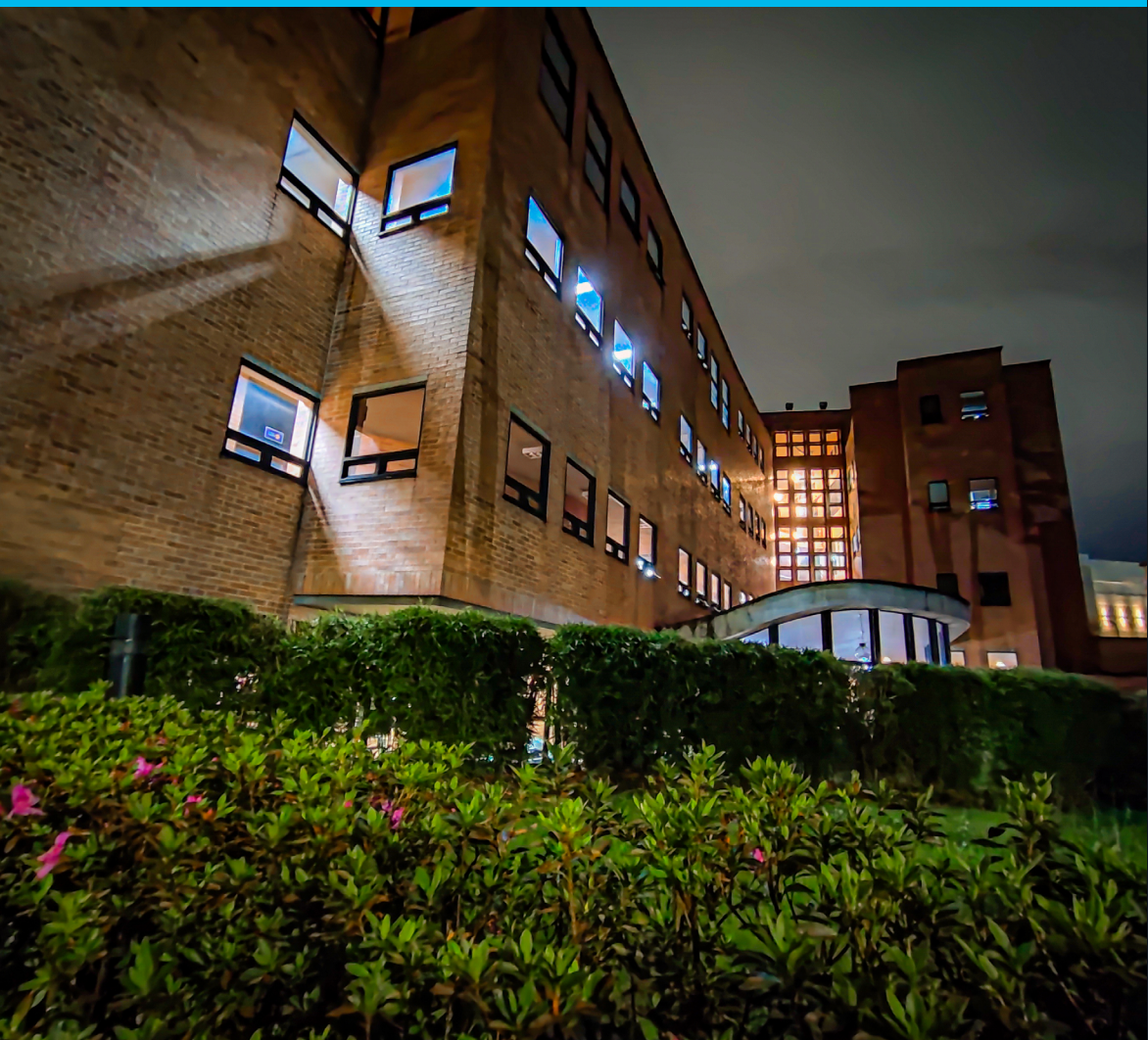


CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772



Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Economía
Sede Bogotá



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

ASESORES EXTERNOS

COMITÉ CIENTÍFICO

Ernesto Cárdenas

Pontificia Universidad Javeriana-Cali

José Félix Cataño

Universidad de los Andes

Philippe De Lombaerde

NEOMA Business School y UNU-CRIS

Edith Klimovsky

Universidad Autónoma Metropolitana de México

José Manuel Menudo

Universidad Pablo de Olavide

Gabriel Misas

Universidad Nacional de Colombia

Mauricio Pérez Salazar

Universidad Externado de Colombia

Fábio Waltenberg

Universidade Federal Fluminense de Rio de Janeiro

EQUIPO EDITORIAL

Daniela Cárdenas

Karen Tatiana Rodríguez

Frank Morales Durán

Estudiante auxiliar

Proceditor Ltda.

Corrección de estilo, armada electrónica,
finalización de arte, impresión y acabados
Tel. 757 9200, Bogotá D. C.

Luis Tarapuez - Equipo de comunicaciones FCE

Fotografía de la cubierta

Indexación, resúmenes o referencias en

SCOPUS

Thomson Reuters Web of Science

(antiguo ISI)-SciELO Citation Index

ESCI (Emerging Sources Citation Index) - Clarivate Analytics

EBSCO

Publindex - Categoría B - Colciencias

SciELO Social Sciences - Brasil

RePEc - Research Papers in Economics

SSRN - Social Sciences Research Network

EconLit - Journal of Economic Literature

IBSS - International Bibliography of the Social Sciences

PAIS International - CSA Public Affairs Information Service

CLASE - Citas Latinoamericanas en Ciencias Sociales y Humanidades

Latindex - Sistema regional de información en línea

HLAS - Handbook of Latin American Studies

DOAJ - Directory of Open Access Journals

CAPEP - Portal Brasileiro de Informação Científica

CIBERA - Biblioteca Virtual Iberoamericana España / Portugal

DIALNET - Hemeroteca Virtual

Ulrich's Directory

DOTEC - Documentos Técnicos en Economía - Colombia

LatAm-Studies - Estudios Latinoamericanos

Redalyc

Universidad Nacional de Colombia

Carrera 30 No. 45-03, Edificio 310, primer piso

Correo electrónico: revcuaco_bog@unal.edu.co

Página web: www.ceconomia.unal.edu.co

Teléfono: (571)3165000 ext. 12308, AA. 055051, Bogotá D. C., Colombia

Cuadernos de Economía Vol. 44 No. 94 - 2025

El material de esta revista puede ser reproducido citando la fuente.
El contenido de los artículos es responsabilidad de sus autores y no
compromete de ninguna manera a la Escuela de Economía, ni a la
Facultad de Ciencias Económicas, ni a la Universidad Nacional de
Colombia.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Rector

Leopoldo Alberto Múnera Ruiz

Vicerrectora Sede Bogotá

Andrea Carolina Jiménez Martín

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Decana

Liliana Alejandra Chicaiza Becerra

ESCUELA DE ECONOMÍA

Director

Óscar Arturo Benavidez González

VICEDECANATURA DE INVESTIGACIÓN Y EXTENSIÓN

Hernando Bayona Rodríguez

CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO - CID

Carlos Osorio Ramírez

DOCTORADO Y MAESTRÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y PROGRAMA CURRICULAR DE ECONOMÍA

Coordinador

Mario García Molina

CUADERNOS DE ECONOMÍA

EDITOR

Gonzalo Cómbita

Universidad Nacional de Colombia

CONSEJO EDITORIAL

Matías Vernengo

Bucknell University

Liliana Chicaiza

Universidad Nacional de Colombia

Paula Herrera Idárraga

Pontificia Universidad Javeriana

Juan Miguel Gallego

Universidad del Rosario

Mario García Molina

Universidad Nacional de Colombia

Iván Hernández

Universidad de Ibagué

Iván Montoya

Universidad Nacional de Colombia, Medellín

Juan Carlos Moreno Brid

Universidad Nacional Autónoma de México

Manuel Muñoz Conde

Universidad Nacional de Colombia

Noemí Levy

Universidad Nacional Autónoma de México

Esteban Pérez Caldentey

Universidad de Pittsburgh

María Juanita Villaveces

Universidad Nacional de Colombia

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia.

Usted es libre de:

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

Bajo las condiciones siguientes:

- **Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** — No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



El contenido de los artículos y reseñas publicadas es responsabilidad de los autores y no refleja el punto de vista u opinión de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas o de la Universidad Nacional de Colombia.

The content of all published articles and reviews does not reflect the official opinion of the Faculty of Economic Sciences at the School of Economics, or those of the Universidad Nacional de Colombia. Responsibility for the information and views expressed in the articles and reviews lies entirely with the author(s).

EMPLEANDO TÉCNICAS NO PARAMÉTRICAS PARA MEDIR CAMBIOS EN EL CORTO PLAZO EN LA DISTRIBUCIÓN DE LOS INGRESOS DE LOS HOGARES COLOMBIANOS EN EL PERIODO DE PANDEMIA

Julio César Alonso-Cifuentes
Viviana Chavarriaga-Antonio

Alonso-Cifuentes, J. C., & Chavarriaga-Antonio, V. (2025). Empleando técnicas no paramétricas para medir cambios en el corto plazo en la distribución de los ingresos de los hogares colombianos en el periodo de pandemia. *Cuadernos de Economía*, 44(94), 559-600.

Este artículo emplea el método de distribución relativa para analizar la evolución de la polarización del ingreso en Colombia durante el período 2018-2021, e incluye el periodo de impacto del COVID-19. Se emplea el ingreso per cápita

J. C. Alonso-Cifuentes

Universidad Icesi, Departamento de Economía, Cali (Colombia). Correo electrónico: jcalonso@icesi.edu.co (autor para correspondencia), <https://orcid.org/0000-0003-4890-7122>

V. Chavarriaga-Antonio

Universidad Icesi, Cienfi, Cali (Colombia). Correo electrónico: vchavarriaga@icesi.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-9594-7605>

Sugerencia de citación: Alonso-Cifuentes, J. C., & Chavarriaga-Antonio, V. (2025). Empleando técnicas no paramétricas para medir cambios en el corto plazo en la distribución de los ingresos de los hogares colombianos en el periodo de pandemia. *Cuadernos de Economía*, 44(94), 559-600. <https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v44n94.106919>

Este artículo fue recibido el 26 de enero de 2023, ajustado el 28 de febrero de 2024 y su publicación aprobada el 16 de abril de 2024.

de las familias a partir de microdatos de encuestas de hogares; se concluye que, durante la pandemia, se presentó una despolarización seguida de una polarización. Para 2019-2020, se mueven hogares de bajos ingresos al centro de la distribución. Para 2020-2021, se desplazaron hogares a ingresos altos. Este estudio se diferencia de anteriores en el método empleado, el análisis de corto plazo y el periodo seleccionado.

Palabras clave: distribución de ingresos; distribución relativa; índices de polarización; método no paramétrico; Colombia.

JEL: C14, D31, D63, I32.

Alonso-Cifuentes, J. C., & Chavarriaga-Antonio, V. (2025). Using nonparametric techniques to measure short-term changes in the income distribution of Colombian households during the pandemic period. *Cuadernos de Economía*, 44(94), 559-600.

We use the Relative Distribution Method to analyze the evolution of income polarization in Colombia from 2018-2021, including the impact of COVID-19. Employing household per capita income from household survey microdata, we conclude that depolarization was followed by polarization during the pandemic. For the period 2019-2020, low-income households moved to the center of the distribution. For the period 2020-2021, households moved to higher incomes. This study differs from previous studies in the method used, the short-term analysis, and the period selected.

Keywords: Income distribution; relative distribution; polarization index; non-parametric method; Colombia.

JEL: C14, D31, D63, I32.

INTRODUCCIÓN

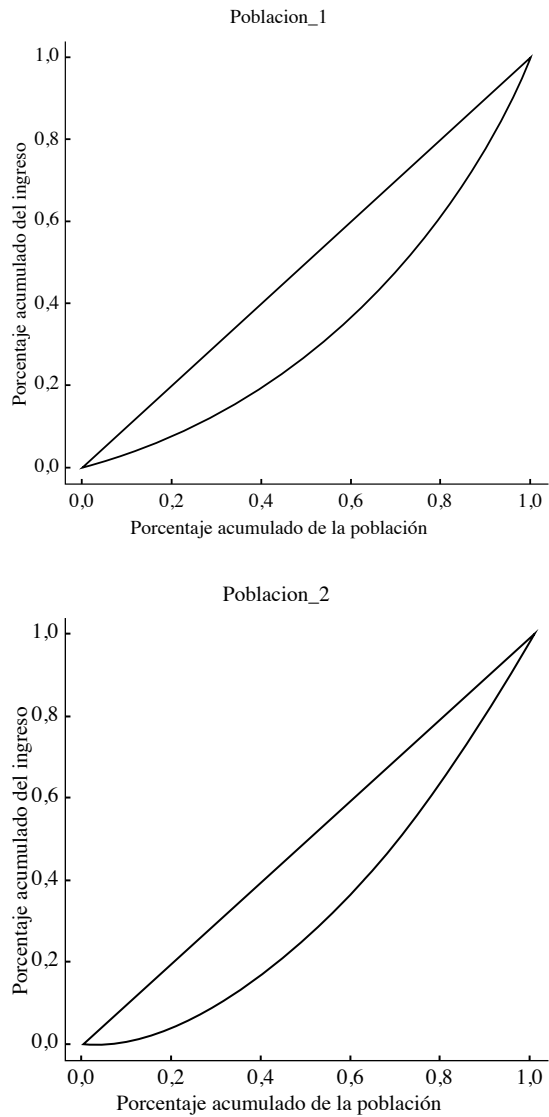
Sin duda alguna, la pandemia del COVID-19 generó grandes choques en la actividad económica y en el empleo en todos los países del mundo. Colombia no fue la excepción. Es de esperarse que las caídas en los indicadores económicos y las medidas tomadas por los gobiernos nacional y locales hayan tenido efectos en la distribución del ingreso de los hogares colombianos. De hecho, ya antes de la pandemia por COVID-19, América Latina era considerada una de las regiones más desiguales del mundo (Klikberg, 2005), situación que se ha mantenido en el tiempo (López-Calva y Lustig, 2010 y Lustig, 2020), no obstante las mejoras en la distribución del ingreso en varios países de la región (Lustig, 2020; Messina y Silva, 2017). Según cálculos de Busso y Messina (2020), la desigualdad en los ingresos totales, medida con el coeficiente de Gini, pasó de 0,57 en 2002 a 0,53 en 2019. La disminución del Gini fue mayor en el periodo 2010 a 2017, cuando esta métrica pasó del 0,56 al 0,51. En ese contexto, el choque inesperado de la pandemia genera preguntas como las siguientes: ¿existieron cambios de corto plazo en la distribución del ingreso de los hogares colombianos durante el periodo de pandemia?, y de existirlos ¿cómo se dieron esos cambios?

