

ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

MARCO CONCEPTUAL PARA EL DESARROLLO DE LAS MATEMATICAS

EN COLOMBIA

GUILLERMO RESTREPO S.

1. Consideraciones históricas sobre el desarrollo matemático en Colombia. Toda ciencia tiene su historia, es decir, toda ciencia en su desarrollo está ligada a un marco de relaciones sociales de producción y a un nivel de desarrollo de las fuerzas productivas. Como la ciencia es universal, se puede hablar de una historia universal de la ciencia con un relativo grado de autonomía de las periodizaciones históricas. Pero así como hay economías nacionales e historias nacionales, también existen historias nacionales de la ciencia. Como matemáticos nos ocupamos de la matemática en general. Como matemáticos que hacemos un trabajo en Colombia debemos partir de una historia nacional de la matemática como manifestación concreta de una historia universal. Si queremos entender el presente de la matemática en Colombia y columbrar su desarrollo futuro tenemos que decir algo sobre la matemática en el pasado y sus relaciones con la producción material dentro del marco de la economía nacional.

a) **Tiempos precolombianos.** *Economía agraria de los Chibchas y otros grupos indígenas con escasos intercambios comerciales. Medios de producción elementales, fuerza de trabajo artesanal. Desarrollo matemático a nivel de "conteo".*

b) **Destrucción del modo de producción indígena por la conquista.** *Creación de un nuevo modo de producción basado en el intercambio comercial entre metró-*

poli y colonia de materias primas naturales y metales por productos elaborados, de las herramientas más simples. Destrucción de la artesanía y afianzamiento del régimen señorial. Las obras de infraestructura (vías de comunicación, puentes, dotación de puertos etc.) que requerían fuerza de trabajo con algún grado de calificación se hacían con ingenieros que venían a cumplir una tarea específica. Muchas de las obras públicas adelantadas se hacían con expertos venidos de España. En la segunda mitad del Siglo XVIII se produce un desarrollo matemático importante a raíz de la Expedición Botánica, pero que de ningún modo se suscitó por los requerimientos de un desarrollo de las fuerzas productivas que impulsara la matemática más allá de la aritmética comercial y los cálculos más elementales.

c) **La Expedición Botánica.** La historia universal es particularmente rica en descubrimientos matemáticos a partir del Siglo XVI. El proceso de acumulación capitalista se intensifica. Florecen las ciudades y aumentan vertiginosamente los inventos técnicos paralelamente a un gran desarrollo de las fuerzas productivas. El capital comercial se convierte en capital industrial y manufacturero. A finales del Siglo XVIII se consolida la revolución industrial y el estímulo de la producción a la ciencia llega a límites sin precedentes. Con la gran industria se anuncia el nacimiento de "la gran ciencia" de las grandes inversiones y de elaboración en equipo que se convierte en fuerza productiva directa. Veamos algunas muestras de los grandes desarrollos matemáticos. La geometría analítica de Fermat (1629) y Descartes (1637). El cálculo diferencial e integral de Newton (1666, 1684) y Leibnitz (1673, 1675). La teoría matemática de las Probabilidades de Fermat y Pascal (1654). La geometría proyectiva sintética de Descartes y Pascal (1668-1680). La dinámica de Galileo y el descubrimiento de la ley de la gravedad universal (1680) por Newton que desarrolló en sus Principia. Con Gauss (1777-1855) y Lagrange (1736-1813) empieza la época del rigor en matemáticas que deja su marca en todo el desarrollo futuro de las matemáticas.

El movimiento progresista impulsado por Feijoo y Campomanes con el que se trató de incorporar a España a las ideas de la ilustración, tuvo sus reflejos en Hispanoamérica, y particularmente en la Nueva Granada. José Celestino Mutis,

un médico de Cadiz, establece la primera cátedra de matemáticas en 1761 en el colegio mayor de Nuestra Señora del Rosario y da a conocer la física de Newton y astronomía de Copérnico. En 1763 ordena Carlos III, el Borbón Ilustrado, la creación de la expedición Botánica, con el fin de poner "la ciencia de la naturaleza al servicio de una explotación eficaz de las riquezas del nuevo reino". Se quería así agregar un eslabón más en el esfuerzo de la España Borbónica por contrarrestar el poder de las potencias rivales, como Francia e Inglaterra, que basaban su supremacía política en la nueva economía industrial capitalista fundamentada en la ciencia y la tecnología.

