

LA DINÁMICA EN ECONOMÍA LOS ENFOQUES DE HICKS Y SAMUELSON

Jorge Iván González y Arcenio Pecha

Jorge Iván González es Profesor y Decano de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional; Arcenio Pecha es Profesor de Matemáticas en la Universidad de los Andes.

Este artículo compara las concepciones de Hicks y Samuelson acerca de la dinámica. Para el primero, los análisis dinámicos deben partir de una definición del período. El segundo, por su parte, asocia los procesos dinámicos a relaciones de vectores de fuerza, como en la mecánica clásica.

Después de examinar algunos ejercicios realizados por Samuelson [1947], concluimos que, en lugar de avanzar en el campo de la mecánica, este autor prefiere mostrar las incoherencias que, desde el punto de vista de la teoría económica, se presentan cuando se recurre al cálculo diferencial o al cálculo en diferencias. De los ejercicios de Samuelson se derivan dos enseñanzas. La primera tiene que ver con el manejo cuidadoso de los supuestos del modelo; Samuelson muestra que trabajar en tiempo discreto es radicalmente diferente de trabajar en tiempo continuo e, indirectamente, destaca la pertinencia de discutir los supuestos. La segunda, que contradice la intención original del autor, es que el análisis económico tiene una especificidad que lo sitúa en un terreno diferente al de la mecánica.

Desde un punto de partida diferente, Hicks explicita con mayor claridad la necesidad de justificar los supuestos y la conveniencia de que el análisis económico no quede aprisionado en el marco de la mecánica. Para Hicks, el problema analítico fundamental de la teoría dinámica es la definición del período.

Esta discusión es pertinente porque con la abundancia de modelos intertemporales la teoría económica contemporánea ha minimizado la importancia de examinar los supuestos. En los últimos años se ha hecho énfasis en el formalismo matemático y se ha dejado por

fuera el debate sobre la duración y las características del período propuesto por Hicks.

EL PERÍODO DE SAMUELSON

Las reflexiones de Samuelson [1947] sobre el 'principio de correspondencia' son de gran utilidad hoy en día. Samuelson se preguntaba por la relación entre la estática y la dinámica. Para él, la estabilidad del equilibrio está íntimamente ligada al problema de cómo derivar teoremas útiles en el campo de la estática comparativa.¹ "Esta dualidad constituye lo que he llamado el *principio de correspondencia*" [Samuelson 1947, 258].

Samuelson analiza las condiciones de posibilidad del equilibrio estático mediante el principio de correspondencia. En la historia de la mecánica, dice Samuelson, la estática precedió a la dinámica. En economía no sucede lo mismo; aquí el proceso es inverso: la comprensión plena del fenómeno estático exige que se haya definido, de antemano, una teoría dinámica [Samuelson 1947, 262-263] pues, según él, la estabilidad estática sólo es inteligible una vez se haya descubierto de qué manera se contrarrestan las fuerzas en el terreno de la dinámica. Samuelson diferencia dos tipos de estabilidad:

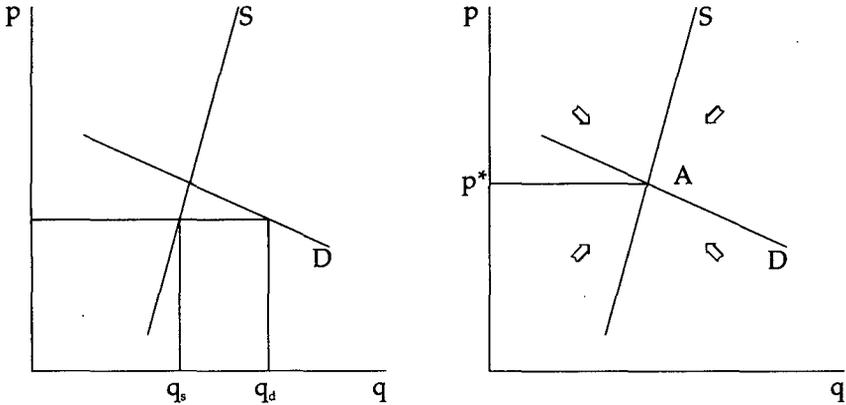
1. La estabilidad de 'primer tipo' es aquella que se presenta "cuando los desplazamientos del equilibrio son seguidos por movimientos hacia el equilibrio" [Samuelson 1947, 261].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X_i(t) = X_i^* \quad [1]$$

Es decir, cuando las fuerzas convergen hacia el punto X_i^* . La estabilidad es perfecta si el equilibrio se mantiene aun en el caso en que se presenten desplazamientos 'grandes'. La estabilidad no es perfecta si el equilibrio sólo puede reencontrarse después de que se presenta un desplazamiento 'pequeño'. Esta estabilidad 'en lo pequeño' es una condición necesaria pero no suficiente para que exista estabilidad perfecta. Mientras que la estabilidad 'en lo grande' supone la estabilidad en lo pequeño, la existencia de ésta no garantiza la de aquélla. En virtud de su carácter de condición necesaria, Samuelson analiza con más detalle la estabilidad en lo pequeño que la estabilidad en lo grande.