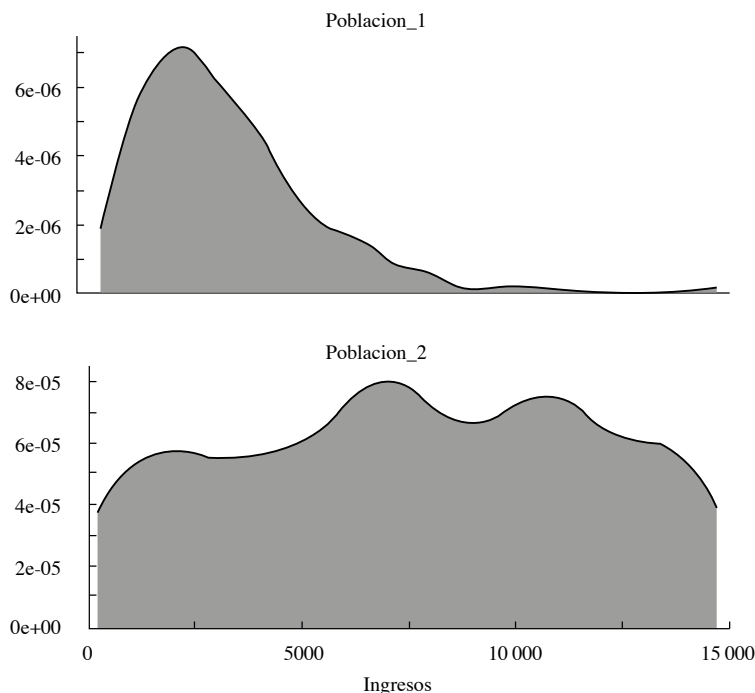
En la literatura existe un gran consenso en cuanto al empleo de la curva de Lorenz, el coeficiente de Gini y el índice de Theil para comparar la distribución de ingresos entre poblaciones para un mismo periodo o para la misma población en diferentes periodos; por ejemplo, encontramos estudios sobre Colombia como los de Alonso-Cifuentes *et al.* (2023), Bonilla-Mejía (2008), Ferreira y Meléndez (2012), Galvis-Aponte y Meisel (2010), Galvis-Aponte *et al.* (2021), Marrugo-Arnedo (2013), Muñoz (1990), Reyes (1988), Sánchez-Torres (2016), Sánchez-Torres (2017), y Torres *et al.* (2020); y a nivel internacional trabajos como los de Andrade *et al.* (2010), Atkinson *et al.* (1994), Bourguignon y Morrisson (2002), Haughton y Khandker (2009), Lago (2001), López-Calva y Lustig (2010), Lustig (2020), Martínez *et al.* (1998), Messina y Silva (2017), Morley (2000), Oxley *et al.* (1997), Psacharopoulos (1997), y Sapelli (2011).

Las métricas tradicionales (coeficiente de Gini e índice de Theil) se usan generalmente para sintetizar en un número las características de la distribución de una variable —como los ingresos para una población determinada—. Sin embargo, concentrar el ejercicio de comparar distribuciones en el análisis de esas métricas tradicionales puede dejar de lado lo que está pasando en diferentes partes de la distribución. Por ejemplo, consideremos dos distribuciones de ingresos para dos poblaciones generadas de manera arbitraria y aleatoria (figura 1). El coeficiente de Gini, el índice de Theil y la curva de Lorenz de las dos poblaciones son similares; no obstante, las distribuciones son relativamente diferentes, como se observa en los gráficos (figura 1). Estas métricas tradicionales son relativamente sencillas de calcular y de interpretar, pero pueden esconder cambios o diferencias en toda la distribución, como en nuestro ejemplo arbitrario.

Figura 1.
Distribución de ingresos, curva de Lorenz, coeficiente de Gini e índice de Theil para las poblaciones simuladas 1 y 2

Población	Gini	Theil
Población_1	0,317	0,165
Población_2	0,318	0,179





Fuente: cálculos propios, datos simulados.

La aproximación tradicional para determinar el cambio en el tiempo de la distribución del ingreso es comparar el coeficiente de Gini con otras métricas de diferentes años para la misma población. La tradición, como se discutirá en la sección de revisión de la literatura, es emplear periodos largos de tiempo para poder observar los cambios en las métricas tradicionales.

Por otro lado, en la literatura se encuentra un método relativamente poco empleado para comparar distribuciones: el método de distribución relativa (MDR) propuesto por Handcock y Morris (1998, 1999). El MDR es una técnica no paramétrica que permite evaluar los cambios en la distribución de una variable entre una población de referencia y una de interés. Las poblaciones de interés y de referencia pueden ser grupos diferentes de individuos o la misma población en diferentes períodos.

Este documento tiene como objetivo emplear el MDR para identificar y caracterizar los cambios año a año de los ingresos de los hogares colombianos en el periodo de 2018 a 2021. Nuestro estudio se diferencia de los estudios previos que tienen como tema los cambios en la distribución del ingreso en Colombia en dos aspectos: primero, el método empleado y, segundo, la naturaleza de corto plazo y el periodo seleccionado.

La tradición en la literatura que estudia los cambios en la distribución del ingreso es realizar estudios de largo plazo (ver, por ejemplo, para Colombia, Bonilla-

Mejía (2008), Ferreira y Meléndez (2012), Galvis–Aponte y Meisel (2010), Galvis–Aponte *et al.* (2021), Marrugo-Arnedo (2013), Muñoz (1990), Núñez *et al.* (2022), Reyes (1988), Sánchez-Torres (2017), Torres *et al.* (2020); y para otros países Atkinson *et al.* (1994), Bourguignon y Morrisson (2002), Andrade *et al.* (2010), Haughton y Khandker (2009), Lago (2001), López-Calva y Lustig (2010), Lustig (2020), Martínez *et al.* (1998), Messina y Silva (2017), Morley (2000), Oxley *et al.* (1997), Psacharopoulos (1997), y Sapelli (2011). Nuestra elección del periodo posibilita analizar los cambios a corto plazo en la distribución del ingreso que coinciden con el periodo de pandemia. El primer periodo es previo a la pandemia: 2018-2019. El segundo periodo, 2019-2020, incluye el año 2020 en el que se produjo el choque negativo generado por la declaración de la pandemia por COVID-19¹ y las medidas de emergencia sanitaria que se expidieron en Colombia, incluido el confinamiento (para una discusión de las medidas tomadas por el Gobierno Colombiano en el marco de la pandemia, ver tabla 3 en Otoyá *et al.* (2022) y tabla 6 y 7 en Paz-Gómez y Santelices (2020). Ese análisis permitirá analizar el cambio en la distribución del ingreso para el momento más fuerte de las medidas de confinamiento. Por último, se incluye el periodo 2020-2021 que pertenecería al periodo después de que las medidas de confinamiento y otras medidas sanitarias son relajadas.

Así mismo, la selección de un periodo de corto plazo implica una diferencia metodológica con trabajos previos que toman un año como referencia para el análisis de largo plazo. Dado el periodo tan corto, nuestra aproximación metodológica implica comparar año tras año (tres periodos), lo que implica analizar los cambios coyunturales asociados con el año inmediatamente anterior de la pandemia, el año de la pandemia y el año inmediatamente posterior al pico de la pandemia.

Este documento está dividido en cinco secciones adicionales. En la segunda sección se presenta una revisión de literatura tanto nacional como internacional sobre las metodologías empleadas para los análisis de distribución de los ingresos. En la tercera sección se presenta la metodología adoptada en este trabajo para evaluar los cambios en la distribución de los ingresos de los colombianos. En la cuarta sección se describen los datos utilizados para medir los cambios en la distribución de ingresos de los colombianos. En la quinta sección se presentan los resultados y, por último, en la sexta sección están los comentarios finales.

REVISIÓN DE LITERATURA

Aproximación tradicional

En los diferentes estudios que analizan cambios en la distribución del ingreso a nivel internacional se encuentra una aproximación tradicional (ver tabla 1): el coeficiente de Gini, el índice de Theil y el coeficiente de Atkinson son usados como

¹ El 11 de marzo del 2020, la Organización Mundial de la Salud (OMS), declaró el coronavirus COVID-19 como pandemia.

principales métricas para medir la distribución de los ingresos y la desigualdad (Andrade *et al.* (2010); Atkinson *et al.* (1994); Bourguignon y Morrisson (2002); Haughton y Khandker (2009); Kliksberg (2005); Lago (2001); López-Calva y Lustig (2010); Lustig (2020); Martínez *et al.* (1998); Messina y Silva (2017); Morley (2000); Oxley *et al.* (1997); Psacharopoulos (1997); y Sapelli (2011)). Estos trabajos se concentran en comparar las métricas en diferentes periodos para determinar si la distribución del ingreso cambió o no.

Atkinson *et al.* (1994) emplean el coeficiente de Gini para analizar la distribución del ingreso en quince países europeos (Bélgica, Finlandia, Francia, Alemania, Irlanda, Italia, Luxemburgo, Países Bajos, Noruega, Portugal, España, Suecia, Suiza, Reino Unido, Estados Unidos), en la década de 1980, con el fin de encontrar grupos de países similares. Oxley *et al.* (1997) analizan la distribución del ingreso y la evolución de la pobreza en trece países de la OCDE (Australia, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, Japón, Países Bajos, Noruega, Suecia y Estados Unidos) entre inicios de la década de 1970 y mediados de la década de 1990. Martínez *et al.* (1998) emplean el coeficiente de Gini para estudiar la distribución del ingreso en diez países desarrollados (Bélgica, Suecia, Alemania, Francia, Canadá, Italia, Australia, España, Estados Unidos, Reino Unido) pertenecientes a la OCDE. El periodo de estudio comprende la década de 1980 y principios de la década de 1990. El objetivo de los autores es determinar cuáles países presentan mayor desigualdad. Así mismo, Morley (2000) emplea esta métrica para analizar la distribución del ingreso para países de América Latina y el Caribe entre 1970 y 1995.

Kliksberg (2005) realiza una reflexión sobre la desigualdad en América Latina y sus implicaciones, y concentra la discusión específicamente en la pobreza. El autor presenta la desigualdad de los ingresos en la región al comparar el coeficiente de Gini, porcentaje del 10 % superior y el 10 % inferior en el ingreso total, y la relación entre los ingresos del décimo decil y el primer decil entre países de América Latina (Brasil, Guatemala, Colombia, Chile, México, Argentina, Jamaica, República Dominicana, Costa Rica, Uruguay); Estados Unidos e Italia entre 1997 y 2001, por región (América Latina y el Caribe, Asia, OCDE y Europa del este) en las década de 1970, 19780 y 1990; el coeficiente de Gini de distribución de la propiedad de la tierra (América Latina, Medio Oriente y África del norte, África subsahariana, Europa occidental, Asia del sur y del este) promedio entre 1950-1994 y 1981; y los años de escolaridad (América Latina) en 1999. Por último, menciona los costos asociados con esos niveles de desigualdad.

López-Calva y Lustig (2010) analizan la reducción de la desigualdad en América Latina en la década de 1990. Los autores emplean el coeficiente de Gini por región (ingresos altos, Europa y Asia central, Asia del sur, África del norte y Medio Oriente, Asia del este y el Pacífico, África subsahariana, América Latina y el Caribe), y en América Latina (Ecuador, Paraguay, Brasil, Bolivia, Chile, República Dominicana, México, Perú, El Salvador, Argentina, Panamá, Venezuela,

Tabla 1.
Trabajos internacionales que emplean indicadores tradicionales para medir cambios en la distribución del ingreso

Autores	Título	Periodos	Indicadores		
			Gini	Theil	Atkinson
Atkinson <i>et al.</i> (1994)	Income distribution in European countries.	Década 1980, 15 países europeos.	x		
Oxley <i>et al.</i> (1997)	Income distribution and poverty in 13 OECD countries.	Década 1980, 13 países de la OCDE.	x		
Psacharopoulos (1997)	Poverty and income distribution in Latin America: the story of the 1980s	Década de 1980, países de América Latina.	x	x	
Martínez <i>et al.</i> (1998)	Desigualdad y pobreza en la OCDE: una comparación de diez países.	Década 1980 e inicio 1990, países desarrollados.	x		
Morley (2000)	La distribución de ingreso en América Latina y el Caribe	América Latina y el Caribe 1970-1995	x		
Lago (2001)	Polarización y desigualdad en Galicia y España, un análisis comparativo	1973-1991, España	x	x	
Bourguignon y Morrisson (2002)	Inequality among world citizens: 1820-1992. American economic review.	1820-1990, África, Asia, Japón, Corea y Taiwan, América Latina y Europa.	x	x	
Klikberg (2005)	América Latina: La región más desigual de todas	1997, 2011 Países de América Latina. Regiones (América Latina y el Caribe, Asia, OCDE y Europa del este).	x		
Haughton y Khandker (2009)	Handbook on poverty+ inequality	Década 1980 y 1990 Ghana, Jamaica, Perú, Vietnam.	x	x	x
Andrade <i>et al.</i> (2010)	The impact of EU integration on the Portuguese distribution of employees' earnings.	1985-1991, Portugal.	x	x	x

(Continúa)

Autores	Título	Períodos	Indicadores		
			Gini	Theil	Atkinson
López-Calva y Lustig (2010)	Declining inequality in Latin America: A decade of progress?	Década de 1990, países de América Latina. Regiones (ingresos altos, Europa y Asia central, Asia del sur, África del norte y Medio Oriente, Asia del este y el Pacífico, África subsahariana, América Latina y el Caribe.	x		
Sapelli (2011)	A cohort analysis of the income distribution in Chile. Estudios de economía.	1902-1978. Chile.	x	x	
Messina y Silva (2017)	Wage inequality in Latin America: Understanding the past to prepare for the future.	1990-2012. América del Sur. Centroamérica y México.	x		
Lustig (2020)	Inequality and Social Policy in Latin America.	1990-2017, América Latina.	x		

Fuente: elaboración propia.

