MISCELANEA

1). ***Euler y el uso de la letra e para representar 2, 718 . . . .***

1) Tomado de *Opera postuma mathematica et physica* (P.H. Fuss y N. Fuss, editores), Petrópoli, 1862, página 800:

"Designe c el diámetro de un globo, en "escrúpulos" de pies renanos, $m:n$ la razón de la gravedad específica del globo a la gravedad específica del aire o del medio en el cual se mueve el globo, sea t segundos la duración del tiempo del globo en el aire, y sea, además, x la altura requerida a la cual debe elevarse el cuerpo. Por el número cuyo logaritmo es la unidad, escríbase e, que es $2{,}7182817 \ldots$ cuyo logaritmo es, según Vlacq, $0{,}4342944$. Indique también N el número de grados de un arco, cuya tangente es :

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - 1} \quad ,$$

el *sinus toto* [ó radio] = 1. La altitud requerida x puede obtenerse de la siguiente ecuación :

$$t = \frac{m\sqrt{c}}{447650\sqrt{3n(m-n)}}\left(125\, N - 7162 \log. \left(\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - \sqrt{e^{\frac{nx}{4mc}} - 1}}\right)\right) .$$

Para que el análisis fluya más fácilmente, llamemos

$$\sqrt{e^{\frac{3nx}{4mc}} - 1} = y \quad ,$$

luego N será el número de grados del arco cuya tangente es y, ...".

2) Tomado de una carta a Goldbach el 25 de noviembre del año 1731. P. H. Fuss, *Correspondance mathématique et physique de quelques célebres géomètres du XVIII^{ème} siècle, t. I*, St. Pétersbourg, 1843, pág. 58. Allí resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$dz - 2z\,dv + \frac{z\,dv}{v} = \frac{dv}{v}\,, \quad \text{luego :}$$

" Esto multiplicado por e^{lv-2v}, o lo que es lo mismo, por $e^{-2v}\,v$ (e denota el número cuyo logaritmo hiperbólico es $=1$), deviene

$$e^{-2v}\,v\,dz - 2e^{-2v}\,z\,v\,dv + e^{-2v}\,z\,dv = e^{-2v}\,dv\,,$$

lo cual, integrado, da

$$e^{-2v}\,vz = constante - \frac{1}{2}\,e^{-2v}$$

ó

$$2\,v\,z + 1 = a\,e^{2v} \quad . \; . \; . \;"$$

3) Tomado de L. Euler, *Mechanica*, vol. I, 1736, pág. 68. Aquí c representa la velocidad del punto en consideración.

" **Corolario II**

171. Aunque en la anterior ecuación la fuerza p no aparece, su dirección aún permanece, la cual depende de la razón de los elementos dx y dy. Dadas, pues, la dirección de la fuerza que mueve el punto y la trayectoria por la cual se mueve, puédese, con sólo estos datos, derivar la velocidad del punto en cualquier lugar.

Pues entonces será

$$\frac{dc}{c} = \frac{dy\,ds}{z\,dx} \quad \text{ó} \quad c = e^{\int \frac{dy\,ds}{z\,dx}} ,$$

donde e denota al número cuyo logaritmo hiperbólico es 1. "

4) Tomado de L. Euler, " De summis serierum reciprocarum ex potestatibus numerorum naturalium ortarum," *Miscellanea Berolinensia*, vol., VII, Berlín (1743), página 177 .

" Por lo tanto puedo ahora escribir todas las raíces o factores de la siguiente expresión infinita

$$s - \frac{s^3}{1.2.3} + \frac{s^5}{1.2.3.4.5} - \frac{s^7}{1.2.3...7} + \frac{s^9}{1.2.3...9} - \&c.$$

En efecto, esta expresión es equivalente a ésta

$$\frac{e^{s\sqrt{-1}} - e^{-s\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

e denotando el número cuyo logaritmo es $=1$, y, como

$$e^z = (1 + \frac{z}{n})^n ,$$

donde n emerge un número infinito [1], la dada expresión infinita se reduce aquesta :

---

1) i.e., $e^z = \lim_{n \to \infty} (1+ \frac{z}{n})^n$

$$\frac{(1+\frac{s\sqrt{-1}}{n})^n - (1-\frac{s\sqrt{-1}}{n})^n}{2\sqrt{-1}} \ldots "$$

5) Tomado de L. Euler, *Introductio in analysin infinitorum*, vol. I, Lausannae, 1748, § 138. Aquí i designa un número "infinitamente grande".

" . . . Sustituyendo tenemos

$$\cos.v = \frac{(1+\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i + (1-\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i}{2}$$

y

$$\sin.\ v = \frac{(1+\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i - (1-\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i}{2\sqrt{-1}}.$$

En el capítulo precedente vimos que

$$(1+\frac{z}{i})^i = e^z,$$

e denotando la base de los logaritmos hiperbólicos; escribiendo para z, primero $+v\sqrt{-1}$ y luego $-\sqrt{-1}$, tendremos

$$\cos.\ v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}}}{2}$$

y

$$\sin.\ v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}} - e^{-v\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}.$$

De aquí se percibe cómo las cantidades exponenciales imaginarias se reducen al seno y el coseno de arcos reales. Pues, se tiene

$$e^{+v\sqrt{-1}} = \cos.v + \sqrt{-1} \cdot \sin.\ v$$

$$e^{-v\sqrt{-1}} = \cos.v - \sqrt{-1} \cdot \sin.\ v\text{ .''}$$

2. ***Exhortación a un acto de fe.*** (Tomado de Luigi Campedelli " Fantasía y lógica en la matemática". Nueva colección Labor) .

Querríamos que estas páginas valiesen para probar que la matemática es algo muy distinto de lo que se cree comúnmente. Con demasiada frecuencia los recuerdos escolares inducen a pensar en la matemática como en un camino obligado y en el que todo es perfecto, estando dominado por procedimientos mecánicos; una calle sin encrucijadas para permitir eventuales cambios de dirección, que no desemboca nunca en una plaza de la que partan otras vías. Y la perfección y la mecanicidad pueden suscitar admiración, pero es una admiración sin «resonancia interior» ; además, aleja a los jóvenes, los cuales al dirigirse a sus estudios lo hacen para enriquecerse y abordar temas palpitantes. La matemática les parece que no sirve para ello .

Quisiéramos poder mostrar que tal opinión no corresponde a la verdad, que la matemática, considerada como construcción del pensamiento, es algo íntima y profundamente nuestro, hecho de nuestra ansia de conocer y del empeño que adquirimos cuando advertimos en nosotros la posibilidad de fundirnos y ampliarnos en una obra de creación. Cualquier dificultad inicial no debe asustar : será ampliamente compensada.

3. ¿ Quiere usted escribir un texto de matemáticas ? Entonces lea esto primero .

(Tomado de "The American Mathematical Monthly", 79(1973), 921-923 .

"... es una desafortunada creencia entre los profesores de matemática, que la manera correcta de generar investigadores en la materia es presentando a los estudiantes la versión más general y abstracta de un tema. Cuando así se hace, las ideas básicas del tema son susceptibles de desaparición en medio de un montón de notación y estructura. No hay puntos culminantes, ni visión amplia, ni exploración de una sencilla ilustración antes de hacer el tratamiento general. Tal proceso puede ser una manera lógica de organizar el material que se va a enseñar, pero creo que es una manera demasiado pobre de enseñar a los estudiantes creatividad o de hacerles entender los orígenes y significados del tema. La mejor matemática no es a menudo túrgida . E. H. Moore influenció más a través de sus ideas que a través de su tratamiento notacional abstracto del Análisis".

* * *