1 De manera general, un proceso estacionario es dinámicamente estable si la trayectoria temporal es convergente.

FIGURA 1
DESEQUILIBRIO Y EQUILIBRIO ESTÁTICOS
EL ENFOQUE DE SAMUELSON



La figura del lado izquierdo representa un desequilibrio caracterizado por un exceso de demanda ($q_d > q_s$). La figura del lado derecho describe la solución de equilibrio. Esta nueva situación es estable porque las fuerzas que convergen hacia A se contrarrestan mutuamente.

2. La estabilidad de 'segundo tipo' corresponde a la dinámica inercial. El mejor ejemplo es el péndulo que se mueve en un espacio sin fricciones. La oscilación se repite infinitamente alrededor de la posición de equilibrio estable.

Entre las dos clases de estabilidad, Samuelson opta por la primera. Para que un sistema dinámico pase del segundo tipo de estabilidad al primero basta con introducir la fricción.

Sin entrar en los detalles del planteamiento de Samuelson, el aspecto que vale la pena destacar es que para él la estática es incomprendible sin la presencia de fuerzas dinámicas convergentes.

La figura 1 describe dos estados bastante conocidos. La gráfica del lado izquierdo presenta una situación en la cual la cantidad demandada es mayor que la ofrecida ($q_d > q_s$). Se trata del desequilibrio típico de la teoría estática convencional. La figura del lado derecho describe la situación de equilibrio. A la luz del principio de correspondencia, el punto de convergencia (A) es estable si todas las tensiones se contrarrestan.

Sería legítimo mirar la gráfica del lado derecho sin tener en cuenta las fuerzas que confluyen hacia A. Podría decirse que la gráfica sin las flechas es el equilibrio estático anterior a Samuelson: es un equilibrio que hace abstracción de la dinámica. El principio de correspondencia aporta nuevos elementos de análisis. Gracias a este principio, el equilibrio estático puede ser entendido como la confluencia de fuerzas que se anulan mutuamente. La suma de vectores es igual a cero. Este enfoque requiere, como dice Samuelson, que de antemano se haya definido una teoría dinámica.

EL PERÍODO DE HICKS

Hicks [1985] no cree que la teoría económica se haya apropiado de las categorías desarrolladas por la mecánica clásica.² Critica duramente a Samuelson: "Se han hecho intentos (entre los más notables está el de Samuelson, en su libro *Foundations of Economic Analysis*) para encontrar una asociación más estrecha y a un nivel más profundo (entre estática y dinámica); pero yo mismo dudo que dichos intentos hayan servido de algo. Es más seguro, en mi opinión, definir el equilibrio estático de la economía como un concepto independiente y con derecho propio" [Hicks 1985, 18].

Hicks centra su reflexión en la caracterización del período porque considera que éste debe estar bien definido para comprender la dinámica. No cree pertinente basar el análisis en la interacción de fuerzas, a la manera de la física. Para entender la dinámica deben explicitarse primero los elementos que dan homogeneidad al período. Para Hicks, "el estado estacionario es ese caso especial de un sistema dinámico en que los gustos, la técnica y los recursos permanecen constantes a través del tiempo" [Hicks 1939, 132].³ La estacio-

2 "Al igual que la 'estática' y la 'dinámica', el 'equilibrio' es un préstamo de la mecánica matemática; pero hay que aclarar si los conceptos mecánico y económico de 'equilibrio' tienen algo en común aparte del nombre. El equilibrio estático de la mecánica constituye un balance de fuerzas; y aunque los economistas pensaban que también su equilibrio estático era un balance de fuerzas como, por ejemplo, las 'fuerzas' de la oferta y la demanda, ésta es una definición muy deficiente de lo que significa el equilibrio estático en los medios económicos" [Hicks 1985, 18].

3 Nótese que en el pensamiento de Hicks la estacionariedad no tiene la misma acepción que en la física. En sentido estricto, la relación entre el proceso estacionario y la estabilidad, tal y como se plantea en la nota 1, no sería hicksiana.

nariedad no está determinada por el equilibrio de fuerzas sino, más bien, por la estabilidad de las variables fundamentales. Por consiguiente, según él, lo más importante es definir el período a partir de sus invariantes.

En vista de la relevancia teórica de los precios, define el 'equilibrio temporal' en función de éstos:

Para fines prácticos, la condición ideal de equilibrio a través del tiempo se puede interpretar de una manera bastante vaga. Cuando los precios son bastante estables es muy probable que el sistema se encuentre en un equilibrio adecuado. El desequilibrio agudo tiene probabilidades de producirse sobre todo en tiempos de movimientos rápidos de precios [Hicks 1939, 153].