Guatemala, Uruguay, Costa Rica, Nicaragua, Honduras) para analizar el comportamiento de la desigualdad en este periodo.

Messina y Silva (2017) emplean el coeficiente de Gini para estudiar la tendencia de la desigualdad del ingreso laboral en América Latina en la década del 2000. Los autores comparan la desigualdad del ingreso laboral entre regiones (países de América Latina y países no de América Latina) entre 1993 y el 2013, y señalan la reducción de la desigualdad del ingreso laboral como el principal motivo de la disminución en la desigualdad de los ingresos de los hogares. Así mismo, usan comparaciones del coeficiente de Gini tanto para ingresos laborales como ingresos totales para América del Sur, Centroamérica y México entre 1990 y 2012.

Lustig (2020) usa el coeficiente de Gini para mostrar la evolución de la desigualdad en América Latina entre 1990 y 2017. La autora calcula el coeficiente de Gini para los dieciocho países de la región latinoamericana por país, por subperiodo (1990-2017, 2002-2013 y 2013-2017) y para todo el periodo (1990-2017). Adicionalmente, emplea la misma medida para analizar la desigualdad por región (mundo, América Latina y el Caribe, África, Asia, Europa, Medio Oriente y Norte América) entre 1990 y 2018, y la evolución de acuerdo con el régimen político (izquierda y resto), entre 1992 y 2017.

Haughton y Khandker (2009) emplean el coeficiente de Gini, el índice de Theil y la medida de desigualdad de Atkinson para describir la evolución de la distribución del ingreso durante las décadas de 1980 y 1990 en Ghana, Jamaica, Perú y Vietnam.

Así mismo, se encuentran en la literatura trabajos como el de Psacharopoulos (1997), quien usa el índice de Gini y de Theil para caracterizar la distribución de ingresos de trabajadores en la década de 1980 en países de América Latina (Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, República Dominicana, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay, Venezuela). Lago (2001) emplea estos dos indicadores en su análisis de desigualdad en España entre 1973 y 1991. También, Bourguignon y Morrisson (2002) y Sapelli (2011) emplean el índice de Gini, de Theil y la desviación logarítmica media para investigar la distribución de ingresos. Los primeros evaluaron la evolución de la distribución del ingreso entre los ciudadanos del mundo (África, Asia, Japón, Corea y Taiwán, América Latina y Europa) entre 1820 y 1990. El segundo estudió la distribución del ingreso en Chile para cohortes nacidas entre 1902 y 1978.

Para Colombia se encuentran diferentes estudios que utilizan el coeficiente de Gini y el índice de Theil para analizar la evolución de la distribución de los ingresos o la diferencia de estas entre diferentes grupos (ver tabla 2).

Por ejemplo, Reyes (1988) analiza la distribución del ingreso para el total nacional durante el periodo 1970 -1985, y emplea estas dos métricas tradicionales. Muñoz (1990) realiza un análisis similar en sus técnicas para las trece principales ciudades para los años 1984 y 1985. Muñoz (1990) adicionalmente estima funciones de ingreso del capital humano para evaluar los determinantes de ingresos. Bonilla-

Tabla 2.
Trabajos para Colombia que emplea indicadores tradicionales para medir cambios en la distribución del ingreso

Autores	Título	Periodos	Indicadores en común		
			Gini	Theil	p90/p10
Reyes (1988)	Evolución de la distribución del ingreso en Colombia.	1970 -1985, Colombia	x	x	
Muñoz (1990)	Algunos aspectos de la distribución del ingreso en Colombia.	1984-1985, trece ciudades	x	x	
Bonilla-Mejía (2008)	Diferencias regionales en la distribución del ingreso en Colombia.	2006-2007, nacional: 23 ciudades, nivel de cabecera y otras regiones tradicionales	x	x	
Galvis-Aponte y Meisel (2010)	Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial.	2006-2007, ciudades principales y departamentos	x		
Ferreira y Meléndez (2012)	Desigualdad de resultados y oportunidades en Colombia: 1997-2010.	1997-2010, nacional	x	x	x
Marrugo-Arnedo (2013)	Crecimiento económico y desarrollo humano en Colombia (2000 - 2010)	2000-2010	x		
Sánchez-Torres (2016)	Descomposición del coeficiente de Gini en Colombia por fuentes de ingreso	2002-2015	x		

(Continúa)

Autores	Título	Periodos	Indicadores en común		
			Gini	Theil	p90/p10
Sánchez-Torres (2017)	Desigualdad del ingreso en Colombia: un estudio por departamentos	2016, departamentos	x	x	x
Torres <i>et al.</i> (2020)	Niveles de ingreso y desigualdad en Colombia: un estudio econométrico por departamentos	2002-2016, departamentos	x	x	
Galvis-Aponte <i>et al.</i> (2021)	Desigualdades del ingreso en Colombia: ¿cuáles son sus determinantes y cómo se han afectado por la pandemia del Covid-19?	2010-2019 2019-2020 nacional, 23 ciudades	x	x	
Núñez <i>et al.</i> (2022)	Diagnóstico multidimensional sobre las desigualdades en Colombia.	2002-2020 zonas geográficas (total urbano, total rural, 13 ciudades y A.M. y para el total nacional) jefe del hogar, nivel educativo, nivel de pobreza, grupo étnico	x	x	x
Alonso-Cifuentes <i>et al.</i> (2023)	Actualización del sistema de cuentas económicas distritales de Santiago de Cali 2015-2022.	2019-2021 Cali	x		

Fuente: elaboración propia.

Mejía (2008) emplea estas métricas para ver la evaluación de las diferencias regionales en la distribución del ingreso para finalmente contrastar la teoría de Kuznets (Kuznets, 1955) para el caso colombiano.

Ferreira y Meléndez (2012) realizan un diagnóstico de la desigualdad en Colombia ente 1997 y 2010. Para ello, los autores emplean el coeficiente de Gini y el índice de Theil. Además, incluyen otras medidas de desigualdad como la desviación logarítmica media, la ratio p_{90}/p_{10} y p_{80}/p_{20} , tanto para los gastos como para los ingresos del hogar por adulto equivalente y per cápita. También, los autores incluyen el cálculo de las medidas para el ingreso laboral, y restringen el análisis a la población ocupada de 25 a 65 años. Calculan estadísticas por quintil para los gastos e ingresos de los hogares y la composición del hogar. Sánchez-Torres (2017) calcula la razón p_{90}/p_{10} , coeficiente de variación, el coeficiente de Gini y de Theil para estudiar la desigualdad del ingreso por departamentos en Colombia en el 2016. Así mismo, incluye en el análisis la descomposición de Theil intra y entre departamentos y la participación relativa de las fuentes de ingreso en el coeficiente de Gini en el 2002 y el 2015. Torres *et al.* (2020) usan el coeficiente de Gini y Theil como indicadores de desigualdad para estudiar la relación entre crecimiento y desigualdad en Colombia, y en sus departamentos entre 2002 y 2016. Núñez *et al.* (2022) analizan la evolución de la distribución de ingresos en Colombia entre el 2002 y el 2020, empleando el coeficiente de Gini, el índice de Theil, Atkinson, el ratio p_{90}/p_{10} y el coeficiente de Palma como índices de desigualdad. Los autores estiman estas medidas por zonas geográficas (total urbano, total rural, trece ciudades y A. M., y para el total nacional), para el género del jefe del hogar, nivel educativo (ninguno, primaria o menos, básica secundaria, media y superior), por nivel de pobreza (pobre, no pobre, pobre extremo y no pobre extremo) y por grupo étnico.

Marrugo-Arnedo (2013) emplea el coeficiente de Gini como indicador de desigualdad para investigar el impacto del crecimiento del PIB sobre el desarrollo humano en Colombia entre el 2000 y el 2010. El autor también incluye indicadores de nivel de vida y pobreza (índice de desarrollo humano y línea de pobreza). Sánchez-Torres (2016) estudia la distribución del ingreso en Colombia empleando el coeficiente de Gini y la descomposición por fuentes de ingreso entre 2002-2015; este análisis lo realiza por departamentos. También, Galvis-Aponte y Meisel (2010) estudian la persistencia de las desigualdades regionales en Colombia. Los autores emplean la relación entre el coeficiente de Gini y el ingreso per cápita de los hogares en las principales ciudades y departamentos en el 2006-2007 para evaluar la relación entre la desigualdad y el crecimiento económico.

Galvis-Aponte *et al.* (2021) muestran la evolución del ingreso real per cápita de los hogares para el total nacional en la década del 2010. Adicionalmente, analizan el comportamiento de los ingresos laborales, calculan el salario mensual promedio por quintiles de ingreso, por nivel educativo y composición de la población en edad de trabajar por quintiles de ingresos para comparar dos periodos (2010 y

2019). Galvis-Aponte *et al.* (2021) complementan los análisis con estimaciones de ecuaciones de Mincer.

Alonso-Cifuentes *et al.* (2023) estudian la distribución del ingreso tras la pandemia en Colombia y en cinco ciudades principales (Bogotá, Medellín, Cali, Barranquilla y Bucaramanga). Los autores emplean la media, la mediana y el coeficiente de Gini para los años 2019, 2020 y 2021 en su análisis de distribución. En todos los casos antes referenciados, los datos usados para las investigaciones referentes a los ingresos de los colombianos provienen del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Aproximación no paramétrica de distribución relativa (MDR)

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, encontramos trabajos (ver tabla 3) que emplean el MDR para evaluar cambios en la distribución de ingresos en los países. Handcock y Morris (2006) proponen el método (en la siguiente sección se describe el método en detalle) y presentan una aplicación para los ingresos por raza y sexo entre 1967-1997, en los Estados Unidos. Massari *et al.* (2009) aplican este método alternativo para evaluar patrones de cambio en la distribución del ingreso de los hogares en Italia en 2002-2004. Clementi y Schettino (2013) emplean el método para identificar cambios en la distribución de ingreso de los hogares en Brasil entre 2001-2011. De Oliveira y de Meireles Guimarães (2009) también analizan la evolución de la distribución de ingresos en Brasil en 1981-2005, pero en este caso el análisis se hace para hombres y mujeres por separado.

Andrade *et al.* (2010) investigan el impacto de la integración de Portugal a la Unión Europea sobre la distribución portuguesa de los ingresos de los empleados en el periodo 1985-1991 a nivel de municipios. Agú (2013) utiliza el MDR para analizar las tendencias en la desigualdad de ingresos en los hogares en Buenos Aires en el periodo 1980-2012. Borraz *et al.* (2011) aplican el MDR para analizar la evolución de la clase media y la polarización en Uruguay en 1994-2004 y 2004-2010.

Petrarca y Ricciuti (2015) aplican esta metodología no paramétrica para estudiar la distribución relativa de la renta en Reino Unido, Alemania, Francia, España, Italia y Polonia entre 1978-2008. Kabudula *et al.* (2017) aplicaron el MDR en Sudáfrica para comprender la distribución del nivel socioeconómico de los hogares en un entorno rural del noreste de Sudáfrica entre el 2001-2012. Igualmente, Clementi *et al.* (2017) estudian la polarización de ingresos en Nigeria entre el 2003-2013 usando la metodología.

Panek y Zwierzchowski (2020) estudian con el MDR la polarización económica en Polonia durante el periodo 2005-2015. Schettino y Khan (2020) emplean el MDR para analizar el impacto de la desigualdad en la clase media en Estados Unidos entre 1998-2018. Schettino *et al.* (2021) realizan un estudio para China, para el periodo 1978-2015, sobre la polarización y la clase media, usando esta metodología no paramétrica. Ricci y Scicchitano (2021) usan esta aproximación para

Tabla 3.
Trabajos que emplea el MDR para medir cambios en la distribución del ingreso

Autores	Título	Períodos	País
Handcock y Morris (2006)	Application: Earnings by Race and Sex: 1967–1997	1975-1993	Estado Unidos
de Oliveira y de Meireles Guimarães (2009)	Trends in the relative distribution of wages by gender and cohorts in Brazil (1981–2005).	1981-2005	Brasil
Massari <i>et al.</i> (2009)	A dwindling middle class? Italian evidence in the 2000s	2002-2004	Italia
Andrade <i>et al.</i> (2010)	The impact of EU integration on the Portuguese distribution of employees' earnings.	1985-2007 *con excepción de los años 1990 y 2001	Portugal
Agú (2013)	Tendencias en desigualdad de ingresos en los hogares en el Gran Buenos Aires, 1980-2012.	1980-2012	Buenos Aires
Borraz <i>et al.</i> (2011)	Polarization and the middle class in Uruguay.	1994-2004 2004-2010	Uruguay
Clementi y Schettino (2013)	Income polarization in Brazil, 2001–2011: a distributional analysis using PNAD data	2001-2011	Brasil

(Continúa)

Autores	Título	Periodos	País
Petrarca y Ricciuti (2015)	Relative income distribution in six European countries: market and disposable income.	1978-2008	Reino Unido, Alemania, Francia, España, Italia, Polonia
Clementi <i>et al.</i> (2017)	When the Centre Cannot Hold: Patterns of Polarization in Nigeria	2003-2013	Nigeria
Kabudula <i>et al.</i> (2017)	Assessing Changes in Household Socioeconomic Status in Rural South Africa, 2001–2013: A Distributional Analysis Using Household Asset Indicators	2001-2013	Sudáfrica
Panek y Zwierzechowski (2020)	Median Relative Partial Income Polarization Indices: Investigating Economic Polarization in Poland During the Years 2005–2015	2005-2015	Polonia
Schettino y Khan (2020)	Income polarization in the USA: What happened to the middle class in the last few decades?	1998-2018	Estado Unidos
Schettino <i>et al.</i> (2021)	Polarization and the middle class in China: A non-parametric evaluation using CHNS and CHIP data.	1978-2015	China
Ricci y Scicchitano (2021)	The role of Great Recession on income polarization by population groups.	2006-2016	Italia

Fuente: elaboración propia.

investigar el papel de la recesión en la polarización de ingresos en Italia en el periodo 2006-2016 por grupos de población.

