

**Reseñas de algunos trabajos de pregrado de los
programas de Matemáticas y Ciencias de la
Computación Universidad Nacional de
Colombia Sede Bogotá. 2022-I**

Dirección de Área Curricular^a

1. Solución del problema de producción “Temprana-Tardía” (Earliness/Tardiness) con los métodos de discretización

Estudiante **José Eduardo Díaz Moreno***

Directora **Alina Fedossova****

Emails *joediazmo@unal.edu.co, **afedosova@unal.edu.co

RESUMEN. Se estudia el modelo matemático para el problema de producción ‘temprana-tardía’ (earliness/tardiness) como un problema de Optimización Semi-Infinita (*SIP*), buscando la construcción de un algoritmo de discretización para la solución del problema. Luego se realizarán experimentos numéricos para comparar los resultados con los obtenidos con otros métodos. Finalmente, se realizará una aplicación a una empresa colombiana de máquinas vending. Este problema fue descrito por primera vez en el artículo publicado por Wang y Fang en 1996 y tratado con un *Algoritmo Genético*. En 1997 Li y Wang encontraron una solución por el método de *Recocido Simulado*. Volkov y Zavriev estudiaron una aproximación estocástica en ese mismo año y uso se daría después por Valencia en 2019, mejorándolo y hallando una nueva solución al problema. El algoritmo SQP se usará y se aplicará a datos originales del primer artículo y con datos nuevos de la empresa colombiana ya mencionada.

¹Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
^acoocurmat_fcbog@unal.edu.co

2. Cuantificación del beneficio de los modelos de seguridad predictiva entrenados con datos sesgados en Bogotá

Estudiante **Agustín Fernández Bermúdez***

Director **Francisco Albeiro Gómez Jaramillo****

Emails *agfernandezb@unal.edu.co, **fagomezj@unal.edu.co

RESUMEN. Frente a la evidencia de que modelos matemáticos y computacionales utilizados en la seguridad predictiva pueden reforzar ciertos sesgos encontrados en los datos de la policía, se ha propuesto el uso de reportes de crímenes por parte de las víctimas para construir estos modelos. Sin embargo, al entrenar estos modelos con reportes se pueden producir predicciones sesgadas producto de la diferencia de reporte por zonas, en donde aquellos lugares donde hay más reportes, el modelo puede evidenciar mayor criminalidad y sesgar allí sus predicciones.

En esta tesis se hace una simulación en Bogotá basada en tasas de reporte y victimización estimadas para 2014, 2017 y 2018. Se estudió el efecto del incremento del reporte para estos años en un modelo aplicado anteriormente (SEPP), entrenado con crímenes reportados y se crearon dos modelos dividiendo el número de crímenes en Bogotá por celdas de 1km^2 dadas por el modelo SEPP 2017-2018 entre el reporte estimado para 2014-2017. En el primer modelo el reporte estimado se hace por celdas de 1km^2 y en el segundo el reporte estimado se hace por las localidades de Bogotá.

Para el modelo SEPP y el primer ajuste hecho por celdas, se encontró que al incrementar la tasa de reporte se reduce el sesgo y se aumenta la precisión. En el segundo ajuste hecho por localidades, se logró un modelo más preciso que el modelo SEPP y el primer ajuste, pero cuya precisión disminuyó en 2018 frente a 2017 donde se evidenció un aumento de la tasa de reporte. En conclusión, los resultados sugieren que modelos ajustados por localidades que incluyan las tasas de reporte podrían resultar en modelos menos sesgados y más precisos.

