M I S C E L A N E A

1. Contra la tecnocracia.

En el prólogo de su libro "Cours d' Algèbre" (Hermann) el profesor Roger Godement trae varios comentarios muy interesantes aunque no todos ellos referentes exactamente al álgebra abstracta. Presentamos enseguida, en traducción del profesor Manuel Vinent, un trozo de dicho prólogo que juzgamos de especial actualidad.

« Corriendo el riesgo de provocar, entre algunos, aquellos sentimientos de horror y consternación que Paolo Ucello magistralmente ha representado en la *profanación de la Hostia*, nos es imprescindible declarar, ya que el asunto se plantea cada vez con mayor frecuencia, nuestro desacuerdo con numerosas personalidades que actualmente piden a los científicos en general, y a los matemáticos en particular, la formación de millares de técnicos a quienes según parece, necesitamos urgentemente para sobrevivir. Siendo las cosas lo que son, creemos que en las "grandes" naciones superdesarrolladas científica y técnicamente en las cuales vivimos, el primer deber de los matemáticos y de otros muchos, debería ser suministrar más bien lo que no se les pide, a saber, hombres capaces de reflexionar por sí mismos, de develar los argumentos falsos y las frases ambiguas y para quienes la difusión de la verdad importara infinitamente más, que, por ejemplo, la televisión planetaria tridimensional en colores, en una palabra, tener hombres libres en lugar de robots para tecnócratas. Es tristemente evidente que la mejor manera de formar estos hombres de los cuales carecemos, no es enseñarles las ciencias físicas y matemáticas, ramas éstas del saber donde los buenos modales consisten precisamente en simular que se ignora la existencia misma de los problemas humanos y a las cuales nuestras sociedades altamente civilizadas conceden un lugar privilegiado, cosa que debería parecernos sospechosa. Pero aún enseñando las matemáticas puede, por lo menos, intentarse dar a las personas el gusto por la libertad y la crítica y acostumbrarles a verse tratadas como seres humanos provistos de la facultad de comprender»".

2. *Métodos poco ortodoxos para medir la altura de un edificio por medio de un barómetro.*

Incluímos a continuación un fragmento del libro "The Teaching of Elementary Science and Mathematics" por Alexander Calandra (Departamento de Física de la Universidad de Washington, St. Louis, Missouri) el cual nos ha sido facilitado por el profesor Santiago Gamba.

Hace ya algún tiempo un colega me llamó para que actuara como árbitro en un problema que se le había presentado al calificar la respuesta a una pregunta de examen. Estaba a punto de poner cero a un estudiante por su contestación a una pregunta de Física, en tanto que el estudiante pretendía merecer la nota máxima, sino fuera porque el sistema de evaluación estaba en su contra.

Profesor y alumno se pusieron de acuerdo para someter la cuestión a un árbitro imparcial, y yo resulté elegido.

Fuí a la oficina de mi colega y leí la pregunta del examen : " Muestre cómo es posible determinar la altura de un edificio alto con la ayuda de un barómetro ".

El estudiante había respondido : " Lleve el barómetro a la parte más alta del edificio, átelo a una cuerda larga, bájelo con cuidado hasta la calle y vuélvalo a subir. Mida la longitud de la cuerda y ésta será la altura del edificio ".

Señalé que el estudiante tenía realmente argumentos valederos para pretender el puntaje que él pensaba le correspondía, ya que había contestado la pregunta en forma correcta y completa. Pero, por otro lado, ponerle una buena nota contribuiría a aprobarlo en un examen de un curso de Física, y una buena nota suponía competencia en física; y no hay duda que la respuesta del estudiante no confirmaba esta suposición .

Sugerí en consecuencia que se diera al alumno otra oportunidad para responder la pregunta. No me sorprendió que mi colega aprobara la sugerencia, pero sí que también el estudiante estuviera de acuerdo.

Dí entonces al alumno seis minutos para contestar la pregunta, con la advertencia de que su respuesta debía demostrar algún conocimiento de física de su parte.