También, el MDR ha sido aplicado en estudios diferentes a la distribución del ingreso (ver tabla 4). Por ejemplo, Contoyannis y Wildman (2007) aplican el método para describir los cambios en la distribución del índice de masa corporal (IMC) en Inglaterra y Canadá en el periodo 1994-5 y 2001-21. Alonso-Cifuentes *et al.* (2015) aplicaron este método para determinar la existencia de cambios en el dominio del inglés de los estudiantes después de cursar la educación superior en Colombia, y Lee (2015) lo emplea para evaluar la polarización de la orientación política en Estados Unidos en el periodo 1984-2008.

Tabla 4.
Trabajos que emplean el MDR para diferentes aplicaciones

Autores	Título	Periodos	País
Contoyannis y Wildman (2007)	Using relative distributions to investigate the body mass index in England and Canada.	1994/5 2000/1	Inglaterra y Canadá
Rodrigues <i>et al.</i> (2013)	Changes in test scores distribution for students of the fourth grade in Brazil: A relative distribution analysis for the years 1997–2005.	1997-2005	Brasil
Alonso-Cifuentes <i>et al.</i> (2015)	El nivel de inglés después de cursar la educación superior en Colombia: una comparación de distribuciones.	2007-2011	Colombia
Lee (2015)	Assessing mass opinion polarization in the US using relative distribution method.	1984-2008	Estado Unidos
Soares y Delgado (2016)	Medida das desigualdades de aprendizado entre estudantes de ensino fundamental.	2005-2013	Brasil

Fuente: elaboración propia.

Rodrigues *et al.* (2013) analizan cambios en la distribución de los puntajes de las pruebas de matemáticas para estudiantes de grado cuarto en Brasil entre 1997 y 2005, y emplean el MDR. También, Soares y Delgado (2016) aplicaron el MDR como medida de la desigualdad educativa de aprendizaje de los estudiantes de primaria entre los años 2005 y 2013 en Brasil usando los resultados de escuelas estatales y municipales que participan en la prueba que se realiza cada dos años.

METODOLOGÍA

Handcock y Morris (1998, 1999) proponen el método de distribución relativa (MDR), que consiste en comparar dos distribuciones en diferentes puntos (valores

de la variable de interés) para evaluar sus diferencias. Handcock y Janssen (2002), también explican esta técnica no paramétrica basada en la distribución relativa para analizar diferencias en dos distribuciones. Este análisis contrasta con la aproximación paramétrica tradicional en la que se emplea la comparación de parámetros poblacionales estimados (como la media, la desviación o el coeficiente de variación) que resumen la distribución de una población, o en el caso de la distribución del ingreso, el coeficiente de Gini.

Siguiendo a Handcock y Morris (1999), definamos Y_0 como la variable aleatoria de interés que es generada a partir de la población de referencia. La función de distribución acumulada (CDF por su sigla en inglés) será $F_0(Y)$, y la función de densidad (PDF por su sigla en inglés) $f_0(y)$.

Así mismo, sea Y la misma variable aleatoria pero ahora generada por la segunda población a comparar. Esta segunda población puede ser un grupo diferente de individuos que aquellos de la población de referencia en el mismo periodo o al mismo conjunto (o muy similar) de individuos de la población de referencia en otro periodo de tiempo y, por tanto, hipotéticamente se podría considerar una población diferente. A esta segunda población se le conoce en esta literatura como la población de interés o de comparación. La CDF de la población de comparación será $F(Y)$ y la de densidad $f(y)$.

El objetivo del MDR será identificar si la distribución de interés o de comparación para la variable bajo estudio es diferente a la distribución de referencia. Definamos, R como la variable aleatoria que representa la distribución relativa de Y con respecto a Y_0 :

$$R = F_0(Y) \quad (1)$$

R mide el rango relativo de la medida de la población Y comparado con Y_0 . Adicionalmente, R es continua entre $[0,1]$, cuya CDF será $G(r)$ y se define como:

$$G(r) = F(F_0^{-1}(r)) = F(Q_0(r)), 0 \leq r \leq 1 \quad (2)$$

donde r es la realización de R y $Q_0(r)$ es la función cuantil de F_0 y r . $G(r)$, puede interpretarse como la proporción del grupo de comparación que se encuentra por debajo del cuantil r -ésimo.

La PDF de R se denominará función de densidad relativa $g(r)$ y será la derivada de $G(r)$ (ver Handcock y Morris (2006) para una discusión detallada de esta expresión):

$$g(r) = \frac{f(Q_0(r))}{f_0(Q_0(r))}, 0 \leq r \leq 1 \quad (3)$$

La función de densidad relativa $g(r)$ se puede interpretar como el cociente de la probabilidad de la población de interés y la población de referencia. Dado que es una función de densidad de probabilidad, va a tener la propiedad de que se integra a 1 en el intervalo de 0 a 1. Si se expresa $g(r)$ en términos de la escala original de medición de la variable Y tendremos:

$$g(r) = \frac{f(y_r)}{f_0(y_r)}, y_r = Q_O(r) \geq 0 \quad (4)$$

En el caso de $g(r) = 1$, las distribuciones son iguales en el cuantil r . En el caso de $g(r) > 1$, la probabilidad de la población de interés o de comparación es más “alta” que la de referencia para el cuantil r . En el caso de $g(r) < 1$, la probabilidad de la población de interés o de comparación es más “baja” que la de referencia para el cuantil r .

Adicionalmente, para establecer el grado de desigualdad que existe entre dos distribuciones, Handcock y Morris (2006) proponen los índices de polarización, que indicarán la concentración de una variable en la población de comparación frente a la de referencia. Es decir, en qué grado se observan más realizaciones en las colas de la distribución de la población de interés con respecto a la población de referencia. De manera formal, definamos a la distribución relativa de Y respecto a Y_0 (ajustada a la mediana de Y con respecto a Y_0) como

$$R_{0L} = F_0(Y - p), \quad (5)$$

donde $p = Q\left(\frac{1}{2}\right) - Q_0\left(\frac{1}{2}\right)$. R_{0L} es la diferencia entre la mediana de Y y la mediana de Y_0 . Entonces, el índice de polarización mediano (MRP) será:

$$MRP(F; F_0) = 4E\left[\left|R_{OL} - \frac{1}{2}\right|\right] - 1 \quad (6)$$

Handcock y Morris (2006) demuestran que el MRP se encuentra entre -1 y 1. Es más, un índice positivo (negativo) indicará aumento (disminución) de la polarización; entendiendo como un aumento (disminución) de la polarización como un incremento (disminución) de las colas de la distribución de interés con respecto a la distribución de referencia. En otras palabras, un índice negativo implicará una mayor convergencia hacia el centro en la distribución de comparación que en la distribución de referencia. Un $MRP = 0$ indicará que no existe diferencia en la forma de la distribución de interés con respecto a la de referencia alrededor de la mediana. Handcock y Morris (2006) demuestran además que este índice no varía si trocamos la distribución de referencia y la de comparación (propiedad de simetría). Adicionalmente, el MRP puede descomponerse, lo que permite comparar el aporte de la cola superior o inferior a la polarización general, por ejemplo.

Los índices de polarización inferior (LRP) y superior (URP) propuestos por Handcock y Morris (2006) son los siguientes:

$$LRP(F; F_0) = 4E \left[\left| R_{0L} - \frac{1}{2} \right| R_{0L} \leq \frac{1}{2} \right] - 1 \quad (7)$$

$$URP(F; F_0) = 4E \left[\left| R_{0L} - \frac{1}{2} \right| R_{0L} > \frac{1}{2} \right] - 1 \quad (8)$$

Las propiedades de estos índices son similares a las del MRP. Adicionalmente, tenemos que el MRP se puede expresar como un promedio simple de estos dos índices:

$$MRP(F; F_0) = \frac{1}{2} LRP(F; F_0) + \frac{1}{2} URP(F; F_0) \quad (9)$$

Este resultado es interesante pues pone de manifiesto que un MRP de 0 puede indicar un LRP y un URP iguales en su magnitud, pero con signos contrarios. No necesariamente que las dos poblaciones son exactamente iguales. Para que sean iguales se necesitaría que el índice de la cola superior (URP) sea 0 al mismo tiempo que el de la cola inferior (LRP) también es 0.

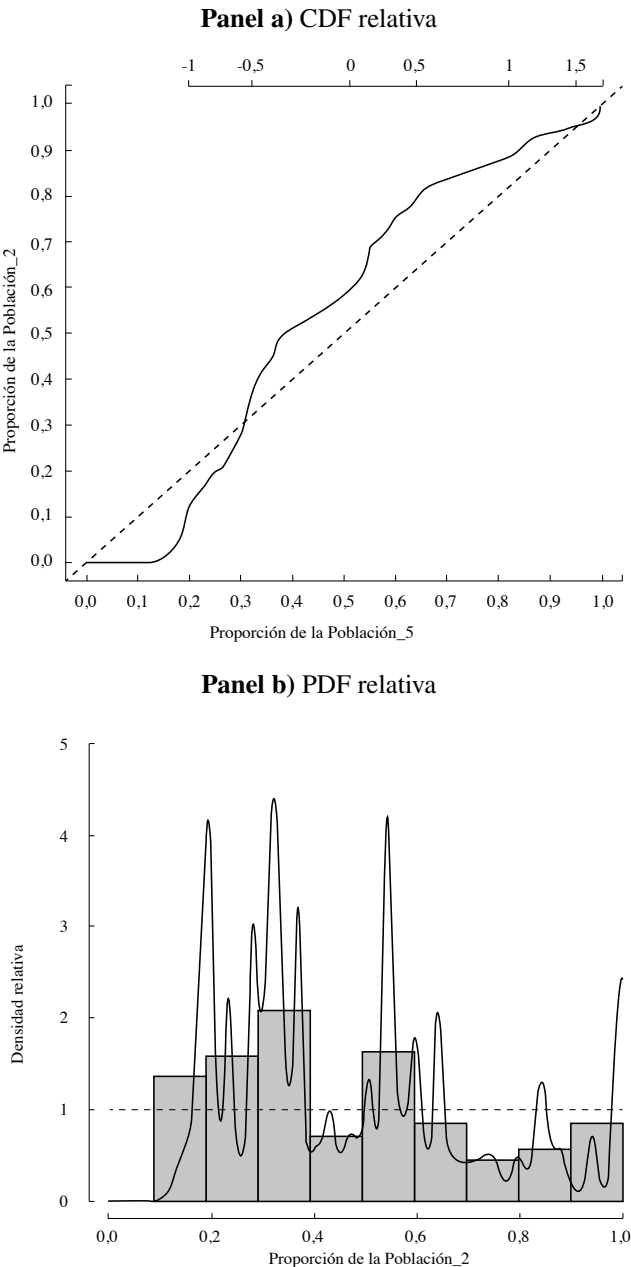
Finalmente, Handcock y Morris (2006) demuestran que es posible hacer inferencia sobre estos índices, y muestran cómo construir intervalos de confianza para ellos. Los intervalos de confianza pueden ser construidos empleando la aproximación de “precisión igual” propuesta por Nair (1984). Esta aproximación implica emplear una distribución asintótica multivariada normal. Otra manera de construir los intervalos de confianza es por medio de bootstrapping; esta aproximación tiene la ventaja de no depender del comportamiento asintótico (ver Handcock y Morris (2006) para una discusión sobre estos estimadores de intervalo). En nuestro ejercicio calcularemos los intervalos de confianza empleando bootstrapping.

Todos los cálculos de este documento son realizados en el lenguaje de programación estadística R (R Core Team, 2023) empleando los paquetes *reldist* (Handcock, 2023) para la estimación de las distribuciones relativas y respectivos estadísticos, y *DescTools* (Signorell, 2024) para el cálculo del coeficiente de Gini.

Retomando el ejemplo de la introducción, empleemos el MDR tomando como población de referencia a la población 2 y la población 1 como población de interés. En la figura 2 se grafican la CDF y la PDF relativas por deciles, y en la figura 3 sus respectivos índices de polarización (MRP, LRP y URP).

La CDF relativa (panel a de la figura 2) de los ingresos de las poblaciones 2 y 1 muestra que, en el primer cuartil de la distribución de ingresos de la población 2 ($r = 0,25$), la $G(r)$ está alrededor de 0,2. Es decir, únicamente el 20 % de los individuos de la población 1 tuvo ingresos inferiores que los del correspondiente al primer cuartil de la población 2. Esta relación no es la misma en toda la distribu-

Figura 2.
CDF y PDF relativa de los ingresos para la Población_2 y la Población_1

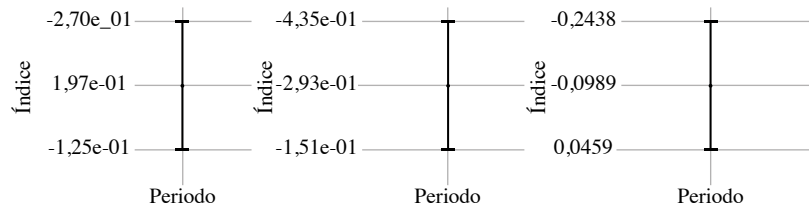


Fuente: cálculos propios, datos simulados.

ción. Por ejemplo, en la mediana de la distribución de ingresos de la población 2 ($r = 0,5$), la $G(r)$ está alrededor de 0,6. Esto indica que aproximadamente el 60 % de los individuos de la población 1 tuvieron ingresos menores que el individuo mediano de la población 2.

