden de los vértices para el cálculo del vector puede causar una variación en el sentido de la normal. La técnica utilizada en este trabajo consiste en seleccionar un orden cuya dirección siempre sea uniforme [Ver Figura 6], así se evita el costo de tener que ordenar todos los triángulos a medida que se van generando.

Esta técnica mejora la calidad de la representación debido a que garantiza que las normales tienen una orientación uniforme y evita zonas oscuras causadas por el incorrecto cálculo de las normales, adicionalmente en cada vértice de la malla los vectores normales se calcularon como el promedio de todos los vectores normales de los triángulos incidentes a cada uno de los vértices [Ver Figura 7].

Los vectores normales son utilizados en la representación computacional final de las superficies, con ellos

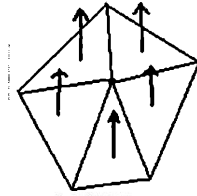


Figura 6: Cálculo de los vectores normales con producto cruz uniforme

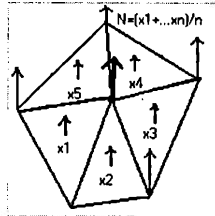


Figura 7: Vectores normales por vértices como promedio de los vectores de los triángulos adyacentes

es posible aplicar una técnicas graficas que mejoren la calidad de la representación, generalmente son utilizados para la interpolación lineal de un color o forma a través de un polígono; éste se considera un método muy simple y efectivo para darle una apariencia curvada a un polígono que posee una naturaleza plana. La apariencia curvada es posible aplicando un patrón de iluminación a cada vértice del polígono y entonces promediar los valores de color en toda la superficie del objeto.

Algunos problemas y mejoras en procedimiento de cálculo de los vectores normales se muestra en la Figura 8, en el cual se renderiza un objeto de topología arbitraria y se muestran los resultados de en cada uno de los pasos.



Figura 8: Técnicas del cálculo de los vectores normales. (a) problemas del producto cruz (b) producto cruz de signo uniforme, (c) normales promediadas

5 RESULTADOS

Esta técnica fue probada con un grupo de imágenes de rango obtenidas de The Signal Analysis and Machine Perception Laboratory at the Ohio State University generadas con un scanner OSU's Minolta 700, las imágenes fueron generadas a partir de objetos de topología arbitraria que presentan regiones altamente curvadas con lo que se buscaba la representatividad de un dominio amplio de objetos.

Para calcular el error estimado de la representación, se calculó la varianza residual con $n-3$ grados de libertad (n es el número total de puntos), a partir de la distancia al plano definido por el triángulo que contenía a cada uno de los puntos que no hacían parte de la triangulación pero que pertenecían a la imagen de rango original.

Los tiempos de ejecución para cada una de las fases de este trabajo fueron obtenidos utilizando un procesador AMD a 2,0GHz con 512Mb de Memoria y se muestran en la Figura 9, 10 y 11.

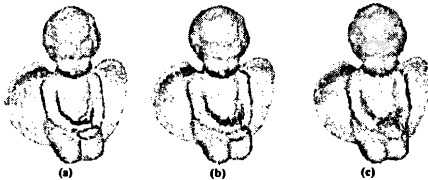


Figura 9: Resultados de reducción de puntos (a) imagen original, (b) Reducción del 66.25% de los puntos, Error – 0.35 y (c) Reducción del 79.75% de los puntos, Error – 0.46

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una técnica para generar mallas triangulares que representen superficies de objetos 3D, las mallas son generadas a partir de un conjunto de puntos representativos de la topología de las superficies obtenidos mediante un proceso de selección. Los criterios de selección garantizan una adecuada representación de la superficie, concentrando puntos en áreas con mayor nivel de curvatura y disminuyendo la densidad de estos en regiones poco curvadas.

La técnica propuesta evita los altos costos computacionales que acarrearán los algoritmos de optimización que comúnmente suelen aplicarse para obtener representaciones triangulares, y se obtienen representaciones en tiempos considerablemente más bajos en relación a técnicas clásicas basadas en optimización mediante minimización de la función de energía.