En 1786, bajo la administración del Virrey Caballero y Góngora, se creó un nuevo plan de estudios que contemplaba, entre otras cosas, el estudio de la aritmética, la geometría y la trigonometría. Fernando Vergara y Caycedo, quien substituyó a Mutis en la cátedra de matemáticas, escribió los primeros textos de matemáticas. Entre otros, "elementos de geometría plana" y "elementos de análisis matemático". Francisco José de Caldas, formado en el clima científico de la expedición Botánica, puede considerarse como el primer matemático, en el sentido tradicional del término de persona con espíritu creador que produce matemáticas, formado a través de una actividad científica llevada a cabo dentro del territorio nacional.

d) Siglo XIX hasta 1950. La lucha por la independencia tuvo por efecto inmediato cortar los vínculos políticos y comerciales con España. Inmediatamente después se establecieron relaciones con los países capitalistas europeos de tipo político y comercial. El comercio de exportación e importación tuvo características muy similares a las de los tiempos coloniales. Con la diferencia de que ahora los intercambios de materias primas por bienes de capital se hacen dentro del marco de un país soberano desde el punto de vista político. En lo interno sigue vigente la economía atomizada de la colonia sin un mercado interno apreciable y poco intercambio de bienes a nivel nacional; con una población escasa en relación a los recursos explotables y a las dimensiones territoriales; con una producción artesanal menguada y un desarrollo técnico supremamente elemental. En las guerras por la independencia política pierden la vida muchos de los hombres eminentes forma-

dos durante la expedición Botánica. Este esfuerzo científico que obedeció más que todo a intereses económicos y políticos de la España Borbónica, llega a su término sin que pueda ser reproducido, a pesar de notables esfuerzos individuales. De ahora en adelante el desarrollo científico se "nacionaliza" y corre paralelo al desarrollo de las magras fuerzas productivas.

Las actividades mineras que desempeñaron un papel fundamental en el desarrollo económico de regiones como Antioquia y las necesidades de vías de comunicación generadas por el comercio de exportación crearon la necesidad de formar cuadros técnicos dentro del país. Por ellos se crean las Escuelas de Ingeniería de Minas y Civil. La actividad matemática se reduce a la enseñanza de las matemáticas requeridas por estos nuevos profesionales. Surgen ingenieros como Lino de Pombo que dan lecciones de Aritmética y Álgebra, Geometría Analítica y otras en el Colegio Militar de Ingenieros y en la Escuela de Ingenieros de la Universidad Nacional. Esta Escuela se fundó en 1868 y luego cambió de nombre para convertirse en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería en 1880. En 1871 se fundó en Medellín la Escuela Nacional de Minas, aunque durante mucho tiempo funcionó con el nombre de Escuela de Minas.

Durante muchos años fueron la Escuela de Minas y la Facultad de Matemáticas e Ingeniería los únicos centros de actividad matemática en el país. Con algunas excepciones, los ingenieros que con gran devoción y entusiasmo se dedicaban a la enseñanza de las matemáticas nunca rebasaban los conocimientos exigidos por la formación profesional de los ingenieros. Es natural que no surgieran matemáticos en el sentido de individuos con vocación creadora en matemáticas. La revista *Annales de Ingeniería* era el órgano principal de difusión científica. El ingeniero Rafael Nieto París formado profesionalmente en Boston, publicó algunos artículos sobre problemas relacionados con la trisección del triángulo y la duplicación del cubo por medio de regla y compás. Estos problemas desempeñaron un papel muy importante en el desarrollo del álgebra durante el Siglo XIX en Europa. Señalamos que Gauss demostró a la edad de diez y nueve años que un polígono de n lados se puede construir con regla y compás si y sólo si $n = 2^s p_1 p_2 \dots p_r$, donde p_1, p_2, \dots, p_r son números primos distintos de $2^k + 1$. Así mismo, Galois (1811-1832)