La PDF relativa (panel b de la figura 2) muestra valores de la DR tanto inferiores (menores a 1) como superiores (mayores a 1) en las diferentes partes de la distribución. En los deciles dos, tres, cuatro y seis se observa una PDF relativa superior a 1. Es decir, en esos deciles se observan más individuos en la distribución de interés (la población 1) que en la de referencia (población 2). El valor más bajo de la DR está en el decil de ingresos más bajos (alrededor de 0); esto significa que la proporción de la población de comparación (población 1) que cae en estos niveles de ingreso es menor (bastante) en comparación con la referencia (población 2). La interpretación de este comportamiento es similar para la parte alta de la distribución en la que los valores de la DR son igualmente inferiores a 1. Tomando como ejemplo el cuarto decil de ingresos (el valor más alto de la DR), el resultado de una DR de 2,1, lo que significa que, en la población 1, hay una frecuencia relativa de población con ingresos más bajos, 2,1 veces mayor que en la población 2 con ese nivel de ingresos. Adicionalmente, los índices de polarización (figura 3) muestran una reducción en la polarización (índice negativo y significativo). En otras palabras, se experimentó una convergencia hacia el centro en la distribución de comparación respecto a la de referencia. El URP no es significativo y por tanto no existe aporte a la disminución de la polarización del movimiento de la cola superior de la población de referencia. Por otro lado, la disminución de la polarización se puede explicar por movimientos de la cola inferior de la distribución de referencia al centro de la distribución de comparación. Como muestra este ejemplo, el MDR permite extraer información sobre los cambios relativos en las distribuciones que no era posible con las medidas usadas tradicionalmente.

Figura 3.
Índices de polarización MRP, LRP, URP y sus respectivos intervalos de confianza (95 %), Población_2 y la Población_1



Fuente: cálculos propios, datos simulados.

DATOS

Los datos de los ingresos de los colombianos provienen de las bases de microdatos de *Medición de pobreza monetaria y desigualdad*, disponibles en el archivo Nacional de Datos (ANDA)² y publicadas por el DANE. La unidad de análisis será el hogar. Emplearemos los microdatos de las variables de la Gran Encuesta Integrada de Hogares (GEIH) a nivel de hogares y su correspondiente factor de expansión anualizado. Al iniciar el procesamiento (24 de abril del 2022), estas bases de microdatos no cuentan con la actualización de los factores de expansión informada por el DANE³ el 21 de enero del 2022. La recalibración de los factores de expansión fue realizada por el DANE para incluir las proyecciones y las retroproyecciones de población del 2018. Al no contar con los factores de expansión recalibrados, todos los cálculos se realizan con los factores de expansión disponibles.

La variable de ingreso empleada en los cálculos es el ingreso per cápita de la unidad de gasto (IPCG)⁴. El IPCG se calcula como la división entre la suma del ingreso corriente disponible de todos los individuos de la unidad de gasto (IUG) y el número de personas que forman la unidad de gasto (MESEP, 2012).

La cantidad de hogares en Colombia para el 2018, representados en los microdatos, es de 14 618 748, y en el 2021, de 15 647 208⁵. Los ingresos de los hogares los expresaremos a precios constantes del año 2018⁶.

En la tabla 5 se presentan estadísticas de tendencia central (media y mediana), dispersión (desviación estándar (D.E) y coeficiente de variación (CV)), sesgo (coeficiente de asimetría (CA)) y coeficiente de Gini (Gini) como métrica de desigualdad.

La figura 4, en el panel a, muestra la distribución de los ingresos per cápita de los hogares en el 2018 (población de referencia) y en el 2019 (población de interés). La figura 4, panel b, concentra la atención en los hogares con ingreso per cápita menor a \$1 millón⁷, y el panel c, en los hogares con ingreso per cápita menor a \$500 mil⁸. Las distribuciones de los ingresos están sesgadas hacia la derecha, consistente con lo observado anteriormente con las métricas. Adicionalmente, la superposición de las distribuciones de la figura 4, panel a, muestra que la con-

² https://microdatos.dane.gov.co/index.php/catalog/MICRODATOS/about_collection/27/4. Para los años 2018, 2019 y 2020, los archivos fueron descargados el 25 de marzo del 2022, y para el 2021, el 1 de julio del 2022

³ <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/mercado-laboral/empleo-y-desempleo>

⁴ La unidad de gasto está compuesta por los miembros del hogar diferentes al servicio doméstico y sus familiares, pensionistas y otros trabajadores dedicados al hogar. Para más detalles, véase MESEP (2012).

⁵ Los hogares de 2019 son 14 912 893 y los del 2020 de 15 145 690. Para el año 2018, los datos empleados tienen fecha de publicación el 7 de diciembre del 2019, para el año 2019, el 21 de diciembre del 2020, para el año 2020, el 5 de junio del 2021 y para el año 2021, el 27 de abril del 2022.

⁶ Se deflacta usando el IPC.

⁷ La elección de \$1 millón corresponde con el valor aproximado del tercer cuartil en el 2018 (\$934 556,5). Además, este valor es dos veces la mediana del 2018 (\$500 000).

⁸ La elección de \$500 mil corresponde con el valor de la mediana de los ingresos en el 2018.

Tabla 5.

Media, mediana, desviación estándar (DE), coeficiente de variación (CV), coeficiente de asimetría (CA) y coeficiente de Gini del ingreso per cápita del hogar para el total nacional 2018, 2019, 2020 y 2021)

Año	Media	Mediana	DE	CV	CA	Gini
2018	846089,7	500000,0	1 363 490	1,61	12,32	0,5329
2019	860371,8	503938,0	1 319 681	1,53	8,79	0,5375
2020	760760,8	422915,9	1 262 610	1,66	10,29	0,5624
2021	825912,7	482687,1	1 235 307	1,50	7,45	0,5348

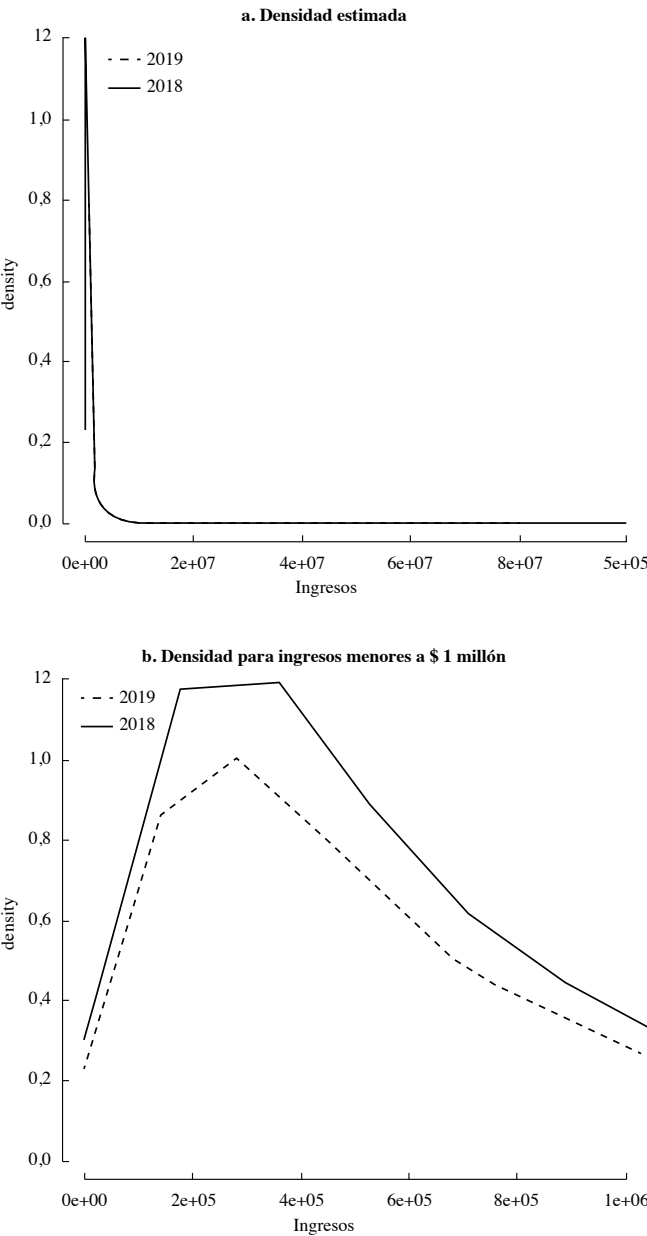
Fuente: DANE- GEIH. Cálculos propios.

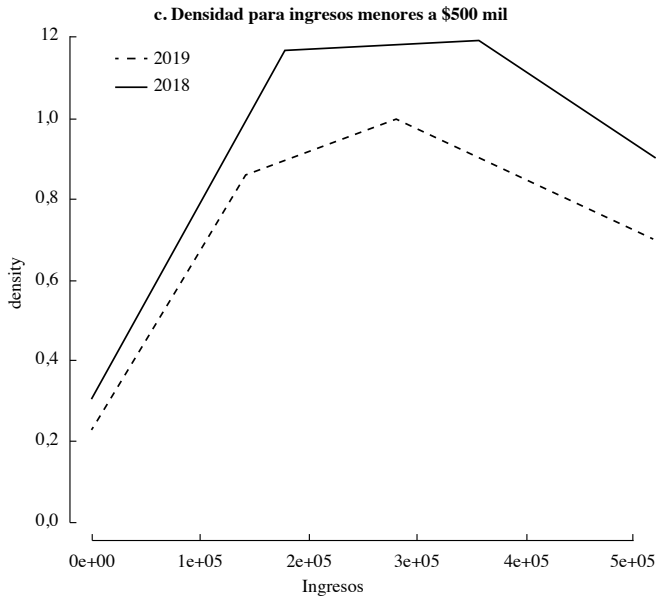
centración de hogares con ingresos per cápita más bajo en el 2019 es menor que en el año 2018. Esto se podría interpretar como una disminución en el 2019 de la proporción de hogares con ingresos bajos (y también en su cantidad, entre los de menores ingresos hay más en el 2018 que en el 2019). De manera análoga, en el año 2018 la frecuencia de hogares con ingresos per cápita más bajos es mayor que para el año 2019. El coeficiente de Gini pasa de 0,5329 a 0,5374 (ver tabla 5) lo que indica un leve aumento en la desigualdad.

Para el periodo 2019-2020 (figura 5), también se observa que las distribuciones de los ingresos están sesgadas hacia la derecha. Sin embargo, contrario al periodo anterior, la concentración de hogares con ingreso per cápita más bajos (entre 0 y alrededor de 300 mil) se incrementó en el 2020 comparada con la del 2019. El coeficiente de Gini pasa de 0,5374 a 0,5624, lo que indica mayor desigualdad.

En el periodo 2020-2021, en contraste con el anterior, se aprecia que la distribución del 2021 en la parte baja presenta menor concentración de hogares con estos ingresos en comparación con el 2020. El coeficiente de Gini pasa de 0,5624 a 0,5348, lo que indica menor desigualdad.

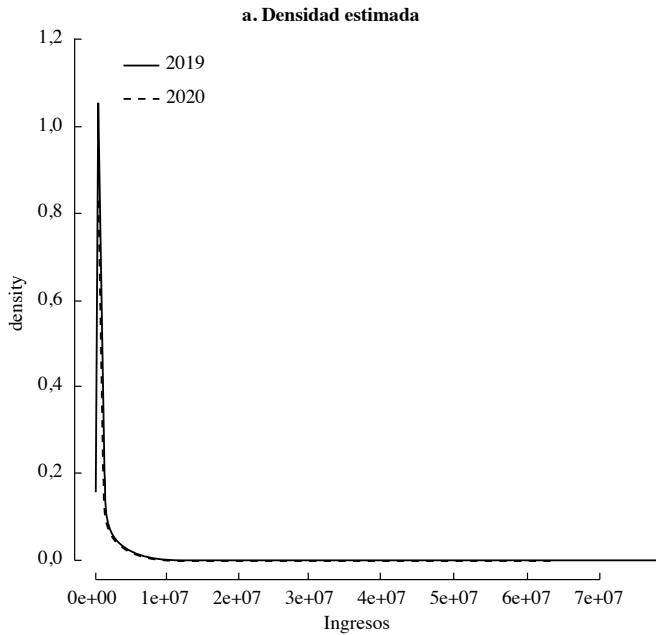
Figura 4.
Comparación de la distribución de los ingresos per cápita para los hogares en Colombia entre 2018 y 2019. (COP constantes del 2018)

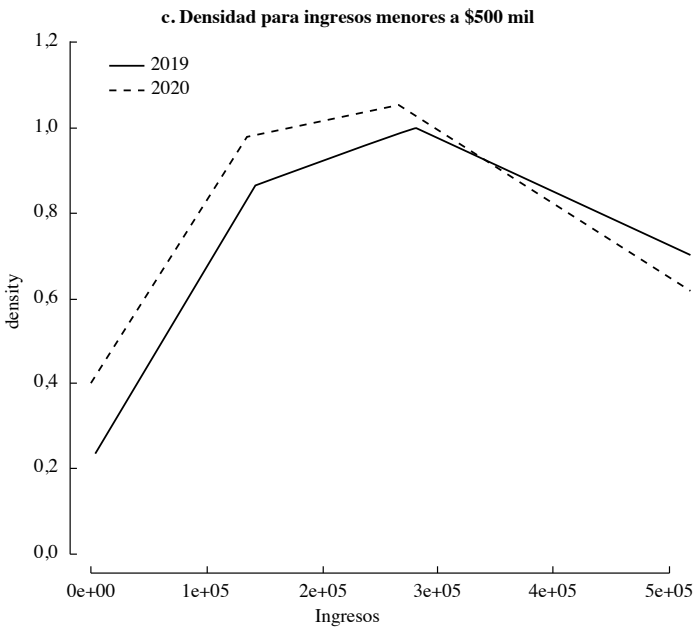
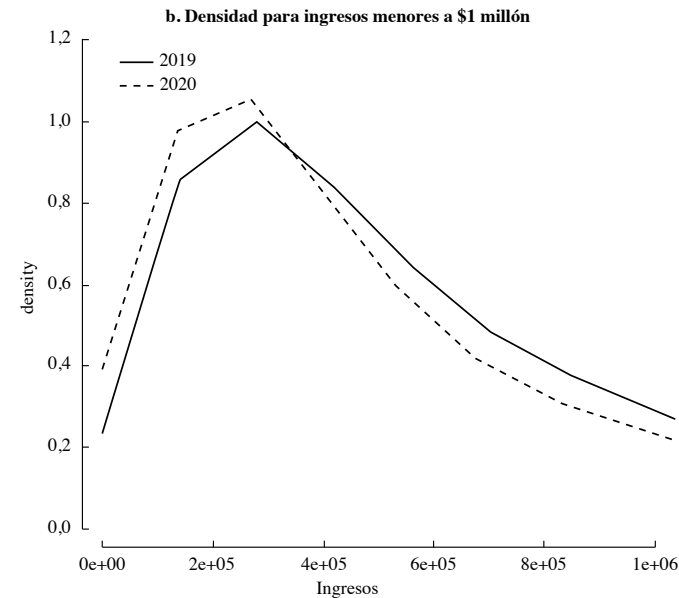




Fuente: DANE- GEIH, cálculos propios.