3. Modelamiento y solución del problema de esterilización de alimentos preempacados con programación semi-infinita

Estudiante **David Santiago Garzón Monje***

Directora **Alina Fedossova****

Emails *dgarzonm@unal.edu.co, **afedosova@unal.edu.co

RESUMEN. Se considera el problema de esterilización de alimentos preempacados cuyo modelamiento conduce a un problema de control óptimo donde el estado y el control satisfacen una ecuación de calor no lineal. Tal ecuación es estudiada bajo tres análisis diferentes; de modo que, usando diferencias finitas se adaptan los famosos método explícito y método de Crank-Nicolson, al mismo tiempo que se hace un examen desde el cálculo

variacional combinado con una discretización por elementos finitos. Se plantean pues dos algoritmos a gran escala para dar solución numérica al problema, el primero asociado al concepto de programación semi-infinita y el segundo siendo un algoritmo clásico en control óptimo deducido por otros autores. Para la implementación de los respectivos algoritmos se trabaja con el solver `fmincon` del software MATLAB® empleando el método de punto interior a gran escala. Los resultados obtenidos son positivos para el primer algoritmo, inclusive mejores en comparación con otros autores, pero el solver produce soluciones no factibles para el segundo algoritmo en el que es recomendable usar un método SQP, reducido y a gran escala del cual no dispone MATLAB®.

4. Teoría Homotópica de Tipos en el Contexto de la Geometría de Cartan

Estudiante **Sergio David Lara González***

Director **Andrés Villaveces Niño****

Emails *sdlarag@unal.edu.co, **avillavecesn@unal.edu.co

RESUMEN. Estudiamos lo básico de la teoría homotópica de tipos (HoTT), una nueva perspectiva para la fundamentación de las matemáticas; se detallan algunas características de la lógica interna que aparece al considerar a los tipos como proposiciones y se construyen algunos tipos básicos llevando a las definiciones de homotopía y equivalencia, así como la presentación de los tipos inductivos. También se definen modalidades en HoTT, se da una breve comparativa entre las modalidades en teoría homotópica de tipos y los operadores modales en lógicas modales. Por último, se dan algunas construcciones por medio de una modalidad llamada correducción tales como el disco formal y espacio étale formal, así como propiedades básicas de estas construcciones.

5. Descent distribution on Catalan words avoiding a consecutive pattern of length at most three

Estudiante **Alejandra Rojas Osorio***

Director **José Luis Ramírez****

Emails *alrojasos@unal.edu.co, **jlramirezr@unal.edu.co

RESUMEN. Una palabra de Catalan $w = w_1 w_2 \cdots w_n$ es una sobre el conjunto de enteros positivos que satisface $w_1 = 0$ y $0 \leq w_i \leq w_{i-1} + 1$ para $i = 2, \dots, n$. Las palabras de Catalan de longitud n se enumeran con el número de Catalan $C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$. En el presente trabajo, calculamos la distribución de la estadística del número de descensos en las palabras de Catalan evitando un patrón consecutivo de longitud a lo más tres. Baril–Kirgizov–Vajnovszki comenzaron el estudio de los patrones en las secuencias de palabras de Catalan, centrándose en la enumeración de aquellas que evitan los patrones clásicos de longitud tres. Hacemos uso del

método simbólico para asociar ecuaciones funcionales que son satisfechas por las funciones generatrices de conteo. Como consecuencia, enumeramos el conjunto de palabras de Catalan que evitan patrones consecutivos de longitud a lo más tres, y también proporcionamos el número total de descensos en este conjunto.

6. Aspectos de sistemas dinámicos

Estudiante **Juan Pablo Ortega***

Director **Juan Galvis****

Emails *jortegab@unal.edu.co, **jcgalvisa@unal.edu.co

RESUMEN. Varios estudios han demostrado que obtener y predecir el impacto de la actividad humana en los servicios de los ecosistemas será fundamental para apoyar la conciencia de las partes interesadas y decidir cómo interactuar con el medio ambiente de una manera más sostenible. En este sentido, los ecosistemas denominados bordes de carretera cobran especial importancia por su longitud y superficie a escala internacional, y por su papel en el control de los daños causados por las carreteras. Esta investigación desarrolla un modelo basado en sistemas dinámicos que tiene como objetivo estimar el impacto ecológico y económico del mantenimiento en los bordes de carretera en Francia. Las estrategias de mantenimiento de los bordes de carretera se simulan para comparar su desempeño. Los resultados muestran que hay formas de mejorar las estrategias de mantenimiento actuales en términos del valor de la polinización, pero también que el modelo debe considerar otros servicios ecosistémicos y efectos sinérgicos que podrían afectar aún más la polinización para obtener estimaciones más precisas.