1832) dio en 1830 las condiciones necesarias y suficientes para que una ecuación algebraica pueda resolverse por radicales. Con ello quedó demostrada la imposibilidad de trisecar el triángulo y duplicar el cubo. Un lugar destacado en las matemáticas colombianas lo ocupa, sin duda, el ingeniero Julio Garavito Armero. Su familiaridad con los adelantos matemáticos de su tiempo, su labor docente en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional y su acucioso espíritu de investigador dan crédito de un verdadero matemático que resalta como figura señera de las matemáticas colombianas de principios del Siglo XX. Sus trabajos en astronomía le han merecido justo reconocimiento internacional. Garavito muere en 1920 sin haber dejado una escuela de matemáticas, sin haber dejado textos y sin seguidores de igual valía. Fue un fruto adventicio del medio. Naturalmente, algunos de sus epígonos cuentan sus méritos sin haberse nunca convertido en sus discípulos.

El desarrollo de las fuerzas productivas en la primera mitad del Siglo XX llega a altos niveles de sofisticación industrial. El auge de la energía eléctrica, de la energía química, de las vías de comunicación (ferrocarriles, carreteras, etc.), sumado a los desarrollos técnicos e industriales, van perfilando un país de estructura económica capitalista, con un mercado interno integrado a nivel nacional. Ello determinó el aumento de la división técnica del trabajo calificado y, por lo mismo, una demanda al sistema educativo universitario por especialistas en los más variados campos. Surgen universidades por doquier, muchas de carácter técnico, que forman economistas, agrónomos, ingenieros mecánicos, ingenieros eléctricos, ingenieros químicos, etc. El saber matemático a los niveles del cálculo diferencial e integral y la geometría analítica se extiende vertiginosamente. La demanda universitaria por estas asignaturas es satisfecha con ingenieros civiles principalmente, muchos de los cuales abandonan definitivamente la ingeniería para convertirse en nuevos profesionales de la docencia matemática. Entre ellos se destaca el ingeniero Luis de Greiff Bravo quien, sobreponiéndose a todas las dificultades del aislamiento, logró mantener en alto los ideales del matemático. Las universidades responden a la demanda de conocimientos en matemáticas y otras ciencias básicas creando las facultades de ciencias con los Departamentos

de Matemática, Física, Química y Biología, como una concesión a la división técnica del trabajo intelectual dentro de la Universidad.

Creados los departamentos de ciencias básicas con el criterio de unidades de recursos humanos para prestar servicios a los diversos programas universitarios en respuesta a urgentes necesidades, hubieron de albergar a todas aquellas personas que a bien tuvieran de hacer de la enseñanza de la matemática a los niveles exigidos por las carreras profesionales una actividad honrosa. Aficionados meritorios sin título académico, licenciados de las normales e ingenieros formaron el contingente inicial de una nueva profesión, a principio gárrula y eléctrica.

e) Despues de 1950 A partir de 1948 se vinculan a la Universidad Colombiana algunos matemáticos europeos y japoneses. En primer lugar el doctor Carlo Federici, quien abre nuevos horizontes en el campo de la lógica matemática de la metodología y de la didáctica. Su extraordinaria labor de maestro la testimoniaron muchos de quienes nos contaron entre sus discípulos. Posteriormente en 1956, llegan a la Universidad de los Andes los doctores Juán Horváth e Hiroshi Uehara, gran analista el primero y meritorio topólogo el segundo. El Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional establece el primer plan de estudios para formar matemáticos en 1957. La juventud estudiosa con vocación matemática tenía ahora la oportunidad de hacer estudios superiores en matemáticas y ponerse en contacto con las corrientes modernas de la matemática y con los grandes creadores del Siglo XX, desde David Hilbert hasta Salomon Leftchetz y, naturalmente, todos los integrantes de la escuela estructuralista de Bourbaki (A. Weil, J. Dieudonné, L. Schwartz, etc.). Los volúmenes de los "Element de mathématique par N. Bourbaki" se convirtieron en la nueva biblia de quienes, por aquella época, integrábamos el grupo de los nuevos conversos a la matemática moderna estructuralista y axiomática. La historia es reciente y los objetos y las cosas todavía no tienen nombre, así que nos limitamos a señalar con el dedo.