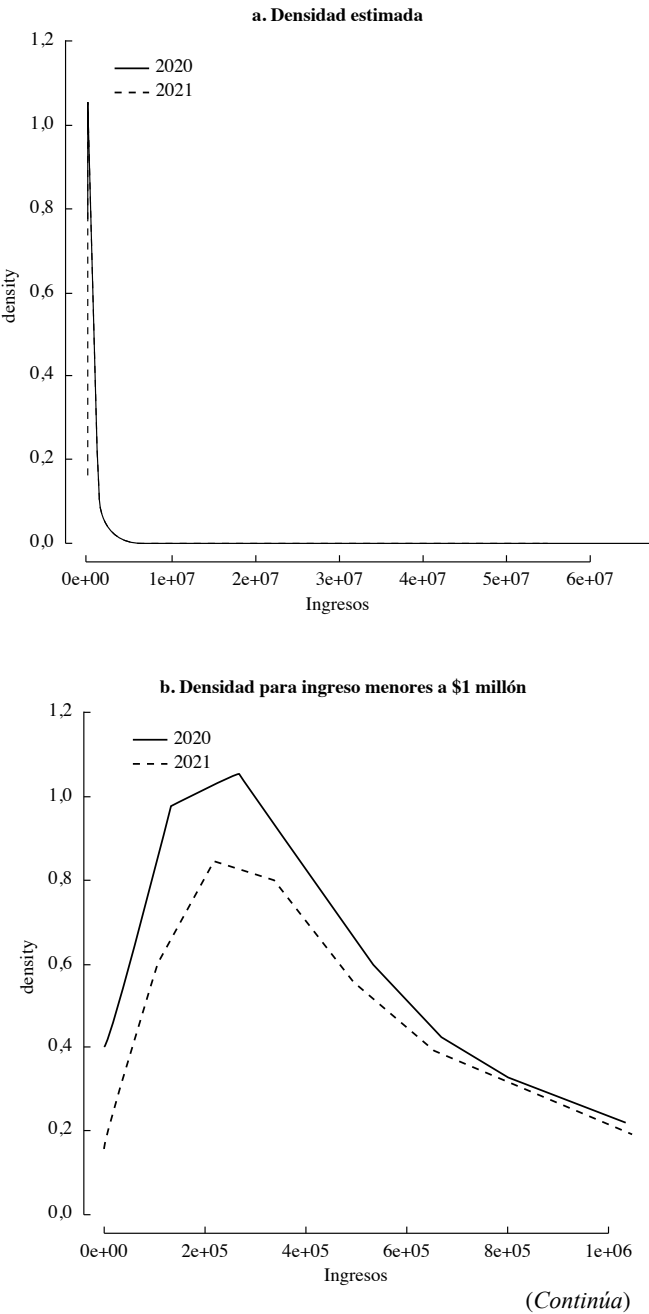
Figura 5.
Comparación de la distribución de los ingresos per cápita para los hogares en Colombia entre 2019 y 2020. (COP constantes del 2018)

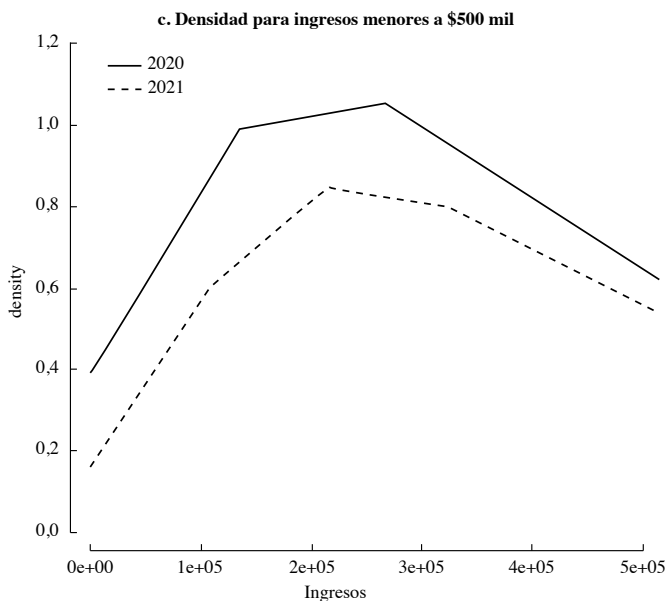




Fuente: DANE- GEIH, cálculos propios.

Figura 6.
Comparación de la distribución de los ingresos per cápita para los hogares en Colombia entre 2020 y 2021. (COP constantes del 2018)





Fuente: DANE- GEIH, cálculos propios.

Los cambios observados en las distribuciones en los periodos presentados se enfocan en la cola izquierda de la distribución de los ingresos, mientras que las colas derechas de las distribuciones permanecen relativamente constantes. Con relación a la desigualdad, aumentó según las métricas tradicionales en los dos primeros periodos, y en el último disminuyó.

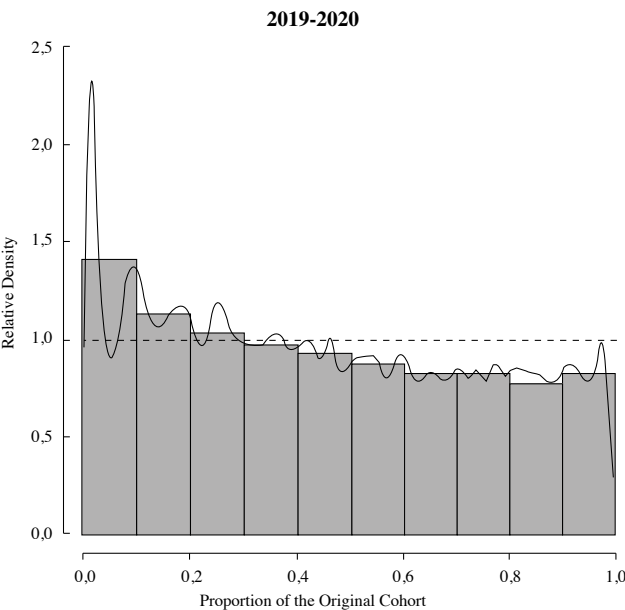
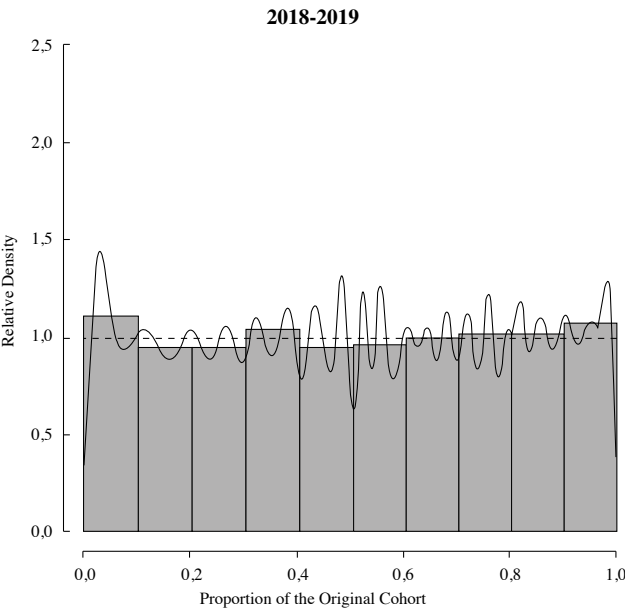
RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de aplicar el MDR a los datos descritos en la sección anterior. Las poblaciones de referencia y comparación (de interés) corresponderán al total de hogares colombianos representados en la GEIH para los años que se estén analizando. Por ejemplo, para comparar el IPCG de los hogares entre 2019 y 2020, la población de referencia está conformada por los 14912893 hogares colombianos representados en la GEIH, y la de comparación por los 15145690 hogares colombianos representados en 2020 en la GEIH. La diferencia en el total de hogares representados en la GEIH de un año a otro corresponde con las proyecciones poblacionales que realiza el DANE.

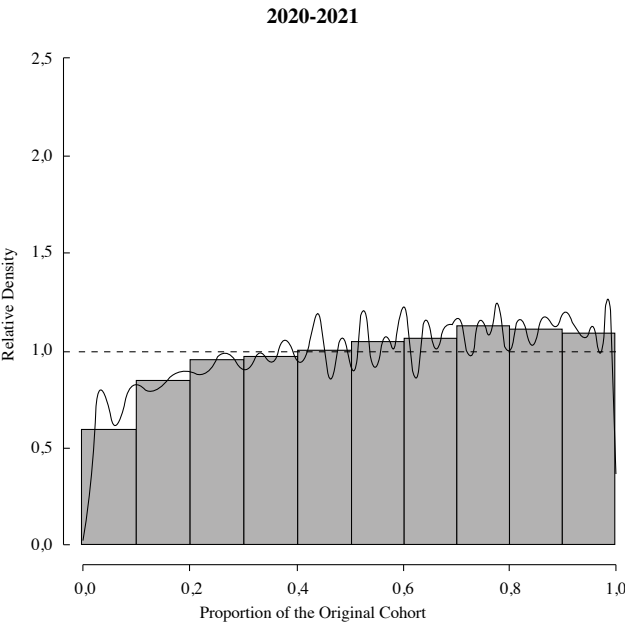
En la figura 7 se presenta la PDF relativa⁹. En la tabla 6 se reportan los índices MRP, LRP y URP (y sus respectivos intervalos de confianza) que permiten medir la polarización en la mediana y en las partes bajas y altas de esta, respectivamente.

⁹ Las CDF no se reportan para ahorrar espacio.

Figura 7.
PDF relativa de los ingresos per cápita para los hogares en Colombia en los periodos 2018-2019, 2019-2020 y 2020-2021. (COP constantes del 2018)



(Continúa)



Fuente: DANE- GEIH. Cálculos propios.

En el periodo 2018-2019, en la mediana de la distribución de ingresos ($r = 0,5$), la $G(r)$ es aproximadamente 0,50. Esto indica que el 50 % de los hogares del 2019 presentan ingresos iguales o inferiores al hogar mediano del 2018. Es decir, la mediana de las dos distribuciones es similar. La PDF relativa del periodo 2018-2019 (figura 7, columna 1) muestra ligeros cambios en la cola superior e inferior; en el primer y último decil, los valores de la DR son (ligeramente) mayores que uno. El valor de la DR en el decil de ingresos más bajos está alrededor de 1,1; esto es, en el 2019 hay una proporción de hogares con ingresos más bajos, 1,1 veces mayor que en el 2018 con ese nivel de ingresos.

Tabla 6.

Índices de polarización MRP, LRP, URP y sus respectivos intervalos de confianza (95 %), Colombia (periodos 2018-2019, 2019-2020 y 2020-2021)

Periodo	Índice de polarización	Estimador	Límite inferior	Límite superior
2018-2019	MRP	0,0221***	0,0217	0,0226
2018-2019	LRP	0,0264***	0,0256	0,0273
2018-2019	URP	0,0179***	0,0170	0,0187
2019-2020	MRP	-0,0807***	-0,0811	-0,0803
2019-2020	LRP	-0,1240***	-0,1250	-0,1230

(Continúa)

Periodo	Índice de polarización	Estimador	Límite inferior	Límite superior
2019-2020	URP	-0,0375***	-0,0384	-0,0367
2020-2021	MRP	0,0496***	0,0492	0,0500
2020-2021	LRP	0,0730***	0,0721	0,0738
2020-2021	URP	0,0263***	0,0254	0,0271

Nota. *** el índice es significativamente diferente de cero con un nivel de confianza del 99 %

Fuente: DANE- GEIH. Cálculos propios.

La tabla 6 muestra que el MRP es positivo y significativo, aunque muy bajo (0,0221), lo que evidencia una distribución de comparación mediana más polarizada que la distribución de referencia en ese periodo. Es decir, más observaciones en la parte superior e inferior y menos en el medio. Los LRP y URP también son positivos. Sin embargo, la contribución del componente inferior (0,0264 y significativo) a la polarización es mayor que la del superior (0,0179 y significativo). Es decir, hay un aumento en la proporción de hogares de menores ingresos.

Para el periodo 2019-2020, se encontró que el 55 % de los hogares del 2020 tuvieron ingresos menores que el hogar mediano del 2019 ($G(0,5) = 0,55$). La PDF relativa del periodo 2019-2020 (ver figura 7, columna 2), muestra valores superiores a uno en los primeros cuatro deciles. En 2020 (población de comparación) la proporción de hogares en esos deciles es mayor que en el 2019 (población de referencia). A partir del quinto decil la proporción de hogares que caen en esos deciles de ingresos es mayor en la población de referencia (2019) que en la de comparación (2020). Esto es una manifestación del efecto de la pandemia y las medidas de confinamiento adoptadas en Colombia en la distribución del ingreso per cápita de los hogares.