Al cabo de cinco minutos no había encontrado nada. Le pregunté si deseaba abandonar y me dijo que no, que tenía muchas respuestas para este problema y estaba pensando cuál era la mejor de todas ellas. Le pedí disculpas por interrumpirlo y le dije que continuara.

En el minuto siguiente escribió su respuesta que decía: " Lleve el barómetro al techo del edificio y colóquelo al borde del techo. Deje caer el barómetro midiendo cuánto tarda su caída con un cronómetro. Luego, usando la fórmula

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

usted puede calcular la altura del edificio ".

En este momento de la cuestión, pregunté a mi colega si estaba satisfecho. Estuvo de acuerdo y puso al alumno el puntaje correspondiente.

Al abandonar la oficina de mi colega recordé que el estudiante había dicho que tenía otras respuestas al problema, de modo que le pregunté cuáles eran. " Oh sí -dijo- hay muchas maneras de obtener la altura de un edificio alto con la ayuda de un barómetro. Por ejemplo, usted puede tomar el barómetro, llevarlo a la calle en un día de sol y medir la altura del barómetro, la longitud de su sombra y la longitud de la sombra del edificio, luego, por cálculo de proporciones, puede determinar la altura del edificio.

" ¿ Bien -dije- y las otras ? "

Sí dijo el estudiante hay un método de medición muy elemental que usted sin duda aprobará. Con este método usted toma el barómetro y empieza a subir por las escaleras; a medida que lo hace, va marcando en forma sucesiva la longitud del barómetro en la pared. Luego cuenta el número de marcas y tendrá la altura del edificio en unidades de barómetro. Es un método muy directo. Por supuesto, si usted desea un método más sofisticado, podría atar el barómetro en el extremo de un polín y hacerlo balancear como un péndulo ; luego determinar el valor de "*g*" al nivel de la calle y en el techo del edificio. En principio, la altura del edificio puede ser calculada partiendo de la diferencia entre los dos valores de *g*. Finalmente terminó diciendo hay muchas otras maneras de resolver este problema. Probablemente la mejor sea llevar el barómetro al sótano del edificio y golpear la puerta de la oficina del Administrador. Y cuando el Administrador aparezca decirle : Señor Administrador, aquí traigo un hermoso barómetro; si usted me dice la altura de este edificio, yo le regalo el barómetro".

En este momento pregunté al estudiante si conocía el método convencional de responder a la pregunta. Admitió que sí, pero me manifestó que ya estaba harto de que los profesores secundarios y universitarios pretendieran enseñarle a pensar, a usar el método científico y a explorar la lógica profunda de la materia de un modo sofisticado -como se hace a menudo con la nueva matemática- en lugar de enseñarle la estructura de la materia. Con esto en mente, había decidido revivir el escolasticismo como una broma académica, para desafiar las aulas todavía asustadas por el lanzamiento del primer Sputnik .

* * *

3. *Cantor vs. Zarathustra.*

Habiéndose iniciado en este número del Boletín la publicación de una serie de artículos la cual comienza con una exposición somera de aquellas ideas de George Cantor que contribuyeron en gran medida al desarrollo de la actual teoría de conjuntos, base y lenguaje de la Matemática contemporánea, no nos resistimos a transcribir la primera parte del artículo " La doctrina de los ciclos" del escritor argentino Jorge Luís Borges :

«Esa doctrina (que su más reciente inventor llama del Eterno Retorno) es formulable así :

El número de todos los átomos que componen el mundo es, aunque desmesurado, finito, y sólo capaz como tal de un número finito (aunque desmesurado también) de permutaciones. En un tiempo infinito, el número de las permutaciones posibles debe ser alcanzado, y el universo tiene que repetirse. De nuevo nacerás de un vientre, de nuevo crecerá tu esqueleto, de nuevo arribará esta misma página a tus manos iguales, de nuevo cursarás todas las horas hasta la de tu muerte increíble. Tal es el orden habitual de aquel argumento, desde el preludio insípido hasta el enorme desenlace amenazador. Es común atribuirlo a Nietzsche.