Desde esta perspectiva, la estabilidad de la gráfica del lado derecho de la figura 1 no se explica por la convergencia de fuerzas alrededor del punto A, como en la interpretación de Samuelson, sino porque los precios permanecen estables durante el período. Hicks antepone la estabilidad del precio de equilibrio p^* , mientras que Samuelson la infiere de la mutua anulación de fuerzas en el punto A.

Así como Samuelson diferencia la estabilidad en lo grande de la estabilidad en lo pequeño, Hicks distingue la estabilidad 'perfecta' de la 'imperfecta'. La estabilidad perfecta se presenta cuando, al pasar de una situación de desequilibrio (lado izquierdo de la figura 1) a una de equilibrio (lado derecho de la figura 1), los demás precios permanecen constantes o "están ajustados uno por uno, de tal manera que mantengan el equilibrio en los otros mercados" [Hicks 1939, 401]. La estabilidad imperfecta no implica un ajuste simultáneo de precios. El paso de la situación de desequilibrio a la de equilibrio se realiza suponiendo que los demás precios ya han sido ajustados. Es decir, no se indagan las condiciones de estabilidad en los otros mercados.

La distinción hicksiana entre estabilidad perfecta e imperfecta pone en evidencia el problema de la interacción entre mercados. El equilibrio general de todos los mercados está asociado a la estabilidad perfecta. El equilibrio parcial, que sólo indaga la estabilidad de un mercado, corresponde a la estabilidad imperfecta. La estabilidad perfecta tiene dos alcances. Uno, que llamamos 'débil', fundado en el supuesto de que los precios de los otros mercados permanecen constantes. Otro, que llamamos 'fuerte', implica un ajuste simultáneo de los precios en todos los mercados.

Hicks es plenamente consciente de que en la realidad no se presenta la estabilidad perfecta. Habla con desdén de "esa 'famosa

ficción' que es el estado estacionario" [Hicks 1939, 135].⁴ Hicks se enfrenta, entonces, a la angustiosa necesidad de definir el período como el lapso de tiempo durante el cual las variables son estacionarias, a pesar de que reconoce que el estado estacionario es una 'ficción', y recurre a la semana:

Definiré una 'semana' como aquel período que es lo bastante breve para que puede hacerse caso omiso de las variaciones de los precios que se produzcan durante el mismo. Para fines teóricos, esto significa suponer que los precios no cambian de una manera continua, sino a intervalos breves [...] Una forma conveniente de concebir este supuesto, de que los precios son constantes durante la semana, es imaginar que los mercados sólo están abiertos un día por semana (por ejemplo, los lunes) de manera que sólo ese día se pueden celebrar contratos [Hicks 1939, 138-139].

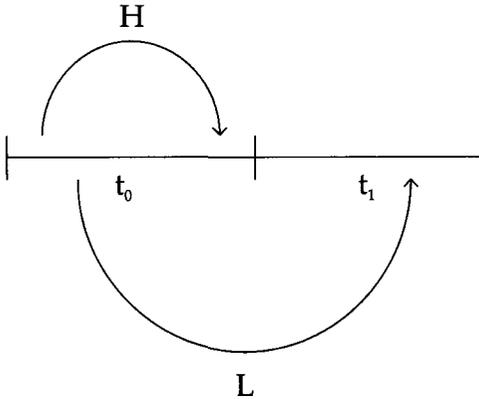
El lunes hicksiano tiene la ventaja de que permite definir el período (la semana) a partir de la estabilidad de las variables básicas, sin caer en la 'ficción' del estado estacionario.⁵

Una vez definido el período, Hicks cuenta ya con los elementos suficientes para abordar el tema de la dinámica: "en Lindahl por fin queda claro que el período individual no es autónomo" [1985, 66]. El método de Lindahl es dinámico porque "las expectativas que rigen en el período actual se basan en experiencias del *pasado*: no reciben la influencia de lo que sucede en el mercado durante el período en curso. Esto les permite formar un enlace entre los períodos..." [1985,

4 "La preocupación por las condiciones estacionarias ha ejercido una influencia perniciosa sobre la mente de los economistas [...] Sólo en un estado estacionario se pueden identificar los precios que rigen en la realidad con los precios esperados; el ingreso con la producción; las tasas monetarias de interés con las tasas reales y las tasas de interés de un período de préstamo con las de otro. El estado estacionario ha impedido positivamente el desarrollo de la teoría del interés, por no tener en cuenta un gran número de sus aspectos vitales. Más aún, aunque siempre se reconoce que el estado real de cualquier economía no es nunca de hecho estacionario, sin embargo, los teóricos que se basan en el estado estacionario consideraban de un modo natural que la realidad 'tendía' hacia ese estado, aunque sea muy dudoso que exista tal tendencia. Nos dice que si alcanzáramos un estado estacionario, entonces (en igualdad de condiciones) permaneceríamos en él; pero no nos da ningún elemento para afirmar que, de hecho, tendamos a alcanzar tal posición; pues no puede decirnos nada en absoluto sobre algo real" [Hicks 1939, 134-135].