Con relación al MRP, es negativo (-0,0807 y significativo) para el periodo 2019-2020 (ver tabla 6). En este periodo hubo una mayor convergencia hacia el centro en la distribución del 2020 que en la distribución del 2019. Además, este cambio en las distribuciones se debió en mayor medida a la parte inferior de la distribución (LRP = -0,1240 y significativo) que a la parte superior (URP = -0,0375 y significativo). Es decir, se movieron hogares con ingresos per cápita relativamente bajos al centro de la distribución en una mayor proporción que aquellos de ingresos altos que se movieron al centro. Una razón para este cambio puede ser los programas asistenciales de los gobiernos locales y nacional para contrarrestar los efectos del confinamiento.

Finalmente, 45 % de los hogares en el 2021 tuvo ingresos inferiores que los de hogar mediano del 2020 ($G(0,5) = 0,45$). La DR del periodo 2020-2021 (ver figura 7, columna 3) es inferior a uno en los primeros tres primeros deciles; es decir, la probabilidad de que la población de comparación caiga en estos niveles de ingreso es menor para esta que para la de referencia. El MRP es bajo, pero positivo (0,0496 y significativo) (ver tabla 6). Es decir, se experimenta una polariza-

ción de los ingresos y esta polarización es más alta que la del periodo 2018-2019 (0,0221). La contribución del cambio en la distribución se debe en mayor medida a la cola inferior (LRP = 0,0730 y significativo) que a la superior (URP = 0,00263 y significativo).

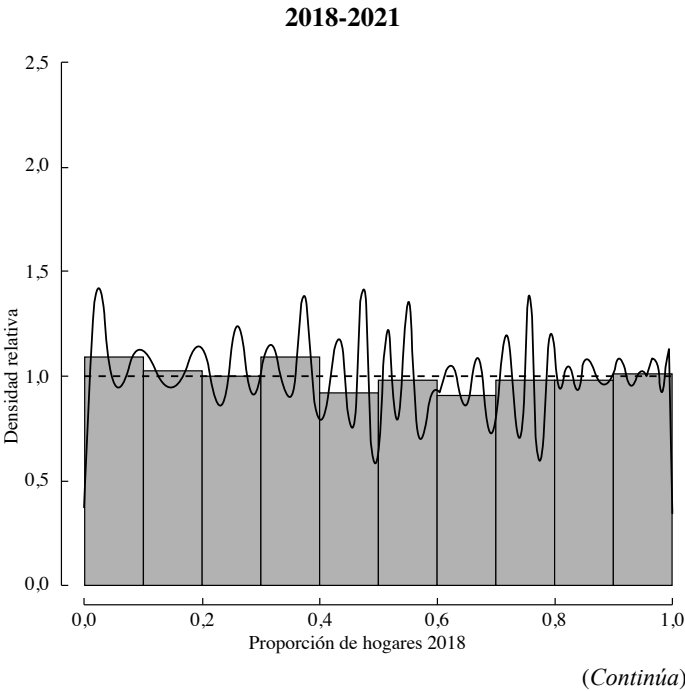
De acuerdo con lo anterior, en Colombia se evidencia un proceso de polarización (aunque bajo) del ingreso per cápita de los hogares entre 2018-2019 y 2020-2021. Además, de acuerdo con los índices de polarización, la del último periodo es mayor si se compara con la que el país experimentó en el periodo inicial. En el segundo periodo (2019-2020) los índices de polarización son negativos en todos los casos, lo que significa que la polarización disminuyó. Este periodo coincide con la pandemia en el que la economía se vio afectada por las directrices de confinamiento de la población.

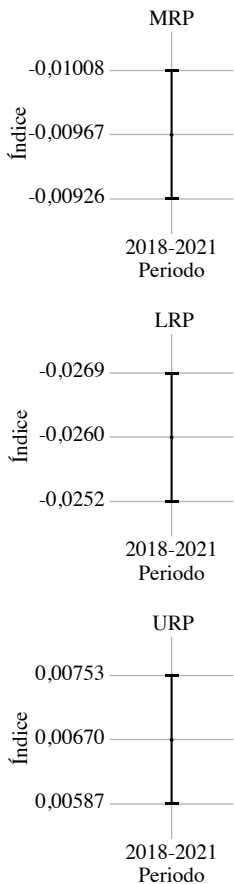
Contrastando con las medidas de desigualdad, el comportamiento evidenciado en los dos primeros periodos es que la desigualdad del ingreso aumentó y en el tercer periodo disminuyó. En el segundo periodo la polarización del ingreso disminuyó y la desigualdad aumentó. En el tercer periodo la polarización aumentó y la desigualdad disminuyó.

Para terminar el análisis de la evolución de la distribución de los ingresos de los hogares para el total nacional entre periodos, en la figura 8 se presenta la PDF relativa y los índices de polarización para el periodo 2018-2021.

En la figura 8 se evidencia que las distribuciones en este periodo presentan pocos cambios, esto se debe a que los valores de la DR son cercanos a uno en todos los deciles. Sin embargo, en los primeros cuatro deciles, estos valores son ligeramente mayores que uno, y el valor máximo está alrededor de 1,1 en el decil de ingresos más bajos. Así mismo, de acuerdo con los valores de los últimos deciles, los resultados sugieren que las distribuciones son bastante parecidas en la parte alta, todos los valores de la DR son muy cercanos a 1. Con relación a los índices de polarización todos son significativos. El MRP negativo (-0,00967) indica reducción (muy baja) de la polarización en el periodo. Igualmente, el LRP (-0,0260) es negativo. Es decir, en el 2021 algunos hogares se trasladaron de la parte inferior al centro de la distribución frente al 2018. Por otro lado, el URP es positivo (0,0067), esto muestra que la reducción en la polarización de los ingresos de los hogares en este periodo no está acompañada de una reducción relativa de los hogares de ingresos más altos (cola superior) hacia el centro de la distribución. En otras palabras, se evidencia una mejor polarización en los ingresos per cápita entre el 2021 y el 2018. Si bien aumentaron los hogares de ingresos altos, la movilidad de los hogares de ingresos bajos al centro de la distribución fue mayor, haciendo menos polarizada la distribución final de los ingresos per cápita de los hogares en 2021 en comparación a 2018.

Figura 8.
PDF relativa e índices de polarización MRP, LRP, URP y sus respectivos intervalos de confianza (95 %), de los ingresos per cápita para los hogares en Colombia en el periodo 2018-2021. (COP constantes del 2018)





Fuente: DANE- GEIH, cálculos propios.

COMENTARIOS FINALES

Este documento presenta un análisis alternativo al tradicional sobre la evolución de corto plazo de la distribución de los ingresos per cápita de los hogares colombianos en el periodo 2018 a 2021. A diferencia del coeficiente de Gini y el índice de Theil que resumen las características de una distribución con un indicador, el método no paramétrico empleado permite calcular dos distribuciones en diferentes puntos. El método de distribución relativa (MDR) propuesto por Handcock y Morris (1998, 1999) permite, además de comparar dos distribuciones, calcular un índice de polarización mediano (MRP) que muestra si la población de comparación está más concentrada alrededor de la mediana que la población de referencia. Entre más proporción de observaciones se encuentran en las colas inferior y superior en la población de comparación respecto a la referencia, se dirá que se presenta un proceso de polarización. En otras palabras, en el MDR se entiende

por aumentos en la polarización cuando una parte de la población pasa del centro de la distribución hacia los extremos (inferior o superior). El MDR también permite estimar cuál es la contribución de individuos pasando de la cola inferior de la población de referencia al centro de la de comparación (LRP) y los que pasan de la cola superior al centro (URP).

Las métricas tradicionales mostraron que, entre el periodo 2018-2019, la media de los ingresos de los hogares aumentó y la desigualdad fue mayor (el Gini pasó de 0,5329 a 0,5375). Luego, entre el 2019-2020 la media cayó en 12 % (la media pasó de 860 371,8 a 760 760,8) y la desigualdad aumentó (el Gini pasó de 0,5375 a 0,5624); es decir que, durante el 2020, existió mayor concentración del ingreso comparada con el año anterior, y el CV es el más alto dado la caída en la media. Finalmente, entre el año 2020-2021, se encontró que la media de los ingresos aumentó nuevamente (9 % aproximadamente), pero este aumento es inferior a la caída experimentada entre el 2019-2020. Además, a diferencia de los años anteriores, la desigualdad disminuyó. En todos los años, la dispersión de los ingresos es alta de acuerdo con las cifras de la DE, y los datos son heterogéneos según el CV. Además, las distribuciones son asimétricas inclinadas hacia la izquierda.

Las métricas del análisis tradicional de la distribución de los ingresos permitieron observar que existieron cambios en la distribución evidenciados en la media, la mediana, la desviación estándar, el coeficiente de variación y el Gini. Sin embargo, se resumen en una cifra que impide evaluar cambios a lo largo de la distribución; en cambio, el MDR permite entender la historia más detallada año tras año y establecer cuál es la parte de la distribución en la que se produjeron esos cambios. El MDR empleado permitió identificar que en el periodo 2018-2019 existió un proceso de polarización de los ingresos de los hogares colombianos con una contribución a la polarización mayor en la parte baja de la distribución (representa el 60 % de la polarización). En palabras más sencillas, de 2018 a 2019 se presentan relativamente más hogares con ingresos bajos y con ingresos altos, lo cual implica una peor distribución del ingreso: la proporción de hogares que se mueven a ingresos bajos más grande que la que se mueven a ingresos altos.

El resultado más interesante se encuentra para la primera etapa de la pandemia (periodo 2019-2020), cuando el confinamiento fue más estricto y la contracción de la economía colombiana implicó una caída en el PIB anual del 7 %. La distribución del ingreso presentó una despolarización, explicada en un 76,8 % en hogares de bajos ingresos que se movieron al centro de la distribución en 2020. Mas investigación se requiere para entender los determinantes de este cambio y en especial el efecto de los programas asistenciales implementados por las administraciones locales y nacional.

Para el último periodo analizado (2020-2021), se presenta nuevamente una polarización de los ingresos, pero esta vez explicada en un 96,5 % por el desplazamiento de hogares a ingresos altos. Este resultado también amerita un análisis especial en futuras investigaciones.

Finalmente, si se compara la distribución de ingresos dos años antes del inicio de la pandemia y el año 2021 (periodo 2018-2021), se encuentra evidencia de un proceso relativamente bajo de despolarización para el total nacional. Se evidenció un movimiento de hogares de bajos ingresos a ingresos medios que fue contrarrestado por un movimiento de hogares del centro de la distribución a ingresos altos.

Partiendo de una distribución de ingresos con sesgo a la derecha (como es la colombiana), existirá poca discusión, pues es claro que una mejor distribución de los ingresos se produce cuando se movilizan hogares de ingresos bajos (cola inferior) al centro de la distribución y por tanto disminuye la polarización, como lo ocurrido para todo el periodo 2018-2021. Mayor discusión se puede generar en torno a si una mejor distribución se genera cuando hogares de mayores ingresos en la población de referencia disminuyen sus ingresos y pasan al centro de la distribución (disminuye la polarización de la distribución) o si por el contrario una mejora en la distribución del ingreso se da cuando aumenta la proporción de hogares que están en la cola superior. Esto último fue lo que ocurrió durante todo el periodo 2018-2021. Esta discusión es interesante y deberá ser explorada en futuras investigaciones.

Independientemente de esta discusión, este trabajo contribuye al mostrar la utilidad de la MDR para entender los cambios en la distribución de ingresos en Colombia. Este método permite obtener información que puede ser útil para el diseño de políticas públicas, en especial si se realizan análisis para poblaciones más específicas. La MDR puede ser empleada para comparar la evolución de la distribución del ingreso al emplear descomposición por género, etnia, ocupación, líneas de pobreza monetaria y extrema o emplear el método para el análisis por ciudades o por regiones que merecen especial atención. Futuros trabajos pueden explorar este uso de la MDR.

REFERENCIAS

1. Agú, E. (2013). Tendencias en desigualdad de ingresos en los hogares en el Gran Buenos Aires, 1980-2012. *VII Jornadas de Jóvenes Investigadores*. Instituto de Investigaciones Gino Germani, Facultad de Ciencias Sociales, Universidad de Buenos Aires. <https://www.aacademica.org/000-076/305.pdf>
2. Alonso-Cifuentes, J. C., Chavarriaga-Antonio, V., Chaves-Ocampo, C. J., Mejía-Herrera, T., Osorio-Colonia, J. C., Sarmiento-García, V. M., & Serrano-Izquierdo, E. (2023). *Actualización del sistema de cuentas económicas distritales de Santiago de Cali 2015-2022*. Editorial Universidad Icesi. <https://doi.org/10.18046/EUI/ee.11.2023>
3. Alonso-Cifuentes, J. C., Martin, J., & Gallo, B. (2015). El nivel de inglés después de cursar educación superior en Colombia: una comparación de distribuciones. *Revista de Economía Institucional*, 17(33). <https://doi.org/10.18601/01245996.v17n33.12>