7. Fundamentos matemáticos del problema de la elección racional del consumidor bajo ambigüedad

Estudiante **Cristhian A. Pinto Rodríguez***

Director **Juan Pablo Gama Torres****, Codirector **Leonardo Rendón Arbeláez*****

Emails *crapintoro@unal.edu.co, **jpgamat@impa.br,
***lrendona@unal.edu.co

RESUMEN. En este trabajo desarrollamos los fundamentos matemáticos de la elección racional bajo ambigüedad de Gilboa-Schmeidler. Entendemos por *ambigüedad* una situación en la que un individuo no puede especificar la medida de probabilidad sobre los estados de la naturaleza en un problema de decisión. Empezamos con la teoría clásica de la decisión sin incertidumbre, y seguimos con elección racional bajo riesgo e incertidumbre. Para el caso de riesgo analizamos la utilidad esperada de von Neumann-Morgenstern, y para incertidumbre la utilidad esperada

de Savage. Luego presentamos la probabilidad subjetiva de Anscombe-Aumann, que es un modelo que crea una estructura adecuada para diferenciar estos dos conceptos. Finalmente, introducimos el modelo de Gilboa-Schmeidler que define una representación de utilidad de una preferencia en el marco de Anscombe-Aumann capaz de resolver apropiadamente la paradoja de Ellsberg.

8. On Lattices and Topology

Estudiante **Luisa Fernanda Rozo Posada***

Directora *Ibeth Marcela Rubio Perilla***

Emails *lfrozopo@unal.edu.co, **imrubiop@unal.edu.co

RESUMEN. En este trabajo de grado se presentan algunas topologías sobre retículos, las condiciones para hablar de retículos topológicos y algunos resultados relacionados con estos. Como resultados principales, se resalta por qué en la literatura se prefiere el estudio de la topología del intervalo sobre la topología de colas cerradas. Además, se muestra la fuerte relación entre propiedades topológicas y algebraicas del retículo topológico, por ejemplo entre la compacidad y la existencia de un elemento maximal del retículo, o si este es completo en el sentido algebraico. Entre otras propiedades, se estudia el comportamiento de estas topologías con algunos axiomas de separación. Finalmente, se expone la generalización de conceptos de la topología general en términos de retículos de Boole completos a través de operadores de Kuratowski, para dar una mirada a los retículos topológicos desde otra perspectiva.

9. El teorema de los números primos, prueba analítica y elemental

Estudiante **David Tellez***

Director *John Jaime Rodríguez***

Emails *dctellezg@unal.edu.co, **jjrodriguezv@unal.edu.co

RESUMEN. El teorema de los números primos dice que, en el límite, el cociente $\frac{\pi(x) \log(x)}{x}$ tiende a 1. Se han encontrado dos formas de deducir este resultado. La primera, denominada clásica, depende del uso de la variable compleja. La segunda, denominada elemental, usa sólo herramientas del análisis real. En este trabajo se presenta un esbozo de la demostración clásica del teorema de los números primos y una reconstrucción de la prueba elemental. Siguiendo una observación de Tao se argumentará que, a pesar de que los métodos usados son distintos, la idea directora subyacente a las dos demostraciones es esencialmente la misma: dar solución a la existencia de un cero de la función zeta, cuyo valor real sea igual a 1. Esto nos llevará a mostrar que la idea principal detrás de la prueba elemental está motivada en el fondo por razones dependientes de la variable compleja.

10. **Orden del Caos. Una introducción a la Teoría de Ramsey sobre Grafos**

Estudiante **Santiago Tovar Mosquera***

Director *José Luis Ramírez***

Emails *satovarmo@unal.edu.co, **jramirezr@unal.edu.co

RESUMEN. A través del siguiente texto, recorreremos el inicio de la teoría de grafos, desde su invención, mediante una recapitulación histórica, hasta su desarrollo; pasando tanto por las ideas que la originaron así como por las definiciones y teoremas más recientes en la teoría actual. De igual manera, haremos lo propio con la teoría de Ramsey, enunciando los resultados más destacados en esta área, y desarrollando algunos puntos específicos de la misma como las generalizaciones o su conexión con los campos de Galois.