Los programas de especialización del profesorado permitió un gran flujo hacia el exterior de profesores de matemáticas, recién graduados en su mayoría, quienes obtuvieron títulos avanzados de Ph.D. en Universidades Americanas y Europeas. Algunos nunca más regresaron, otros regresaron y emigraron después de permane-

cer dos o tres años en el país. No pocos, a pesar de las dificultades iniciales, se han vinculado definitivamente a la Universidad Colombiana. Existe la Sociedad Colombiana de Matemáticas fundada en 1955 que, entre otras cosas, publica la Revista Colombiana de Matemáticas y una revista de carácter didáctico y de divulgación, el Boletín de Matemáticas. El Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional administra un programa de posgrado conducente al título de maestro y cuenta con condiciones mínimas de facilidades bibliográficas para desarrollar investigación. El desarrollo actual de las fuerzas productivas en el país abre perspectivas nuevas para la matemática en la estadística, la economía y la planificación económica, la computación y la investigación de operaciones. La Universidad del Valle, la Universidad de los Andes y otras han establecido firmemente programas conducentes al título de matemático. La perspectiva de estudios de posgrado en estas Universidades se hace cada vez más clara.

El desarrollo de las fuerzas productivas ha cada vez aumentado las necesidades del pensamiento matemático. El capitalismo monopolista de empresas multinacionales y la propiedad privada de los medios de producción, como régimen económico en nuestro país, es una traba al desarrollo de las fuerzas productivas. La automación y la planificación económica sólo tendrán su pleno desarrollo dentro de un modo de producción socialista. Y entonces el pensamiento matemático revelará todas sus posibilidades en el análisis de sistemas y en la formulación de modelos matemáticos y hará posible nuestra participación de los beneficios de la llamada revolución científico-técnica que pueda liberarnos colectivamente del yugo de la ciega necesidad. Habrá colegas que no comparten estas ideas. Seguramente tendrán también sus buenas razones para empeñarse en el desarrollo de las matemáticas en nuestro país.

2. Bases generales para el desarrollo de las matemáticas en Colombia. Un título más adecuado hubiese sido : bases generales para el desarrollo del pensamiento matemático en Colombia. Porque de esta forma estaríamos más dispuestos a ver la matemática como una actividad mental, como una manera de enfocar los problemas y de resolverlos, como algo ajeno a un recetario de fórmulas que al-

guien aplica a problemas concretos, o que quizás sólo sirvan para deleite intelectual de unos pocos. Y, lo que es más importante, al hablar de pensamiento matemático indicamos que es pensamiento de lo concreto, es decir, pensamiento sobre lo real, en oposición a los meros juegos lógicos de signos. Al hablar de desarrollo del pensamiento matemático se quiere indicar también el compromiso del sistema escolar como un todo en educar para el pensar y el hacer, desde la primaria hasta la Universidad. La conclusión es pues que debemos pensar en *el desarrollo integral de las matemáticas en Colombia*.

