

Reseñas de algunos trabajos de Pregrado de la carrera de Matemáticas Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá. 2018-II

Sandra Carolina García Martínez^{1,a}

1. Sobre el Teorema de los Números Primos

Estudiante **Angel Andrey Sierra Vargas***

Director *John Jaime Rodriguez Vega***

Emails *aaserrav@unal.edu.co, **jjrodriguezv@unal.edu.co

ABSTRACT. El teorema de los números primos (TNP) describe la distribución asintótica de los números primos estableciendo que $\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}$, donde $\pi(x)$ es la cantidad de primos $\leq x$. La prueba clásica del TNP utiliza herramientas del análisis complejo y se basa en el hecho de encontrar una región libre de ceros para la función zeta de Riemann $\zeta(s)$. En este sentido también hacemos un contraste del TNP con la hipótesis de Riemann.

2. Funciones Polacas

Estudiante **David Amaya Velásquez***

Directora *Clara Marina Neira Uribe***

Emails *dsamayav@unal.edu.co, **cmneirau@unal.edu.co

ABSTRACT. En este trabajo se definen y estudian análogos de los axiomas de enumerabilidad en la categoría de las funciones continuas y se extienden resultados de topología general que los relacionan. Se estudian las funciones metrizables y completamente metrizables, así como sus propiedades de separación, enumerabilidad y compacidad. Finalmente se definen e investigan dos clases de funciones que generalizan la noción de espacio topológico polaco (completamente metrizable y 2-enumerable), las funciones polacas y las funciones fuertemente polaca.

¹Coordinadora Carrera de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

^asacgarcia@unal.edu.co

3. Modelos de Crecimiento de Hojas de Plantas Usando Elementos Finitos

Estudiante **Angie Lorena Méndez Llanos***

Director *Juan Carlos Galvis Arrieta***

Emails *almendezl@unal.edu.co, **jcgaltisa@unal.edu.co

ABSTRACT. Las plantas son muy importantes en nuestra vida cotidiana. Son cruciales en la producción de comida y medicina, así como para regular el ciclo del agua. Exploraremos modelos de crecimiento de hojas de plantas, haciendo un breve recorrido por modelos que usan diferentes herramientas matemáticas y biológicas. Nos enfocaremos en un modelo estacionario de reacción-difusión, planteando una ecuación diferencial parcial y resolviéndola usando el Método de los Elementos Finitos adaptado a curvas. Para esto, haremos una introducción a los conceptos biológicos necesarios y al Método de los Elementos Finitos.

4. Determinación del Coeficiente de Conducción de Calor

Estudiante **Julian David Espinel Leal***

Director *Jorge Mauricio Ruiz Vera***

Emails *jdespinell@unal.edu.co, **jmruizv@unal.edu.co

ABSTRACT. La conducción del calor es uno de los fenómenos físicos mas empleados en la industria. El uso y aplicaciones de éste, se basa en la capacidad de los materiales en transportar energía, a manera de calor, de un punto a otro. Esta propiedad de los materiales es conocida con el nombre de conductividad térmica. Por esto, es importante el desarrollo de técnicas experimentales y numéricas que permitan determinar la conductividad térmica del material. Se estudia la ecuación de calor en una dimensión. Se estudia numéricamente el problema directo mediante el método de elementos finitos. Luego, se considera problema inverso asociado a determinar el coeficiente de conducción de calor dada la solución, para ello se emplea el método la regularización de Tikhonov para hallar una aproximación al coeficiente.

5. Sobre Espacios de Alexandroff

Estudiante **Julian David Mesa Bueno***

Directora *Ibeth Marcela Rubio Perilla***

Emails *judmesabu@unal.edu.co, **imrubio@unal.edu.co

ABSTRACT. En este trabajo se realiza un estudio de las propiedades que tienen los espacios de Alexandroff y distintas formas en que se pueden construir. En particular, se consideran los llamados espacios funcionales de Alexandroff, algunas de sus propiedades y se presentan algunos ejemplos. Finalmente, se considera la acción de un monoide para construir nuevos espacios de Alexandroff, los que resultan relacionados con los espacios funcionales de Alexandroff de manera interesante.