5 Esta 'ficción' de que habla Hicks alcanza su más candorosa expresión en los modelos de generaciones traslapadas. A este respecto, véase González [1994a].

FIGURA 2
LOS MÉTODOS CUASI-ESTÁTICO DE HICKS (H)
Y DINÁMICO DE LINDAHL (L)



El método cuasi-estático (H) se caracteriza porque las expectativas reciben la influencia de la experiencia actual. La flecha sale de t_0 y regresa a t_0 . El método dinámico (L) supone que las expectativas actuales reciben la influencia de la experiencia pasada. La flecha sale de t_0 y termina en t_1 .

70]. La dinámica rompe la independencia del período. El propio Hicks reconoce que su 'equilibrio temporal' no es dinámico y que apenas es cuasi-estático: "Por dejar que las expectativas recibieran la influencia de la experiencia actual (a veces, una influencia fundamental), mi modelo se movió en una dirección cuasi-estática" [1985, 71].

La figura 2 compara el método cuasi-estático de Hicks y el dinámico de Lindahl. La figura diferencia los períodos t_0 y t_1 . Respetando la lógica de Hicks, digamos que cada período es de una semana y que el mercado sólo se abre los lunes. La flecha superior (H) corresponde al equilibrio temporal de Hicks. La flecha inferior (L) describe la secuencia de Lindahl.

La flecha superior (H) comienza y termina en t_0 . La experiencia actual en el momento t_0 modifica las expectativas actuales. Todo sucede al interior del período. La persona puede cambiar de opinión a lo largo del período, pero una vez que el período termina, cuando el mercado se cierra, la transacción final se registra como la transacción del período. La última decisión es la decisión del período.

Supóngase que el mercado se abre a las 8 de la mañana del lunes. A las 5 de la tarde, hora de cierre del mercado, la persona pudo haber realizado un número i de transacciones. Si $i = 10$, la décima operación

es la única que importa. Cuando se dice que q_0 es la cantidad transada en t_0 , realmente se está haciendo referencia a la cantidad transada en la décima operación. Las nueve transacciones anteriores no cuentan. Y, entonces, la cantidad q_0 aparece como la cantidad del período t_0 .

A través del equilibrio temporal, Hicks pone en evidencia las interrelaciones que anteceden la transacción final. El estado de los negocios a las 11 de la mañana afecta las decisiones que se toman a las 4 de la tarde. Pero como ambos momentos hacen parte del período t_0 , el equilibrio temporal es un método cuasi-estático. No es dinámico. Lo sucedido en t_0 no condiciona lo que pasa en t_1 . Las decisiones de cada lunes no dependen de lo que pasó el lunes anterior. Los períodos son independientes.

La flecha inferior (L) comienza en t_0 y termina en t_1 . Los acontecimientos del período t_0 afectan las decisiones que se toman en t_1 . Esta secuencia intertemporal (interperíodos) propuesta por Lindahl sí es dinámica.

Hicks ha sido autocrítico. Reconoce las limitaciones del equilibrio temporal y acepta que no es dinámico. No obstante, "la microfundamentación de la teoría macroeconómica que Hicks identificó ayudó a crear la revolución neo-walrasiana que ha sobrevivido hasta hoy... La sola definición del 'equilibrio temporal' fue un triunfo intelectual de primer orden" [Weintraub 1979, 58-59].

EL PERÍODO EN EL CONTEXTO DE LA NUEVA MACROECONOMÍA CLÁSICA

Desde perspectivas diferentes, Samuelson y Hicks han tratado de comprender la naturaleza del período. En los últimos años la nueva macroeconomía clásica ha rescatado la importancia de la dinámica. Según Azariadis, "el mensaje central del nuevo paradigma en macroeconomía tiene que ver con las *interacciones humanas a través del tiempo*" [Azariadis 1993, xii]. Ya Marshall decía que el "tiempo es el núcleo de casi todos los problemas económicos" [1890]. La gran dificultad teórica que se le plantea a la macroeconomía es cómo entender las relaciones temporales sin desvirtuar los teoremas de equilibrio estático que siguen siendo su base analítica, especialmente para quienes aspiran a fundar la macro en la micro.

El tiempo ha sido una preocupación permanente de la teoría económica. Durante casi medio siglo la macroeconomía dejó de lado el tiempo y se concentró en la estática comparativa. La reacción de

numerosos autores, principalmente de corte keynesiano,⁶ contra la visión atemporal no se hizo esperar. Este enfoque crítico no se incorporó en los libros de texto; entre otras razones, porque es difícil de formalizar y porque desconfía de los microfundamentos. Para la academia dominante en economía la formalización y la microfundamentación son dos condiciones metodológicas centrales y sin ellas el desarrollo de la disciplina no tendría solidez.

