

## ACTUALIZACION DEL PROGRAMA DE 3o. DE BACHILLERATO

Profesora: Raquel A. de Rebolledo

Universidad Pedagógica Nacional

Al iniciar el aprendizaje de la Matemática en el curso tercero, nos encontramos con alumnos que a través de los años primero y segundo han adquirido los siguientes conocimientos básicos:

Número cardinales (adición, orden aditivo, disminución; orden multiplicativo, división, potenciación, radicación). Números racionales (adición, orden aditivo, disminución, multiplicación, división). Nociones generales sobre conjuntos, Geometría intuitiva.

Además de poseer estos conocimientos, se han iniciado en la práctica de la demostración, aún cuando sea de tipo informal. Estos conocimientos y este entrenamiento nos presentan el camino abierto para entrar en la materia del programa e iniciar un tipo de demostración más riguroso, en la que el alumno encontrará especial gusto, pues a esta edad empiezan a despertarse en él inquietudes lógicas que es necesario satisfacer, con el objeto de hacer que la enseñanza se adapte a sus características psicológicas, lo que repercutirá en un mayor interés y gusto de la materia por parte del estudiante.

El programa de tercero de acuerdo con el contenido de las conferencias del profesor Hernando Alfonso que son las que seguimos en este ensayo, abarca los siguientes temas:

- 1 - Repaso de nociones sobre conjuntos.
- 2 - Puntos e intersección. Recta. Semirecta, ángulo, plano, semiplano, triángulo.
- 3 - Relaciones de equivalencia, longitud, congruencia segmentaria, operaciones entre segmentos, operaciones en-

tre longitudes.

- 4 - Fraccionarios absolutos, operaciones, solución de ecuaciones del tipo  $ax = b$ .
- 5 - Relaciones de paralelismo entre rectas. Equidirección. Relación de equiorientación entre segmentos. Relación de equipolencia. Concepto de vector. Adición y sustracción de vectores. Multiplicación entre vectores y naturales.
- 6 - Números enteros. Operaciones. Orden aditivo. Orden multiplicativo. Ecuaciones del tipo  $ax + b = c$ .
- 7 - Fraccionarios relativos. Operaciones. Orden aditivo y multiplicativo. Solución de ecuaciones.
- 8 - Productos notables. Binomio de Newton. Factorización.
- 9 - División. Cocientes notables. Potenciación. Radicación. Logaritmación.
- 10- Circunferencia. Perpendicularidad.
- 11- Ángulos. Congruencia angular.
- 12- Transformaciones geométricas: simetría, traslación, rotación, proyección.
- 13- Teoremas sobre ángulos.
- 14- Congruencia entre triángulos.
- 15- Clasificación de triángulos, líneas especiales de un triángulo.
- 16- Arcos de circunferencia; Teoremas.
- 17- Regiones poligonales. Construcciones.
- 18- Adición de vectores en el plano.
- 19- Nociones de estructura de grupo. Aplicaciones.
- 20- Áreas equivalentes. Teorema de Pitágoras.

En cuarto, las conferencias tratan los siguientes temas:

- 1 - Sistemas de ecuaciones lineales. Representación gráfica, determinantes de tercero y cuarto orden.
- 2 - Números reales.
- 3 - Magnitud y medida. Medida de áreas de algunas regiones.
- 4 - Vectores en el plano. Ecuaciones de segundo grado y pro-

problemas de aplicación. Ecuaciones bicuadradas.

- 5 - Transformaciones geométricas, traslación, rotación, simetría, proyección, homotecia.
- 6 - Relación de semejanza.
- 7 - Construcción de algunas curvas especiales (cónicas).
- 8 - Progresiones aritméticas y geométricas.
- 9 - Medidas de ángulos. Trisección, bisección.
- 10 - Relaciones.
- 11 - Logaritmos con base 10. Interés compuesto.
- 12 - El espacio. Teoremas relativos a poliedros.

Como puede verse a través de los esquemas citados, la matemática en estos cursos se da procurando integrar las dos materias del p<sup>é</sup>nsum, álgebra y geometría. Esto con el objeto de mostrar a los alumnos la unidad de la Matemática, haciéndoles ver como estas materias forman un todo y no son disciplinas que por casualidad se encuentran en determinados temas.

Hasta hace algún tiempo se había presentado la Matemática como una colección de materias separadas, pero los trabajos sobre los fundamentos de la Matemática en los últimos años ha demostrado que todas sus ramas pueden reducirse a términos puramente abstractos, con propiedades comunes.

Otro aspecto que ha llevado a señalar la conveniencia del aprendizaje en esta forma, es el hecho de que en algunos temas, los conocimientos de geometría sirven como material concreto para introducir conceptos algebraicos. Ya lo vimos en primero al dar el concepto de entero y al señalar la adición de enteros; lo mismo con el programa de segundo.

Veámoslo ahora como ejemplo en la multiplicación de enteros en tercero.

Para introducir este tenemos que ver primero como se llega a la abstracción del concepto de vector.