6. Carcajes de Auslander-Reiten para algunos conjuntos ordenados equipados

Estudiante **Diego Alexander Maca García***

Directora *Ivon Dorado***

Emails *damacag@unal.edu.co, **iadoradoc@unal.edu.co

ABSTRACT. Se demuestran equivalencias entre las diferentes definiciones que existen de conjuntos ordenados (posets) 2-equipados y 3-equipados. Se hace lo mismo para las correspondientes categorías de representaciones y corepresentaciones, en cada caso. Se presentan los posets algebraicamente equipados y álgebras matriciales asociadas a estos que permiten describir sus categorías de representaciones. Cada poset p -equipado P determina dos posets algebraicamente equipados cuyas categorías de representaciones son equivalentes, una a la categoría de representaciones de P y la otra a su categoría de corepresentaciones. Usando este hecho, se describe el método para calcular las álgebras matriciales asociadas a cada poset p -equipado. Se calculan las álgebras matriciales para los posets 2-equipados y 3-equipados sinceros de tipo finito. En los casos en que estas álgebras matriciales sean hereditarias, se construyen los carcajes de Auslander-Reiten usando la matriz de Coxeter. Para llevar a cabo estas construcciones, se diseñó un programa en lenguaje matlab que ayuda a calcular las dimensiones de las representaciones.

7. Modelación Numérica de la suspensión de un automóvil

Estudiante **Diego Fernando Pinzón López***

Director *Jorge Mauricio Ruiz Vera***

Emails *dfpinzonl@unal.edu.co, **jmruizv@unal.edu.co

ABSTRACT. Se desarrolla un modelo bidimensional de suspensión de un automóvil y se estudian las vibraciones que pueden llegar a experimentar las diferentes partes del auto, debido a las irregularidades en algunas zonas de la carretera. El modelo a tratar se basa en un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, que describe la dinámica entre llantas, ejes, suspensiones, amortiguadores y un eje principal de chasis. El problema se enfrenta en primer lugar desde un punto de vista más teórico, hablándose de la existencia y unicidad de la solución del problema propuesto. Mediante simulación numérica se resuelve el sistema de ecuaciones y a partir de esta solución se busca analizar amplitudes de vibración y frecuencias propias que garanticen seguridad y comodidad para el conductor del automóvil.

8. Diagramas de Voronoi y sus Aplicaciones

Estudiante **Leonardo Flórez De Moya***

Director *Gustavo Rubiano***

Emails *lfloresm@unal.edu.co, **gnrubianoo@unal.edu.co

ABSTRACT. En el siguiente trabajo se analizan los diagramas de Voronoi y sus principales propiedades. éstos consisten en una construcción geométrica dada por un conjunto de puntos, llamados generadores, a los cuales se le asigna una región del plano, llamada región de Voronoi, que consiste en el conjunto de puntos del plano que son más cercanos a ese punto. El diagrama de Voronoi puede ser usado para facilitar la representación de fenómenos espaciales por medio de un modelo matemático. Se muestran además los principales algoritmos usados para la construcción del diagrama de Voronoi, comparados por su eficiencia, y además se presentan diversas aplicaciones del diagrama de Voronoi a problemas de diversos campos del saber y aplicaciones prácticas. El trabajo consta de cuatro principales secciones dedicadas a explorar el tema de los diagramas de Voronoi. En la primera sección se presenta la definición de diagrama de Voronoi y se explican sus principales componentes y propiedades, entre ellas las regiones de dominio, se muestran además resultados usando la teoría de grafos. En la segunda sección se muestran diversos derivados de los diagramas de Voronoi, entre los cuales se destacan las triangulaciones de Delaunay, las cuales sirven además como dual del diagrama de Voronoi. En la tercera sección se muestran los principales algoritmos usados para la construcción de los diagramas de Voronoi, presentados principalmente en base a su eficiencia computacional y a su facilidad de implementar. Y por último, en la cuarta sección se muestran diversas aplicaciones de los diagramas de Voronoi a diversas ciencias y a problemáticas de la sociedad. Entre los principales derivados del diagrama de Voronoi se encuentran el diagrama de Voronoi ponderado y el diagrama de Voronoi centroidal. El diagrama de Voronoi ponderado puede ser ponderado de forma aditiva o ponderado de forma multiplicativa, las aristas del diagrama de Voronoi ponderado de forma aditiva vienen dadas por semirectas y arcos hipérbolicos, mientras que las aristas del diagrama de Voronoi ponderado de forma multiplicativa vienen dadas por rectas y por circunferencias. Los diagramas de Voronoi centroidales son los que cumplen que los puntos generadores son a su vez los centroides de sus respectivas regiones de Voronoi. Los algoritmos mostrados en el trabajo permiten construir el diagrama de Voronoi y la triangulación de Delaunay, con una eficiencia lograda de hasta $O(n \log n)$. Los algoritmos que se muestran son el algoritmo de Fortune, el algoritmo divide y vencerás, el algoritmo de expansión y eliminación, el algoritmo de proyección a un espacio tridimensional, el algoritmo de Bowyer-Watson y el algoritmo de giro de aristas. Además, se muestran como métodos para aproximar el diagrama de Voronoi centroidal los algoritmos de Lloyd y de MacQueen. Las aplicaciones mostradas del diagrama de Voronoi son principalmente en ciencias naturales y en problemas de urbanismo.