La nueva macroeconomía clásica ha tratado de incorporar una noción del tiempo cuya formalización no riña con el equilibrio y que, además, pueda ser microfundada.⁷ Azariadis no oculta su optimismo:

lo que parecía improbable hace 10 años ha llegado a ser factible hoy en día: la teoría neoclásica del crecimiento y las aproximaciones dinámicas relacionadas con ella han salido del tradicional dominio del largo plazo en el que estaban inmersas y han comenzado a utilizarse de manera rutinaria en el análisis de los fenómenos de corto plazo [Azariadis 1993, xi].

En medio de tanta euforia valdría la pena preguntarse hasta qué punto se ha logrado superar la 'dualidad' de que hablaba Samuelson al enunciar el principio de correspondencia. O, desde la perspectiva de Hicks, sería conveniente examinar si la nueva macroeconomía ha resuelto los interrogantes relacionados con la homogeneidad del período.

TIEMPO CONTINUO O DISCRETO: UN PROBLEMA TEÓRICO FUNDAMENTAL

Aunque en los procesos de modelación temporal "la principal distinción conceptual es que el tiempo es una variable continua en las ecuaciones diferenciables y una variable discreta en las ecuaciones

6 Leijonhufvud [1968], Shackle [1949, 1958, 1972, 1979, 1982], Minsky [1975, 1986], Davidson [1978, 1982, 1983]. Entre estos autores, Shackle es el más difícil de 'matricular' en una escuela, aunque la influencia austríaca en sus ideas es evidente y reconoce su deuda con Hayek: "el brillante estudio de Hayek sobre el papel del conocimiento en los asuntos económicos se convirtió para mí en una fuente de inspiración primaria" [Shackle 1972, vi]. Más que los otros, él intenta relacionar tiempo y subjetividad: cada elección es un comienzo que abre un inmenso abanico de posibilidades futuras; el individuo construye su propia información. Shackle no cree en el conjunto informacional objetivo del que hablan los teóricos de las expectativas racionales.

7 Entre los modelos dinámicos, la nueva macroeconomía clásica se ha fijado en dos: el modelo de generaciones traslapadas y el modelo de crecimiento óptimo. Hay una clara preferencia por los sistemas dinámicos no lineales.

en diferencias" [Azariadis 1993, 4], frecuentemente se opta por una u otra alternativa sin sopesar cuidadosamente las implicaciones que de allí se derivan en el campo de la teoría y de la política económicas [González 1994b].

A pesar de que Samuelson define la estabilidad sin necesidad de hacer consideraciones sobre la duración del período, él mismo reconoce que la distinción entre las variables discretas y continuas es fundamental.⁸ Las conclusiones del análisis son diferentes cuando se recurre a uno u otro método. Tal y como se desprende de la comparación de las figuras 1 y 2, no hay duda de que las posiciones de Samuelson y de Hicks a propósito de la estabilidad y del período son divergentes. Sin embargo, cuando Samuelson formaliza matemáticamente sus apreciaciones sobre la dinámica, advierte que las implicaciones de política económica varían considerablemente dependiendo de la estructura discreta o continua del modelo. Podríamos decir, entonces, que en Samuelson hay un reconocimiento implícito de la importancia del análisis hicksiano del período.

Ante la incapacidad de explicar las características de cada uno de los vectores de fuerzas que hacen posible la estabilidad (lado derecho, figura 1), Samuelson [1947] se ve obligado a limitar los alcances de su planteamiento dinámico al tipo de ecuaciones (diferenciales o discretas) y a las modalidades del ajuste (vía cantidades o precios). Las variables económicas no pueden tratarse del mismo modo que la representación vectorial de una fuerza. La mecánica sí cuenta con los instrumentos para definir la dirección, el sentido, el punto de aplicación y la intensidad del vector.

El enfoque de Hicks tiene una gran ventaja: pone en evidencia que desde la perspectiva económica no es lo mismo que se refiera al día, la semana, el mes o el año. Las implicaciones de cada dimensión temporal son cualitativamente diferentes porque la estabilidad de las variables fundamentales tiende a ser más frágil a medida que la duración del período es mayor. El recurso al tiempo continuo facilita la resolución matemática de los modelos pero obliga a trabajar con supuestos más 'irreales'.⁹ Las variables discretas son más 'reales' que las continuas. El problema consiste en delimitar un período que sea suficientemente representativo de lo que pasa en el mundo real y

8 En las últimas páginas de González [1994b] se menciona este problema.

9 "El problema de los modelos no es su 'irrealidad'. La dificultad radica, más bien, en el tipo de 'irrealidad'" [Montgomery 1994, 58]. La 'irrealidad' no puede hacer abstracción de los aspectos esenciales del aspecto estudiado.

cuyo tratamiento matemático no sea excesivamente complejo. Obsérvese que a pesar de que la semana de Hicks (el 'lunes') es un período sumamente corto, exige que se utilicen variables discretas.