Cabe observar que hablamos de desarrollo integral de las matemáticas en Colombia, no desarrollo de las matemáticas en general. Con ello queremos "nacionalizar" el desarrollo matemático, sin que ello implique hacer "una matemática nacional". Expresado en otra forma, debemos partir de nuestras condiciones concretas (grado de desarrollo de las fuerzas productivas, grado de desarrollo de nuestra infraestructura matemática en cuanto a personal y bibliotecas, etc.) para fijar metas, objetivos y estrategias relacionadas con el desarrollo matemático que puedan llevarse a cabo. Por ejemplo, planear un Instituto de Matemáticas como Princeton que acoja a los mejores matemáticos del mundo, aunque posible, no deja de ser un despropósito. La utilidad social de la ciencia es algo que ya todos aceptamos en Colombia, afortunadamente. Aunque es posible que sea más útil para unas clases sociales que para otras. De todos modos, desde hace muchos años, el estado se ha propuesto dar educación gratuita y obligatoria a todos los niños colombianos. Naturalmente, además de saber leer y escribir y tener una dieta adecuada, los niños colombianos deberían conocer las cuatro operaciones de la aritmética y sus aplicaciones más elementales. Pensemos en el gran "esfuerzo colombiano" que demandaría el preparar textos, materiales didácticos y profesores para enseñar las bases de la aritmética a todos los niños colombianos. En el fondo este es un problema político y económico cuya solución depende en parte de la colaboración de los matemáticos colombianos. Sobre este punto no hay dudas, si bien podemos tener diferencias en cuanto a la posibilidad de resolverlo satisfactoriamente dentro del actual estado de cosas. En México los investigadores del Centro de Investigación y Estudios Avanzados están escribiendo los textos de

primaria con la colaboración de profesores normalistas. En diversos países el contenido de estos textos es muy similar, aunque las diferencias en cuanto a concepción de la matemática y orientación pedagógica son notables de país a país. Me he detenido en este ejemplo para mostrar las dificultades prácticas de un desarrollo integral de la matemática en Colombia.

El ejemplo anterior nos introduce en el primer problema general relacionado con el desarrollo integral de la matemática : *el problema de la enseñanza de las matemáticas a todos los niveles*. Los profesores de primaria de secundaria y de universidad enfrentamos problemas pedagógicos comunes, con las debidas diferencias según los niveles. Constantemente los profesores universitarios nos quejamos de la mala preparación de los bachilleres y simultáneamente miramos por encima del hombro a los profesores de secundaria. Nuestra prepotencia nos lleva en los Departamentos de Matemática a tener programas propios para formar matemáticos "investigadores", mientras la vecina Facultad de Educación tiene el programa para formar el Licenciado en Matemáticas o Matemática-Física, quien es expuesto usualmente a cursos de matemática de segunda categoría. No es nuestro interés entrar a estudiar este problema en toda su amplitud. Es un problema bastante complejo cuyo estudio requiere tiempo y esfuerzo colectivo. Solo quisiéramos indicar algo que frecuentemente se olvida : *la enseñanza de la matemática a todos los niveles debe enseñar a pensar a los alumnos*. Pensar matemáticamente no es saber axiomas y demostraciones. De los axiomas de Peano se deduce que dos más dos es cuatro, pero dos elefantes más dos pulgas no es igual ni siquiera a ; cuatro asnos! El alumno que aprende a pensar sabe formular preguntas y ensayar respuestas, sentir seguridad y alegría ante los problemas y las contradicciones y gusta de la polaridad contradictoria entre lo concreto y lo abstracto. Ante todo, el alumno que aprende a pensar no es un dogmático que ve el mundo como una cajita de hechos para corroborar sus teorías generales. *Enseñar a pensar en la escuela: he aquí una tarea importante de la investigación pedagógica.*

El segundo problema que se debe considerar es *el problema de las aplicaciones de la matemática*. Personas de la más diversa condición y oficio aplican a diario

los conocimientos matemáticos . desde el voceador de periódicos que tiene que dar "el vuelto " , hasta la ama de casa que en sus aventuras culinarias tiene que medir mezclas y ejecutar operaciones con quebrados. Por no decir nada, a un nivel más sofisticado, de los numerosos profesionales que en sus investigaciones hacen uso del cálculo diferencial e integral, de las ecuaciones diferenciales, de las matrices, la estadística, la teoría de juegos, etc. La solución de un problema concreto que interese a un individuo, a un grupo de individuos, a una unidad de producción o a la sociedad en general usualmente exige una investigación empírica, la identificación de variables dependientes e independientes, el establecimiento de relaciones de tipo funcional entre estas variables. Un modelo matemático reproduce en forma abstracta los elementos esenciales de un sistema por medio de relaciones funcionales entre las variables independientes (controlables) y las variables dependientes, o por desigualdades. El problema matemático a resolver consiste usualmente en resolver una ecuación operacional, u optimizar una función en el conjunto de estados del sistema. La computadora es de gran ayuda en estos casos desde el punto de vista de las soluciones cuantitativas. Otras veces el modelo matemático permite predecir los cambios cualitativos del sistema en el tiempo. Los modelos matemáticos que se presentan son determinísticos algunos , otros son de tipo probabilístico. En los sistemas físicos se llega usualmente a modelos expresados por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales o por operadores en un espacio de Hilbert. Los sistemas económicos se expresan por modelos de desigualdades y una función que debe ser optimizada.