9. Earliness/Tardiness Production Problem using Semi-Infinite Optimization

Estudiante **Juan Camilo Valencia Solano***

Directora *Alina Fedosova***

Emails *jcvalencias@unal.edu.co, **afedosova@unal.edu.co

ABSTRACT. An Earliness/Tardiness Production Problem is considered, with the objective of delivering products of a company in a optimum time. Based on the problem setted in [Wang and Fang, 1996], which was solved with a genetic method, we develop this semi-infinite optimization problem (SIP) with the stochastic outer approximations method created by [Volkov and Zavriev, 1997]. Obtain a better solution of the problem or at least get a similar solution is the goal of this work. By last, the algorithm developed will be applied in a real case of Colombian production Company, to give the optimum setting for production planning.

10. Independencia y Calculabilidad

Estudiante **David Valderrama***

Director *Andrés Villaveces***

Emails *dvalderramah@unal.edu.co, **avillavecesn@gmail.com

ABSTRACT. Se exponen las ideas fundamentales para demostrar el teorema de Paris-Harrington: la codificación de la relación de satisfacción y la indiscernibilidad; y cómo éstas son la base de uno de los trabajos de Harvey Friedman que demuestra la consistencia de ZFC más la existencia de un cardinal con la propiedad estacionaria de Ramsey a partir de un clique maximal $\mathbb{Z}^+$ -superior-invariante de un grafo orden-invariante sobre $\mathbb{Q}$. Además, se demuestra el teorema mencionado de Friedman con algunas variaciones y correcciones de la demostración original.

11. Theory of Lie groups and some applications in theoretical physics

Estudiante **Jaime Junior Cuervo Cárdenas***

Directora *Carolina Neira***

Emails *jajcuervoca@unal.edu.co, **cneiraj@unal.edu.co

ABSTRACT. Lie group theory has exerted a vast influence in the formulation of physics in general, and particularly in particle physics. Although this is a widely recognized fact, introductory texts in this field tend to fail at offering a concise mathematical background of the results provided. The idea of creating this work was conceived in my student years as a physicist, largely inspired by my talks with professors Rodolfo Alexander Díaz Sánchez and Justo López Sarrión, due to the concern that this can lead to confusion and wrongdoing by the future generations of physicists, but also in the hopes that an exposition such as this one could

motivate young mathematicians to develop an interest in this field of natural science. In view of this, this text offers an introduction to the topics of Lie algebras and Lie groups, followed by the acknowledgement of specific but very important results in representation theory. With that in mind it has been divided in three chapters, dedicated to those subjects respectively. Examples of how the introduced concepts can be used, are provided at each stage of the first two chapters, leading to an explicit construction of mathematical structures of interest in particle physics, such as the Poincaré Lie algebra, the Poincaré Lie group, the restricted Poincaré Lie group and its covering group. In the third chapter, examples are also provided but mostly just mentioned, in order to reach a point where the reader can comprehend the role of Lie group theory, in the understanding of the definitions of what physicists call quantum fields and elementary particles. The reason why these two particular goals are chosen owes to the impressiveness of the methods involved in hands-on approaches to these topics, namely in Weinberg's explicit construction of low-dimensional quantum fields, and Wigner's theorem on the classification of elementary particles. These results do often go unnoticed or barely mentioned and are key to envisage how we should axiomatize quantum field theories, in the spirit of Hilbert's sixth problem.

12. Modelo topológico para detección de anomalías en bases de datos

Estudiante **Johan Leonardo Ruiz Vargas***

Director *Francisco Albeiro Gómez Jaramillo***

Emails *jolruizva@unal.edu.co, **fagomezj@unal.edu.co

ABSTRACT. Los algoritmos más usados para detección de anomalías, llamados algoritmos tipo k-Nearest Neighbor (k-NN), son muy sensibles al cambio en el parámetro de escala k. Este problema es descrito detalladamente y se resalta cómo puede entenderse mediante la Dualidad Local-Global. Se describe la caracterización topológica de un conjunto de datos usando diagramas de persistencia y cómo a partir esta herramienta puede plantearse un nuevo modelo para la detección de anomalías capaz de solucionar el problema de dualidad Local-Global. La clave para superar esta dualidad está en la naturaleza multiescala de los diagramas de persistencia. La detección de anomalías se sustenta en que sustracciones individuales de puntos anómalos implica cambios significativos sobre la topología en comparación al cambio relativo en la topología inherente al conjunto de datos. Estos cambios significativos pueden medirse usando la métrica Cuello de Botella para comparar los diagramas de persistencia asociados a las distintas deformaciones del conjunto de datos inducidas por las sustracciones individuales de puntos. Se realizan experimentos contrastando el modelo propuesto con algunos modelos existentes.