Las variables continuas que son pertinentes en numerosos modelos teóricos, generalmente no son apropiadas para el examen de situaciones concretas. La realidad económica, por lo menos la que pretenden cuantificar los modelos, tiene un carácter más discreto que continuo. Se comete un grave error cuando se hacen recomendaciones de política económica a partir de modelos que han sido desarrollados con el ánimo de resolver problemas eminentemente teóricos.¹⁰

UNA CONFLUENCIA INEVITABLE

Samuelson [1947] vio, mucho antes que Azariadis [1993], que la 'principal distinción conceptual' consiste en que el tratamiento del tiempo no es igual en los modelos continuos y en los discretos. Samuelson dio tanta relevancia a este tema que dejó de lado los temas relacionados con la mecánica. En vez de profundizar en el carácter vectorial de las variables económicas, se dedicó a estudiar las especificidades de los procesos de ajuste en tiempo continuo y discreto. Así no lo reconozca explícitamente, Samuelson termina acercándose bastante al planteamiento de Hicks en el sentido de que acepta la relevancia que tiene para el análisis la definición de la duración del período. Medio siglo después de la publicación del trabajo de Samuelson [1947], todo parece indicar que la óptica de Hicks es la que ha prevalecido. Entre otras razones porque Samuelson tampoco ha intentado develar la naturaleza mecánica de las variables económicas; ni siquiera en su trabajo del 47.

LAS PESQUISAS DE SAMUELSON

Para mostrar que los procesos de ajuste son diferentes cuando se trabaja con tiempo continuo o discreto, Samuelson [1947, 276-ss.] utiliza un modelo keynesiano bastante sencillo.

10 Montgomery [1994, 65] muestra que los teóricos de la *Fully Articulated Model Economy* (FAME), que es la herramienta básica de la nueva macroeconomía clásica, confunden los niveles de análisis. Equivocadamente sacan conclusiones de política económica a partir de modelos teóricos que, precisamente, hacen abstracción de los rasgos esenciales de la situación que se busca corregir.

Caso estático

En el caso estático,

$$C(r, Y) + I + \alpha = Y \quad [2]$$

$$C(r, Y) - Y + I = -\alpha$$

$$F(r, Y) - I = -\beta \quad [3]$$

$$L(r, Y) = M \quad [4]$$

r es la tasa de interés, Y el ingreso e I la inversión. C corresponde a la función de consumo, F representa la eficiencia marginal del capital, L es la función de preferencia por la liquidez. M es la cantidad de dinero. El parámetro α mide los desplazamientos hacia arriba de la propensión a consumir y β , los desplazamientos hacia arriba de la eficiencia marginal del capital.¹¹ El sistema [2-4] tiene tres ecuaciones y tres incógnitas (r, Y, I). Al derivar con respecto al parámetro α ,

$$C_r r_\alpha + C_Y Y_\alpha - Y_\alpha + I_\alpha = -1$$

$$F_r r_\alpha + F_Y Y_\alpha - I_\alpha = 0 \quad [5]$$

$$L_r r_\alpha + L_Y Y_\alpha = 0$$

Con respecto al parámetro β ,

$$C_r r_\beta + C_Y Y_\beta - Y_\beta + I_\beta = 0$$

$$F_r r_\beta + F_Y Y_\beta - I_\beta = -1 \quad [6]$$

$$L_r r_\beta + L_Y Y_\beta = 0$$

Con respecto a M ,

$$C_r r_M + C_Y Y_M - Y_M + I_M = 0$$

$$F_r r_M + F_Y Y_M - I_M = 0 \quad [7]$$

$$L_r r_M + L_Y Y_M = 1$$

Al escribir 5 en forma matricial,

$$\begin{pmatrix} C_r & C_Y - 1 & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & L_Y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_\alpha \\ Y_\alpha \\ I_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [8]$$

11 Mientras que la pendiente de las curvas está determinada por la propensión marginal a consumir y la eficiencia marginal del capital, los parámetros α y β definen el punto de corte de la curva con la vertical.