Antes de refutarlo -empresa de que ignoro si soy capaz- conviene concebir, siquiera de lejos, las sobrehumanas cifras que invoca. Empiezo por el átomo. El diámetro de un átomo de hidrógeno ha sido calculado, salvo error, en un cienmillonésimo de centímetro. Esa vertiginosa pequeñez no quiere decir que sea indivisible : al contrario, Rutheford lo define según la imagen de un sistema solar, hecho por un núcleo central y por un electrón giratorio, cien mil veces menor que el átomo entero. Dejemos ese núcleo y ese electrón, y concibamos un frugal universo, compuesto de diez átomos. (Se trata, claro está, de un modesto universo experimental : invisible, ya que no lo sospechan los microscopios; imponderable, ya que ninguna balanza lo apreciaría.) Postulemos también —siempre de acuerdo con la conjetura de Nietzsche— que el número de cambios de ese universo es el de las maneras en que se pueden disponer los diez átomos, variando el orden en que estén colocados. ¿Cuántos estados diferentes puede conocer ese mundo, antes de un eterno retorno ? La indagación es fácil : basta multiplicar $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$, prolija operación que nos da la cifra de 3.628.800. Si una partícula casi infinitesimal de universo es capaz de esa variedad, poca o ninguna fe debemos prestar a una monotonía del cosmos. He considerado diez átomos; para obtener dos gramos de hidrógeno, precisaríamos bastante más de un billón de billones. Hacer el cómputo de los cambios posibles en ese par de gramos —vale decir, multiplicar un billón de billones por cada uno de los números enteros que lo anteceden— es ya una operación muy superior a mi paciencia humana.

Ignoro si mi lector está convencido; yo no lo estoy. El indoloro y casto despilfarro de números enormes obra sin duda ese placer peculiar de todos los excesos, pero la Regresión sigue más o menos Eterna, aunque a plazo remoto. Nietzsche podría replicar : « los electrones giratorios de Rutherford son una novedad para mí, así como la idea -tan escandalosa para un filólogo- de que pueda partirse un átomo. Sin embargo, yo jamás desmentí que las viscisitudes de la materia fueran cuantiosas; yo he declarado solamente que no eran infinitas.» Esa versímil contestación de Friedrich Zarathustra me hace recurrir a

Georg Cantor y a su heroica teoría de los conjuntos.

Cantor destruye el fundamento de la tesis de Nietzsche. Afirma la perfecta infinitud del número de puntos del universo, y hasta de un metro de universo, o de una fracción de ese metro. La operación de contar no es otra cosa para él que la de equiparar dos series. Por ejemplo, si los primogénitos de todas las casas de Egipto fueron matados por el Angel, salvo los que habitaban en casa que tenía en la puerta una señal roja, es evidente que tantos se salvaron como señales rojas había, sin que importe enumerar cuántos fueron. Aquí es indefinida la cantidad; otras agrupaciones hay en que es infinita. El conjunto de los números naturales es infinito, pero es posible demostrar que son tantos los impares como los pares.

Al 1 corresponde el 2
Al 3 corresponde el 4
Al 5 corresponde el 6, etcétera.

La prueba es tan irreprochable como baladí, pero no difiere de la siguiente de que hay tantos múltiplos de tres mil dieciocho como números hay —sin excluir de éstos al tres mil dieciocho y sus múltiplos.

Al 1 corresponde el 3018

Al 2 corresponde el 6036

Al 3 corresponde el 9054

Al 4 corresponde el 12072, etcétera.

Cabe afirmar lo mismo de sus potencias, por más que éstas se vayan ratificado a medida que progresemos.

Al 1 corresponde el 3018

Al 2 corresponde el $3018^2 = 9.108.324$

Al 3 etcétera.

