

## PROBLEMAS PROPUESTOS

Los problemas son señalados por cero, uno o dos asteriscos según el grado de dificultad. Las soluciones deben ser enviadas a:

### REVISTA DE MATEMATICAS ELEMENTALES

Apartado Nacional No. 25-21 Bogotá, D.E. Colombia

La solución a cada problema debe venir en hoja por separado. Los alumnos de bachillerato deben enviar, junto con las soluciones, el nombre del colegio y de su profesor de matemáticas. A las dos primeras personas que envíen la solución de un problema se les obsequiará un ejemplar del número en que aparece la solución del problema; por lo tanto, rogamos enviar la dirección exacta.

141.- Consideremos un conjunto  $C$  con cuatro elementos  $e, i, j, k$ , y una ley de composición interna por la tabla

	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	j	k	e
j	j	k	e	i
k	k	e	i	j

(Ver: CASAS, P.: Intr. a la Teo. de Grupos, Rev. Mat. Elementales, vol. 1, fasc. 2-3, pag 38 (1952)). Mostrar que así se define sobre  $C$  una estructura de grupo abeliano. Determinar todos los subgrupos de  $C$ .

G. LEFORT.

142.- Se supone que la ecuación

$$(E) \quad x^3 + px + q = 0$$

donde  $p$  y  $q$  son números reales, satisface sucesivamente una de las tres condiciones siguientes:

- 1) (E) tiene raíz doble;
- 2) (E) tiene una raíz compleja de parte real dada.
- 3) (E) tiene una raíz compleja de módulo dado  $r$ .

En cada uno de los tres casos, indicar las condiciones que deben verificar  $p$  y  $q$ , y dar un método para calcular explícitamente las raíces.

(Se pueden utilizar las relaciones entre los coeficientes de un polinomio y los ceros de este polinomio.)

G. LEFORT.

143.- Dados  $a$  y  $b$  dos números enteros primos entre sí, mostrar que si  $x^2 = ab$ , entonces existen  $t$  y  $z$  tales que  $a = t^2$ ,  $b = z^2$  y  $ab = tz$ .

144.- Considere la función  $\phi$  de Euler definida en el problema 126, y demuestre que si  $d$  divide a  $n$ , entonces  $\phi(d)$  divide a  $\phi(n)$ .