Escribiendo [6] en forma matricial,

$$\begin{pmatrix} C_r & C_Y - 1 & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & L_Y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_\beta \\ Y_\beta \\ I_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad [9]$$

y, finalmente, reescribiendo 7,

$$\begin{pmatrix} C_r & C_Y - 1 & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & L_Y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_M \\ Y_M \\ I_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad [10]$$

La solución de cada uno de los tres sistemas anteriores se obtiene premultiplicando por la inversa de la matriz de coeficientes,

$$\frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} L_Y & L_Y & 1 - C_Y - F_Y \\ -L_r & -L_r & C_r + F_r \\ F_r L_Y - F_Y L_r & (C_Y - 1) L_r - C_r L_r & C_r F_Y - (C_Y - 1) F_r \end{pmatrix} \quad [11]$$

Siendo,

$$\Delta = \begin{vmatrix} C_r & C_Y - 1 & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & F_Y & 0 \end{vmatrix} \quad [12]$$

La propensión marginal a consumir es mayor que cero ($C_Y > 0$). La eficiencia marginal del capital es positiva con respecto al ingreso ($F_Y > 0$) y negativa con respecto a la tasa de interés ($F_r < 0$). La demanda de dinero aumenta con el ingreso ($L_Y > 0$) y disminuye cuando la tasa de interés sube ($L_r < 0$). La respuesta del consumo a las variaciones de la tasa de interés es más incierta. Si los intereses suben es probable que aumente el ahorro, pero también puede presentarse un aumento del consumo, si la persona interpreta el alza de las tasas de interés como el comienzo de un proceso inflacionario. Por consiguiente, el signo de C_r es incierto, ($C_r \leq 0$ o $C_r \geq 0$)

Yendo más allá de Samuelson, también podría argumentarse que si en la eficiencia marginal del capital se incluyen el precio de oferta del capital y su rendimiento probable [Keynes 1936, 135], tendríamos que

$$F \left(r, Y, \frac{\Pi^e}{p^e k} \right) I = -\beta \quad [13]$$

$(\Pi^e / p^e k)$ es la relación entre el rendimiento esperado y el precio esperado del capital.

Como la identidad [13] conjuga la tasa de interés con el rendimiento esperado y el precio esperado del capital, deja de ser evidente que F_r sea menor que cero, agregándose un nuevo factor de incertidumbre ($F_r \geq 0$ o $F_r \leq 0$) Para no complicar demasiado el análisis dejaremos de lado la identidad 13 y supondremos que la función 3 involucra toda la información necesaria.

A partir de 11 se obtiene,

$$\begin{pmatrix} r_\alpha \\ Y_\alpha \\ I_\alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} L_Y & L_Y & 1 - C_Y - F_Y \\ -L_r & -L_r & C_r + F_r \\ F_r L_Y - F_Y L_r & (C_Y - 1) L_r - C_r L_r & C_r F_Y - (C_Y - 1) F_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} r_\alpha \\ Y_\alpha \\ I_\alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} -L_Y \\ L_r \\ F_Y L_r - F_r L_Y \end{pmatrix} \quad [14]$$

$$\begin{pmatrix} r_\beta \\ Y_\beta \\ I_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} L_Y & L_Y & 1 - C_Y - F_Y \\ -L_r & -L_r & C_r + F_r \\ F_r L_Y - F_Y L_r & (C_Y - 1) L_r - C_r L_r & C_r F_Y - (C_Y - 1) F_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} r_\beta \\ Y_\beta \\ I_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} -L_Y \\ L_r \\ C_r L_Y - (C_Y - 1) L_r \end{pmatrix} \quad [15]$$

Puesto que el signo de C_r es incierto, Samuelson [1947, 278] concluye que no es posible precisar si Δ es positivo o negativo.¹² A renglón seguido duda que un modelo estático como el presentado en [2-4] tenga la capacidad de explicar el comportamiento de la economía keynesiana. La inversión (I) no es estática. A través del tiempo se va ajustando en función de la diferencia entre la inversión actual y la inversión deseada. Este hecho obliga a considerar un esquema de análisis de carácter dinámico.

Caso dinámico, tiempo continuo

Expresando el sistema [2-4] en forma dinámica y en tiempo continuo se tiene,

$$Y = I - [Y - C(r, Y) - \alpha] \quad [16]$$

12 Este resultado sería todavía más confuso si incluyésemos las consideraciones que hicimos a propósito de [13].

$$0 = F(r, Y) - I + \beta \quad [17]$$

$$0 = L(r, Y) - M \quad [18]$$

Al proponer el sistema [16-18] en lugar del [2-4], Samuelson está más próximo de la dinámica hicksiana que de la descrita en la figura 1. Al pasar del modelo estático al dinámico, Samuelson centra su atención en las características intertemporales del modelo y deja de lado sus consideraciones sobre las relaciones entre vectores de fuerzas. Este cambio de énfasis da pie para pensar que la asociación de la dinámica en economía con la mecánica no ha sido un camino metodológico promisorio, ni siquiera para el propio Samuelson.