Se define la relación de equipolencia entre segmentos :

Dados dos segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ , si se cumple:

- 1.-  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  es decir, pertenecen a la misma longitud.
- 2.-  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  es decir, pertenecen a la misma dirección.
- 3.-  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  es decir, pertenecen a la misma orientación.

Los segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son equipolentes:  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ .

La relación de equipolencia definida a través de tres relaciones de equivalencia, es también una relación de equivalencia. Valiéndonos de ella podemos clasificar el conjunto de los segmentos orientados del plano.

Escogemos un segmento orientado  $\vec{a}$  y buscamos todos los demás segmentos equipolentes con  $\vec{a}$ . Igualmente hacemos la clasificación de todos los segmentos equivalentes entre sí por la relación de equipolencia.

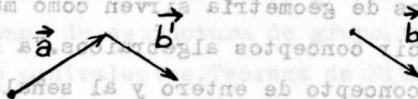
El conjunto de todos los segmentos equipolentes con  $\vec{a}$  lo llamaremos vector de  $\vec{a}$  y se nota  $Vc(\vec{a})$ .

$$Vc(\vec{a}) = \{ \vec{x}; \vec{x} \equiv \vec{a} \}$$

Concluyendo, decimos que la partición del conjunto de segmentos orientado por medio de la relación de equipolencia se llama vector.

Después vemos la adición de vectores en el plano, que ya ha sido iniciada al adicionar en primero segmentos orientados, equidirecidos.

Representamos los vectores así:  $Vc(\vec{a}) = \vec{A}$ ;  $Vc(\vec{b}) = \vec{B}$  etc. sea  $\vec{a}$  un segmento representante de un vector  $\vec{A}$ ,  $\vec{b}$  un segmento representante del vector  $\vec{B}$ .



La suma de  $\vec{A}$  con  $\vec{B}$ , se obtiene de la siguiente manera: por el extremo de  $\vec{a}$  se construye un segmento equipolente a  $\vec{b}$ . El segmento cuyo origen es el mismo de  $\vec{a}$  (primer sumando) y cuyo extremo es el mismo de  $\vec{b}$  (segundo sumando) es un representante del vector  $\vec{A} + \vec{B}$ .

Como caso particular, se ve la adición de vectores que pertenecen a una misma dirección.

A continuación se estudian las leyes clausurativa, asociativa, modulativa, invertiva, conmutativa y cancelativa de esta operación entre vectores.

Después, se estudia lo que se entiende por el operador  $\ll$  el opuesto de  $\gg$  y sus propiedades:

- 1.-El opuesto del vector reducido es igual al vector reducido.
- 2.-El opuesto del opuesto de un vector  $\vec{A}$  es el mismo vector  $\vec{A}$ .
- 3.-El opuesto de una suma de vectores, es igual a la suma de los opuestos.

Aplicando estas propiedades se resuelve la ecuación del tipo  $\vec{A} + \vec{X} = \vec{B}$ .

Enseguida se ve la multiplicación externa entre vectores y naturales a partir de la cual se llega de nuevo al concepto de entero así:

Entero positivo es un operador que actúa sobre un vector como dilatador, sin cambiar el sentido.

Entero negativo es un operador que actúa sobre un vector, dilatándolo y dándole un sentido opuesto.

El entero cero, actúa como anulador transformándolo en el vector reducido.

Después de ver la adición de enteros, orden aditivo y sustracción, podemos entrar en la multiplicación de enteros, a través de ejercicios que nos llevan a generalizar.

También ha llevado a ver la conveniencia de dar la materia en forma integrada. La consideración de que enseñamos la matemática tomando como base la teoría de conjuntos que ya de por sí muestra muy a las claras la unidad de esta disciplina. Tanto el álgebra como la geometría tienen que ver con los Conjuntos: la geometría con conjuntos de puntos, el álgebra con conjuntos de números. Las operaciones especifi-



cas de ambas se pueden considerar como ejemplos de un conjunto general de operaciones de unión, intersección, etc.

Pensando en términos de conjuntos, un estudiante de cuarto año puede ver que, resolver un sistema de dos ecuaciones simultáneas se reduce a hallar la intersección de dos conjuntos; la solución es la pareja de números comunes a ambos conjuntos.

Como puede verse también a través del esquema que señalé hay puntos del programa oficial que sino se han suprimido totalmente si por lo menos se han simplificado en gran parte, introduciendo por el contrario otros que se consideran como ideas fundamentales o que dan a los estudiantes una mayor comprensión real de los principios de la Matemática.

Esta es una síntesis de lo que se ha venido ensayando en la Universidad Pedagógica Nacional; son muy buenos resultados y con la satisfacción de ver que se dan y se reciben los conocimientos con mayor gusto y se hace mucho por la formación del pensamiento lógico de los alumnos, una de las tareas más importantes que tenemos entre manos. También se ha hecho este trabajo con el deseo de orientar a quienes deseen servirse de esta experiencia.