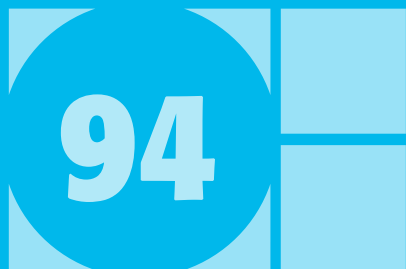
4. Andrade, J. A., Duarte, A. P., & Simões, M. C. (2010). The impact of EU integration on the Portuguese distribution of employees' earnings. *Estudos do GEMF*, (8). <https://ideas.repec.org/p/gmf/wpaper/2010-08.html>
5. Atkinson, A. B., Rainwater, L., & Smeeding, T. M. (1994). *Income distribution in European countries* (Working Paper Series, 121). LIS. <https://www.econstor.eu/handle/10419/160793>
6. Bonilla-Mejía, L. (2008). *Diferencias regionales en la distribución del ingreso en Colombia* (Documentos de trabajo sobre economía regional y urbana). <https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/DTSER-108.pdf>
7. Borraz, F., González Pampillón, N., & Rossi, M. (2011). *Polarization and the middle class* (Documento de trabajo/FCS-DE; 20/11). <https://hdl.handle.net/20.500.12008/2211>
8. Bourguignon, F., & Morrisson, C. (2002). Inequality among world citizens: 1820-1992. *American Economic Review*, 92(4), 727-744. <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/00028280260344443>
9. Busso, M., & Messina, J. (2020). *The inequality crisis: Latin America and the Caribbean at the Crossroads*. <http://dx.doi.org/10.18235/0002629>
10. Clementi, F., Dabalén, A. L., Molini, V., & Schettino, F. (2017). When the centre cannot hold: Patterns of polarization in Nigeria. *Review of Income and Wealth*, 63(4), 608-632. <https://doi.org/10.1111/roiw.12212>
11. Clementi, F., & Schettino, F. (2013). Income polarization in Brazil, 2001-2011: A distributional analysis using PNAD data. *Economics Bulletin*, 33(3). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2232860>
12. Contoyannis, P., & Wildman, J. (2007). Using relative distributions to investigate the body mass index in England and Canada. *Health Economics*, 16(9), 929-944. <https://doi.org/10.1002/hec.1240>
13. De Oliveira, A. M. H. C., & de Meireles Guimarães, R. R. (2009). *Trends in the relative distribution of wages by gender and cohorts in Brazil (1981-2005)*. Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional. <https://paa2009.populationassociation.org/abstracts/90744>
14. Ferreira, F., & Meléndez, M. (2012). *Desigualdad de resultados y oportunidades en Colombia: 1997-2010*. Universidad de los Andes, Facultad de Economía, CEDE. <https://ideas.repec.org/p/col/000089/010320.html>
15. Galvis-Aponte, L. A., & Meisel, R. (2010). *Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial* (Documentos de trabajo sobre economía regional y urbana). <https://doi.org/10.32468/dtseru.120>
16. Galvis-Aponte, L. A., Bonet-Morón, J., Bonilla-Mejía, L., Otero-Cortés, A. S., Pérez-Valbuena, G. J., Posso-Suárez, C. M., & Ricciulli-Marín, D. C. (2021). Desigualdades del ingreso en Colombia: ¿cuáles son sus determinantes y cómo se han afectado por la pandemia del Covid-19? *Revista Ensayos sobre Política Económica*, (101), 1-53. 10.32468/espe.101

17. Handcock, M. S (2023). Reldist: Relative distribution methods, R package version 1.7-2. <https://CRAN.R-project.org/package=reldist>.
18. Handcock, M. S., & Morris, M. (1998). Relative distribution methods. *Sociological Methodology*, 28(1), 53-97. <https://journals.sagepub.com/doi/10.1111/0081-1750.00042>
19. Handcock, M. S., & Morris, M. (1999). *Relative distribution methods in the social sciences*. Springer Science & Business Media.
20. Handcock, M. S., & Morris, M. (2006). *Relative distribution methods in the social sciences*. Springer Science & Business Media.
21. Handcock, M. S., & Janssen, P. L. (2002). Statistical inference for the relative density. *Sociological Methods & Research*, 30(3), 394-424. <https://doi.org/10.1177/0049124102030003005>
22. Haughton, J., & Khandker, S. R. (2009). *Handbook on poverty+ inequality*. World Bank Publications. <https://documents1.worldbank.org/curated/en/488081468157174849/pdf/483380PUB0Pove101OFFICIAL0USE0ONLY1.pdf>
23. Kabudula, C. W., Houle, B., Collinson, M. A., Kahn, K., Tollman, S., & Clark, S. (2017). Assessing changes in household socioeconomic status in rural South Africa, 2001-2013: A distributional analysis using household asset indicators. *Social Indicators Research*, 133, 1047-1073. <https://doi.org/10.1007/s11205-016-1397-z>
24. Kliksberg, B. (2005). América Latina: La región más desigual de todas. *Revista de Ciencias Sociales*, 11(3), 411-421. https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1315-95182005000300002
25. Kuznets, S. (1955). Economic growth and income inequality. *American Economic Review*, 45, 1-28. <https://www.jstor.org/stable/1811581>
26. Lago, C. M. G. (2001). Polarización y desigualdad en Galicia y España, un análisis comparativo. *Revista de Estudios Regionales*, (59), 47-68. <https://www.redalyc.org/pdf/755/75505902.pdf>
27. Lee, J. M. (2015). Assessing mass opinion polarization in the us using relative distribution method. *Social Indicators Research*, 124, 571-598. <https://doi.org/10.1007/s11205-014-0797-1>
28. López-Calva, L. F., & Lustig, N. C. (Eds.). (2010). *Declining inequality in Latin America: A decade of progress?*. Brookings Institution Press. <http://www.jstor.org/stable/10.7864/j.ctt6wpdkq>
29. Lustig, N. (2020). *Inequality and social policy in Latin America* (CEQ Working Paper, 94). Commitment to Equity Institute, Tulane University. <https://ideas.repec.org/p/tul/ceqwps/94.html>
30. Marrugo-Arnedo, V. (2013). Crecimiento económico y desarrollo humano en Colombia (2000-2010). *Revista de Economía del Caribe*, (11), 127-143. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2011-21062013000100007&script=sci_arttext

31. Massari, R., Pittau, M. G., & Zelli, R. (2009). A dwindling middle class? Italian evidence in the 2000s. *The Journal of Economic Inequality*, 7, 333-350. <https://doi.org/10.1007/s10888-008-9078-z>
32. Martínez, R., Ruiz Huerta, J., & Ayala, L. (1998). Desigualdad y pobreza en la OCDE: una comparación de diez países. *Ekonomiaz: Revista Vasca de Economía*, (40), 42-67. <http://hdl.handle.net/10234/122123>
33. MESEP. (2012). *Pobreza monetaria en Colombia: nueva metodología y cifras 2002-2010*. Departamento Nacional de Estadística – Departamento Nacional de Planeación. <https://microdatos.dane.gov.co/index.php/catalog/40/related-materials>
34. Messina, J., & Silva, J. (2017). *Wage inequality in Latin America: Understanding the past to prepare for the future*. World Bank Publications. <https://openknowledge.worldbank.org/entities/publication/b571f24b-443d-5247-be6c-7f3d97761828>
35. Morley, S. A. (2000). *La distribución de ingreso en América Latina y el Caribe*. CEPAL. <https://hdl.handle.net/11362/1657>
36. Muñoz, C. M. (1990). Algunos aspectos de la distribución del ingreso en Colombia. *Cuadernos de Economía*, 10(14), 85-114. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/ceconomia/article/view/1926>
37. Nair, V. N. (1984). Confidence bands for survival functions with censored data: A comparative study. *Technometrics*, 26(3), 265-275. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1984.10487964>
38. Núñez, J., Monroy, J. M., Ramírez, J. D., & Lasso, D. N. (2022). *Diagnóstico multidimensional sobre las desigualdades en Colombia*. Fedesarrollo. <http://hdl.handle.net/11445/4338>
39. Otoy-Tono, A. M., García-Chabur, M. A., Jaramillo-Moncayo, C., & Mahecha, Á. M. C. (2022). COVID-19: Generalidades, comportamiento epidemiológico y medidas adoptadas en medio de la pandemia en Colombia. *Acta de Otorrinolaringología & Cirugía de Cabeza y Cuello*, 48(1), 93-102. <https://doi.org/10.37076/acorl.v48i1.519>
40. Oxley, H., Burniaux, J. M., Dang, T. T., & d'Ercole, M. M. (1997). Income distribution and poverty in 13 OECD countries. *OECD Economic Studies*, 55-94. https://www.academia.edu/77151038/Income_distribution_and_poverty_in_13_OECD_countries
41. Panek T., & Zwierzchowski, J. (2020). Median relative partial income polarization indices: Investigating economic polarization in Poland during the years 2005-2015. *Social Indicators Research*, 149(3), 1025-1044. <https://doi.org/10.1007/s11205-020-02274-2>
42. Paz-Gómez, D. M., & Santelices Enríquez, M. C. (2020). Capacidades de política en tiempos de Covid-19: Comprendiendo las respuestas económicas de Colombia y Ecuador. *Análisis Político*, 33(100), 72-91. <https://doi.org/10.15446/anpol.v33n100.93362>

43. Petrarca, I., & Ricciuti, R. (2015). *Relative income distribution in six European countries: Market and disposable income* (Working Paper Series, 629). LIS. <http://hdl.handle.net/10419/119749>
44. Psacharopoulos, G. (Ed.). (1997). *Poverty and income distribution in Latin America: The story of the 1980s* (Vol. 351). World Bank Publications. <http://documents.worldbank.org/curated/en/352841468774279904/Poverty-and-income-distribution-in-Latin-America-the-story-of-the-1980s>
45. R Core Team. 2023. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
46. Reyes, A. (1988). Evolución de la distribución del ingreso en Colombia. *Revista Desarrollo y Sociedad*, (21), 39-51. <https://doi.org/10.13043/dys.21.2>
47. Ricci, C. A., & Scicchitano, S. (2021). *The role of great recession on income polarization by population groups* (Discussion Paper, 766). GLO. <http://hdl.handle.net/10419/228736>
48. Rodrigues, C. G., Rios-Neto, E. L. G., & de Xavier Pinto, C. C. (2013). Changes in test scores distribution for students of the fourth grade in Brazil: a relative distribution analysis for the years 1997-2005. *Economics of Education Review*, 34, 227-242. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2012.12.006>
49. Sánchez-Torres, R. (2016). *Descomposición del coeficiente de Gini en Colombia por fuentes de ingreso*. Universidad Nacional de Colombia-FCE-CID. <https://EconPapers.repec.org/RePEc:col:000178:015221>
50. Sánchez-Torres, R. M. (2017). Desigualdad del ingreso en Colombia: un estudio por departamentos. *Cuadernos de Economía*, 36(SPE72), 139-178. <https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v36n72.65880>
51. Sapelli, C. (2011). A cohort analysis of the income distribution in Chile. *Estudios de Economía*, 38(1), 223. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-52862011000100009>
52. Schettino, F., Gabriele, A., & Khan, H. A. (2021). Polarization and the middle class in China: a non-parametric evaluation using CHNS and CHIP data. *Change and Economic Dynamics*, 57, 251-264. <https://doi.org/10.1016/j.strueco.2021.04.002>
53. Schettino, F., & Khan, H. A. (2020). Income polarization in the USA: What happened to the middle class in the last few decades?. *Structural Change And Economic Dynamics*, 53, 149-161. <https://doi.org/10.1016/j.strueco.2019.12.003>
54. Signorell, A. (2024). DescTools: Tools for Descriptive Statistics. R package version 0.99.54. <https://CRAN.R-project.org/package=DescTools>

55. Soares, J. F., & Delgado, V. M. S. (2016). Medida das desigualdades de aprendizado entre estudantes de ensino fundamental. *Estudos em Avaliação Educacional*, 27(66), 754-780. <https://publicacoes.fcc.org.br/ea/article/view/4101>
56. Torres, R. M. S., Méndez, L. F. T. & Nariño, L. A. R. (2020). Niveles de ingreso y desigualdad en Colombia: un estudio econométrico por departamentos. *Económicas CUC*, 41(1), 25-64. <https://revistascientificas.cuc.edu.co/economicascuc/article/view/2358>



CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772

ARTÍCULOS

ESTEBAN ROBLES DÁVILA, LUCIANA C. MANFREDI, JUAN TOMÁS SAYAGO GÓMEZ
Y JUAN MANUEL FRANCO JURADO

Dime con quién andas y te diré quién eres: análisis estructural de las redes de los senadores de Colombia de los periodos 2010-2014 y 2014-2018 307

HERTON CASTIGLIONI LOPES

Instituições, desenvolvimento e economia brasileira: uma nota vebleniana sobre o desenvolvimento brasileiro a partir dos anos 2000 331

JORGE A. RODRÍGUEZ-SOTO

Economía conductual y macroeconomía: rumbo a mejores microfundamentos 353

BORIS SALAZAR TRUJILLO Y DIANA MARCELA JIMÉNEZ

Emparejamientos en los mercados laborales de la APE: ¿son igual de eficientes? 369

CARLOS RICAURTE NOGUERA, JUDITH VERGARA-GARAVITO Y HENRY DANIEL PUERTA-ÁLVAREZ

Precio mundial del café y su efecto en el precio interno para países latinoamericanos 405

MARÍA DEL ROSARIO DEMUNER-FLORES

Resiliencia e innovación, capacidades impulsoras del rendimiento en empresas de servicios 435

MÓNICA ARANGO ARANGO, LUIS MONTES GÓMEZ, ANA FERNÁNDEZ DUQUE

Y HORACIO FERNÁNDEZ CASTAÑO

Estimación del riesgo de tasa de interés en el sector asegurador: aplicación del modelo Smith-Wilson 457

JESÚS FERNANDO BARRIOS ORDÓÑEZ

La relación entre confianza y moneda: un análisis mediante componentes principales y Poisson 479

SUSANA CHACÓN ESPEJO Y VÍCTOR ITURRA

Brecha salarial de género: evaluando el rol del trabajo doméstico no remunerado en Chile 513

YOLANDA SÁNCHEZ TORRES, ANÍBAL TERRONES CORDERO Y EUGENIO GUZMÁN SORIA

Análisis de la inversión pública y privada en México, 1994-2020 541

JULIO CÉSAR ALONSO-CIFUENTES Y VIVIANA CHAVARRIAGA-ANTONIO

Empleando técnicas no paramétricas para medir cambios en el corto plazo en la distribución de los ingresos de los hogares colombianos en el periodo de Pandemia 559

JOÃO PAULO CARVALHO, TATIANA FIGUEIREDO BREVIGLIERI Y SEBASTIÃO NETO RIBEIRO GUEDES

Furtado e Veblen: aproximações teóricas 601

LUIS FRANCISCO LAURENTE BLANCO

Efecto del microcrédito en la informalidad del empleo en el Perú 625

ISSN 0121-4772



9 770121 477005 94