Una genial aceptación de estos hechos ha inspirado la fórmula de que una colección infinita verbigracia la serie natural de números enteros es una colección cuyos miembros pueden desdoblarse a su vez en series infinitas. (Mejor, para eludir toda ambiguedad: conjunto infinito es aquel conjunto que puede equivaler a uno de sus conjuntos parciales). La parte, en esas elevadas latitudes de la numeración, no es menos copiosa que el todo: la cantidad precisa de puntos que hay en el universo es la que hay en un metro, o en un decímetro, o en la más honda trayectoria estelar. La serie de los números naturales está bien ordenada: vale decir, los términos que la forman son consecutivos; el 28 precede al 29 y sigue al 27. La serie de los puntos del espacio (o de los instantes del tiempo) no es ordenable así; ningún número tiene un sucesor o un predecedor inmediato. Es como la serie de los quebrados según la magnitud. ¿Qué fracción enumeraremos después de 1/2? No 51/100, porque 101/200 está más cerca; no 101/200 porque más cerca está 201/400; no 201/400 porque más cerca ... Igual sucede con los puntos, según Georg Cantor. Podemos siempre intercalar otros más, en número infinito. Sin embargo, debemos procurar no concebir tamaños decrecientes. Cada punto «ya» es el final de una infinita subdivisión.

El roce del hermoso juego de Cantor con el hermoso juego de Zarathustra es mortal para Zarathustra. Si el universo consta de un número infinito de términos, es rigurosamente capaz de un número infinito de combinaciones - y la necesidad de un Regreso queda vencida. Queda su mera posibilidad, computable en cero ».

4. *Ejercicios de razonamiento.*

En su magnífico texto " Introducción a la lógica" el profesor Irving M. Copi presenta ciertos problemas cuya solución requiere razonamientos más o menos intrincados. Algunos son reformulaciones de acertijos conocidos desde hace bastante tiempo, pero todos ellos son indiscutiblemente muy interesantes. He aquí algunos ejemplos.

1. En una cierta comunidad mítica, los políticos siempre mienten y los no políticos siempre dicen la verdad. Un extranjero se encuentra con tres nativos y pregunta al primero de ellos si es político. Este responde a la pregunta. El segundo nativo informa, entonces, que el primer nativo negó ser un político. Pero el tercer nativo afirma que el primer nativo es realmente un político.

   ¿Cuántos de estos tres nativos eran políticos ?

2. De tres prisioneros que se hallaban en cierta cárcel, uno tenía visión normal, el otro tenía un solo ojo y el tercero era totalmente ciego. Los tres eran, por lo menos, de inteligencia media. El carcelero dijo a los prisioneros que de un conjunto de tres sombreros blancos y dos rojos, elegiría tres de ellos y los colocaría sobre sus cabezas. Se prohibía a cada uno de ellos que viera el color del sombrero que tenía sobre su

propia cabeza. Se los reunió y el carcelero ofreció la libertad al prisionero con visión normal si podía decir de qué color era el sombrero que tenía sobre su cabeza. El prisionero confesó que no podía. Luego, el carcelero ofreció la libertad al prisionero que tenía un solo ojo, a condición de que dijera cuál era el color de su sombrero. El segundo prisionero confesó que no podía decirlo. El carcelero no se molestó el hacer el ofrecimiento al prisionero ciego, pero a pedido de éste aceptó concederle la misma oportunidad. El prisionero ciego esbozó entonces una ancha sonrisa y dijo :

``No necesito de mi vista; pues, por lo que mis amigos con ojos han dicho, veo claramente que mi sombrero es blanco''.

3. Había un tren cuyo personal estaba formado por tres personas : el guardafrenos, el fogonero y el maquinista. Sus nombres, por orden alfabético, eran Jones, Robinson y Smith. En el tren viajaban también tres pasajeros que tenían los mismos nombres: el señor Jones, el señor Robinson y el señor Smith. Se conocen los siguientes datos :

a) El señor Robinson vive en Detroit.

b) El guardafrenos vive a mitad de camino entre Detroit y Chicago.

c) El señor Jones gana exactamente 10.000 dólares al año.

d) Smith en cierta oportunidad derrotó al fogonero jugando al billar.

e) Un vecino del guardafrenos, que vive en una casa, situada junto a la de éste y es uno de los tres pasajeros mencionados, gana exactamente tres veces lo que gana el guardafrenos.

f) El pasajero que vive en Chicago tiene el mismo nombre que el guardafrenos.

¿ Cuál es el nombre del maquinista ?