En general las representaciones presentan niveles de

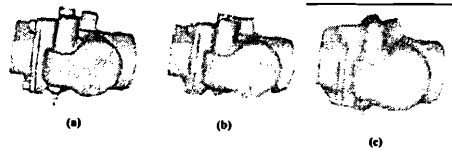


Figura 10: Resultados de reducción de puntos (a) imagen original, (b) Reducción del 64.76% de los puntos, Error – 0.29 y (c) Reducción del 78.86% de los puntos, Error – 0.38

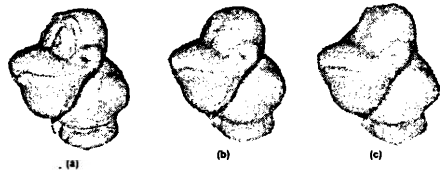


Figura 11: Resultados de reducción de puntos (a) imagen original, (b) Reducción del 45.15% de los puntos, Error – 0.19 y (c) Reducción del 67.10% de los puntos, Error – 0.38

error y tiempos de procesamiento aceptables en relación con métodos clásicos encontrados en la literatura, sin embargo la naturaleza aleatoria de la técnica produce efectos no deseables como la imposibilidad de obtener dos representaciones exactamente iguales, en algunos casos es imposible garantizar la correcta representación de los límites de la superficie por que no se puede garantizar que la totalidad de estos puntos sean seleccionados.

7 TRABAJOS FUTUROS

La técnica propuesta permite representar adecuadamente superficies de objetos que poseen topología arbitraria. El procedimiento en general se basa en obtener un conjunto de puntos de menor densidad que permitan obtener una representación adecuada de la superficie evitando la aplicación de algoritmos de optimización, y generando mallas que se adaptan mejor a la topología de las superficies representadas. Sin embargo la aleatoriedad en la selección de puntos es susceptible de ser mejorada aplicando técnicas evolutivas que conviertan la técnica en altamente determinística.

En el futuro esperamos mejorar la calidad de las representaciones, empleando superficies matemáticas como NURBS o Splines, calculadas a partir de las mallas triangulares generadas con la técnica expuesta, esperando mejoras en la suavidad y la precisión de los modelos obtenidos.

REFERENCIAS

- Allgower, E. y Schmidt, P. (1985), 'An algorithm for piecewise linear approximation of an implicitly defined manifold', *SIAM Journal of Numerical Analysis* 22, 322-346.
- Campbell, R. y Flynn, P. (2001), 'A survey of free-form objects representation and recognition techniques', *Comput. Vis. Image Underst.* 81(2), 166-210.
- Canavos, G. (1987), *Probabilidad y Estadística aplicaciones y métodos*, Mc-Graw Hill.
- Curless, B. y Levoy, M. (1996), A volumetric method for building complex models from range images, in 'Proceedings of SIGGRAPH '96', pp. 303-312.
- Edelsbrunner, H. y Shah, N. (1992), Incremental topological flipping works for regular triangulations, in 'Proc. 8th ACM Symp. Comp. Geometry', pp. 43-52.
- García, M. (1997), Efficient approximation of range images through data-dependent adaptive triangulations, in 'IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition', San Juan, Puerto Rico.
- García, M., Domingo, S. y Basanez, L. (1997), Efficient approximation of range images through data-dependent adaptive triangulations, in 'IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97)', p. 628.
- Hoffman, R. (1987), 'Segmentation and classification of range images', *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 9, 608-620.
- Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J. y Stuetzle, W. (1992), Surface reconstruction from unorganized points, in 'Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)', Vol. 26. pp. 71-78.
- Lorensen, W. y Cline, H. (1987), 'Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm', *Computer Graphics* 21(4), 163-169.
- Rieger, B., Timmermans, F., van Vliet, L. y Verbeek, P. (2002), Curvature estimation of surfaces in 3D grey-value images, in '16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'02)', Vol. 1, p. 10684.
- Shewchuk, J. (1999), Lectures notes on Delaunay mesh generation, Technical report, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California at Berkeley.
- Soderkvist, I. (1999), Introductory overview of surface reconstruction methods, Technical report, Department of Mathematics, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden. Technical Report 1999-10.
- Wyvill, C., McPheeters, C. y Wyvill, B. (1986), 'Data structures for soft objects', *The Visual Computer* 2(1), 227-231.
- German Sánchez Torres:** Ingeniero de Sistemas, Candidato a Magíster en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional de Colombia. Actualmente se desempeña como profesor ocasional de la asignatura Sistemas Operativos de la Escuela de Sistemas - Facultad de Minas y ha trabajado en proyectos de investigación en el área de Visión Artificial.
- Sandra P. Mateus Santiago:** Ingeniero de Sistemas, Candidato a Magíster en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional de Colombia. Actualmente se desempeña como profesor ocasional de la asignatura Arquitectura de Microcomputadores de la Escuela de Eléctrica - Facultad de Minas y ha trabajado en proyectos de investigación en el área de Visión Artificial.
- John William Branch:** Magíster en Ingeniería de Sistemas, Candidato a Doctor en Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia. Actualmente se desempeña como profesor asistente de la Escuela de Sistemas - Facultad de Minas y ha dirigido y trabajado en proyectos de investigación en el área de Visión Artificial.