Las aplicaciones de la matemática al estudio de sistemas biológicos, sociales y económicos es relativamente reciente. Las posibilidades de aplicación de la matemática aumentan continuamente. Esto impone ciertas obligaciones al sistema escolar en donde se forman los matemáticos. El desarrollo futuro de la matemática en Colombia debe contemplar *la obligación de formar matemáticos que puedan hacer aplicaciones de la matemática al nivel de sofisticación requerido por el desarrollo de las fuerzas productivas en los próximos años.* Con esto se quiere decir que la enseñanza de la matemática en el futuro debe considerar la teoría, las estructuras y las aplicaciones como partes esenciales de la educación de todo

matemático, independientemente de su futura ocupación. De preferencia se deben buscar aplicaciones a los sistemas económicos y sociales.

El tercer problema que se debe encarar al planear el desarrollo futuro de la matemática en Colombia es *el problema de la investigación*. El distintivo fundamental de un matemático a través de la historia ha sido su dignidad de investigador. Cuántos matemáticos que nunca publicaron artículos o memorias experimentaron secretamente la alegría de la creatividad de la cual contagian a sus estudiantes que después fueron los grandes creadores ! Julio Garavito y Luis de Greiff fueron auténticos investigadores a pesar de que sus hallazgos no están probablemente dentro del torrente de la matemática universal! Los investigadores se forman en la Universidad desde los primeros años. Durante el primer ciclo universitario se debe dar una formación balanceada entre los aspectos teóricos y los aspectos relacionados con las aplicaciones de la matemática. La educación universitaria del matemático debe culminar con un trabajo de investigación dirigido de carácter exploratorio. No debe durar más de un año. Durante este tiempo el estudiante pondrá a prueba su independencia intelectual, su perseverancia y sus verdaderas inclinaciones intelectuales. *De aquí surge el imperativo de que los departamentos de matemática del futuro se conviertan en semilleros de investigadores.*

Esto trae problemas de organización y de financiación. Claramente la exigencia anterior presupone *el establecimiento de grupos de investigación*. Los problemas prácticos que surjan en cada caso tendrán que resolverse dentro de las condiciones concretas. Los grupos de investigación pueden hacerse en torno a problemas de matemática teórica, matemática aplicada y problemas pedagógicos relacionados con la matemática. La formación de un grupo de investigación depende fundamentalmente de la presencia de un investigador con experiencia en un campo dado. Inicialmente no existirán seguramente facilidades bibliográficas o de otra índole. La tarea inicial de estos grupos será crear la infraestructura necesaria. De ningún modo serán estos centros refugio o cuartel para sustraerse a las tareas de la docencia. De todos modos, la organización de estos grupos de investigación debe ser tema aparte amplia discusión.

Nota Quiero agradecer a todos los profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Valle la colaboración prestada a través de discusiones, sugerencias y charlas ocasionales.

Diciembre 3 de 1973.

N. del E. Este artículo es el texto del primero de cuatro documentos de trabajo presentados por el autor al Comité de Asesoría Académica en Matemáticas del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) y la Asociación Colombiana de Universidades (ASCUN) y constituye también un informe preliminar para el Proyecto de Investigaciones Históricas en la Matemática Colombiana patrocinado por el Fondo Colombiano de Investigaciones Científicas y Proyectos Especiales "Francisco José de Caldas" (COLCIENCIAS, 202-1-01-74).