4. Los miembros de una pequeña compañía de préstamos son : el señor Black, el señor White, la señora Coffee, la señorita Ambrose, el señor Kelly y la señorita Earnshaw. Los cargos que ocupan son : gerente, subgerente, contador, taquígrafo, cajero y oficinista, aunque no necesariamente en este orden. El subgerente es el nieto del gerente; el contador es el yerno del taquígrafo; el señor Black es soltero; el señor White tiene 22 años; la señorita Ambrose es la hermanastra del cajero y el señor Kelly es vecino del gerente.

¿ Cuál es el cargo de cada uno de ellos ?

5. Benno Torelli, amable anfitrión del más selecto nigth club de Hamtramck, fue muerto a tiros por una banda de gansgsters porque se atrasó en el pago de la suma que les daba en concepto de protección. Después de un considerable esfuerzo por parte de la policía, ésta logró llevar ante el Fiscal del Distrito a cinco hombres. El Fiscal les preguntó qué era lo que podían declarar en su defensa. Cada uno de los hombres hizo tres declaraciones, dos verdaderas y una falsa. Sus declaraciones fueron :

Lefty : "Yo no maté a Torelli. Nunca tuve un revólver de mi propiedad. Spike lo mató".

Red : "Yo no maté a Torelli. Nunca tuve un revólver de mi propiedad. Los otros tipos están tratando de sacarse el fardo de encima."

Dopey : "Yo no se nada del asesinato. Nunca vi a Butch antes. Spike es el culpable."

Spike: "Yo soy inocente. Butch es el culpable. Lefty mintió cuando dijo que había sido yo."

Butch: "Yo no sé nada del asesinato. Red es el culpable. Dopey responderá por mí; él me conoce desde hace años."

¿ Quién fue el culpable ?

6. Las señoras Adams, Baker, Catt, Dodge, Ennis y Fisk, ésta última una persona muy desaliñada, una mañana fueron todas de compras al Emporio. Cada una de las mujeres fue directamente al piso en el cual se hallaba el artículo que quería comprar y cada una de ellas compró solamente un artículo. Compraron un libro, un vestido, una cartera, una corbata, un sombrero y una lámpara.

Todas las mujeres, excepto la señora Adams, entraron al ascensor en la planta baja. También entraron al ascensor dos hombres. Dos mujeres, la señora Catt y la que compró la corbata, descendieron en el segundo piso. En el tercer piso se vendían vestidos. Los dos hombres descendieron en el cuarto piso. La mujer que compró la lámpara descendió en el quinto piso y dejó a la desaliñada señora Fisk que descendiera sola en el sexto piso.

Al día siguiente, la señora Baker, que recibió la cartera como regalo sorpresa de una de las mujeres que había descendido en el segundo piso, encontró a su marido agradeciendo la corbata que una de las otras mujeres le había dado. Si en la planta baja se vendían libros y la señora Ennis fue la sexta persona que salió del ascensor, ¿qué compraron cada una de de esas mujeres ?

7. Cinco hombres que fueron camaradas en la última guerra asisten a una reunión. Se trata de Green, Brown, Peters, Harper y Nash, cuyos oficios son : grabador, proyectista, biólogo, herrero y neurólogo. Por casualidad viven en las ciudades de Greenfield, Brownsville, Petersburg, Harper's Ferry y Nashville, pero ninguno de ellos vive en la ciudad que tiene un nombre similar al suyo, ni el nombre de su ocupación tiene la misma inicial que su nombre o que la del nombre de la ciudad en la cual vive.

El biólogo no vive en Petersburg. Brown no es herrero ni proyectista; tampoco vive en Petersburg ni en Harper's Ferry. El señor Harper vive en Nashville y no es biólogo ni grabador. Green no es residente de Brownsville, como tampoco Nash, quien no es biólogo ni herrero.

Disponiendo solamente de la información dada, ¿puede usted determinar el nombre de la ciudad en la que reside Nash ?

* * *

Reflexión

Si nuestra lógica hubiese sido, por ejemplo, trivalente Shakespeare no habría podido escribir su Hamlet.

C. Luque