Commission and makenings an establish of the end extension - 3s and one of the end extension - 3s are of the end extension - 3

## solución de problemas

the instance on in transaction of the same and the same of the sam

(2) 
$$(1 - 1/3)^2 + (1 - 1/3)^2 + 2 \frac{1}{2} (\frac{2n}{n})(-3)^2$$

Como n se all'iglo de l, entendes n'i k os un en

and there are come the same of the same of

ABDY we ignal a new S. S.

Construction of alteration of a second

dal conserve despetation of the conserved of the conserve

" ndicenteomen Promacaja al ma morro in silah ... (1

## SOLUCION DE PROBLEMAS

140.- Muestre que si n es múltiplo de 6, entonces

(1) 
$$\sum_{m=0}^{n/2} {n \choose 2m} (-3)^m = 2^n.$$

Solución: Consideremos

$$(1 + x)^{n} + (1 - x)^{n} = \sum_{k=0}^{n} {n \choose k} x^{k} + \sum_{k=0}^{n} {n \choose k} (-x)^{k}$$

$$= 2 \sum_{m=0}^{n/2} {n \choose 2m} (x^{2})^{m},$$

pues n es múltiplo de 2. Si  $x = i\sqrt{3}$ , entonces (1) se convierte en

(2) 
$$(1 + i\sqrt{3})^n + (1 - i\sqrt{3})^n = 2 \sum_{m=0}^{n/2} {n \choose 2m} (-3)^m$$

donde  $i = \sqrt{(-1)}$ . Ahora bien,  $(1 + i\sqrt{3})^n = 2^n(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^n$ =  $2^n \cdot e^{i\pi n/3}$  y  $(1 - i\sqrt{3})^n = 2^n(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})^n = 2^n \cdot e^{-i\pi n/3}$ . Como n es múltiplo de 3, entonces n/3 = k es un entero, y entonces

$$(1 + i\sqrt{3})^n + (1 - i\sqrt{3})^n = 2^n(e^{i\pi k} + e^{-i\pi k})$$
  
=  $2^n \cdot 2 \cdot$ 

Es decir,

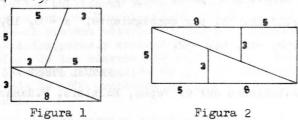
$$2.2^{n} = 2 \sum_{m=0}^{n/2} {n \choose 2m} (-3)^{m}$$

de donde resulta (I).

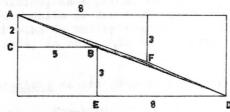
Antiguo Alumno de la Facultad.

137.- Halle el error en la siguiente <demostración >>:

Consideremos un cuadrado de lado 8 y cortémoslo en cuatro pedazos como se indica en la figura 1; luego tome mos estos pedazos para formar el rectángulo de lados 13 y 5 que aparece en la figura 2. Concluímos entonces que 64 = 65.



Solución: Tomando papel y tijeras, y haciendo los cortes indicados en la figura 1, obtenemos la siguiente figura



El error consiste en creer que los ángulos  $\$ CBA y  $\$ EDB son iguales. Como tan  $\$ CBA = 2/5, y tan  $\$ EDB = 3/8, y 2/5  $\neq$  3/8, tenemos, en efecto, que  $\$ CBA  $\neq$   $\$ EDB . De paso hemos demostrado que el área del rectángulo ABDF es igual a uno.

ROBERTO SUAREZ

(Otras soluciones de: Otoniel Gutiérrez, Gabriel Tello)

138.- Determinar todos los números enteros positivos que divididos por 17 dan un residuo igual al cuadrado del cociente respectivo.

Solución: Se trata de determinar todos los números

enteros x, y, tales que missible de acceptanció

$$x = (17)y + y^2$$
, con  $0 \le y^2 < 17$ ,

tal como lo indica el algoritmo de la división euclídea. Debemos tener, por tanto,  $0 \le |y| < \sqrt{(17)}$ , es decir,  $y = 0,\pm 2,\pm 3,\pm 4$ , y, por consiguiente, x = 0, 18, -16, 38, -30,58, -42, 84, -52.

## MANUEL PEREZ

(Otras soluciones de: O. Yepes, Ed.Albis, F.Sanabria)