Al linealizar el sistema [16-18] mediante la expansión en polinomio de Taylor de primer orden de las funciones C, F y L, se obtiene,

$$\dot{Y} = I - \left[Y - \left\{ C(0) + \frac{\partial C}{\partial r}(0)r + \frac{\partial C}{\partial Y}(0)Y \right\} - \alpha \right] \quad [19]$$

$$= I - [1 + C_Y(0)]Y - C(0) - C_r(0)r - \alpha$$

$$F(0) + F_r(0)r = F_Y(0)Y - I + \beta = 0 \quad [20]$$

$$L(0) + L_r(0)r + L_Y(0)Y - M = 0 \quad [21]$$

Despejando I en [20] y reemplazando en [19],

$$\dot{Y} = F(0) + F_r(0)r + F_Y(0)Y + \beta - [1 + C_Y(0)]Y - C(0) - C_r(0)r - \alpha \quad [22]$$

Al simplificar la ecuación anterior, se tiene

$$\dot{Y} = B + Wr + TY \quad [23]$$

B, W y T son constantes. Despejando r de [21] y reemplazando en [23],

$$\dot{Y} = B + \frac{W}{L_r(0)} [M - L_Y(0)Y - L(0)] + TY \quad [24]$$

Simplificando,

$$\dot{Y} = aY + b \quad [25]$$

a y b son constantes. La relación 25 es una ecuación diferencial lineal, cuya solución es de la forma,

$$Y = Y^0 + a_1 e^{\lambda t} \quad [26]$$

Reemplazando esta expresión en [20] y [21],

$$F(0) + F_r(0)r + F_Y(0) [Y^0 + a_1 e^{\lambda t}] - I + \beta = 0 \quad [27]$$

$$L(0) + L_r(0)r + L_Y(0)[Y^0 + a_1 e^{\lambda t}] - M = 0 \quad [28]$$

Al despejar r de [27] e I de [28],

$$r = r^0 + a_2 e^{\lambda t} \quad [29]$$

$$I = I^0 + a_3 e^{\lambda t} \quad [30]$$

Las soluciones [26], [29] y [30] son idénticas a las de Samuelson [1947, 279]. Para determinar las condiciones de estabilidad, derivamos 26 con respecto a t ,

$$\dot{Y} = \lambda a_1 e^{\lambda t} = \lambda (Y - Y^0) \quad [31]$$

Al igualar con 16,

$$I - [Y - C(r, Y) - \alpha] = \lambda (Y - Y^0) \quad [32]$$

Simplificando y ordenando términos,

$$C(r, Y) - (1 + \lambda) Y + I + \lambda Y^0 = -\alpha \quad [33]$$

Al reemplazar la ecuación [2] por la [33], obtenemos el sistema,

$$C(r, Y) - (1 + \lambda) Y + I + \lambda Y^0 = -\alpha$$

$$F(r, Y) - I = -\beta \quad [34]$$

$$L(r, Y) = M$$

La solución es similar a la del caso estático. Basta reemplazar la inversa de la matriz de coeficientes 11 por la inversa de la matriz

$$\begin{pmatrix} C_r & C_Y - 1 - \lambda & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & F_Y & 0 \end{pmatrix} \quad [35]$$

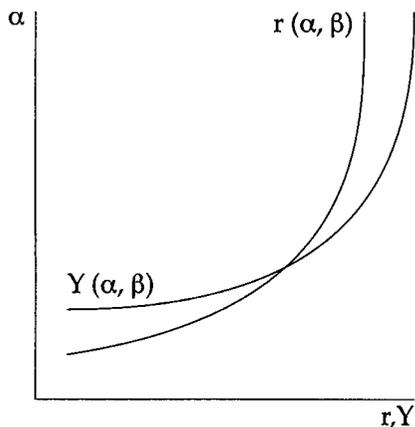
$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} C_r & C_Y - 1 - \lambda & 1 \\ F_r & F_Y & -1 \\ L_r & F_Y & 0 \end{vmatrix} = \Delta + \lambda L_r = 0 \quad [36]$$

en el sistema de soluciones estáticas. Las soluciones [26], [29] y [30] ofrecen un equilibrio estable sólo si

$$\Delta \lambda = 0 \quad \text{o} \quad \lambda = -\frac{\Delta}{L_r} < 0 \quad [37]$$

FIGURA 3
 MODELO DINÁMICO, TIEMPO CONTINUO

Relación entre, de una parte, los desplazamientos hacia arriba de la propensión marginal a consumir (α) y de la eficiencia marginal del capital (β) y, de otra parte, la tasa de interés (r) y el ingreso (Y).



Cuando aumenta la propensión marginal a consumir o la eficiencia marginal del capital, la tasa de interés y el ingreso también suben.

Como se explicó atrás, $L_r < 0$, entonces, $\Delta < 0$.

Cuando el sistema es estable, el aumento de la eficiencia marginal del capital (β) se traduce en mayores tasas de interés y un ingreso más alto. De la misma manera, cuando la propensión marginal a consumir crece (α), la tasa de interés y el ingreso aumentan. La figura 3 ilustra la forma de ambas curvas.

Cuando el banco central interviene a fin de mantener la tasa de interés fija, la función de preferencia por la liquidez pierde su razón de ser. Al eliminar [18], entonces [36] se convierte en

$$\begin{vmatrix} C_Y - 1 - \lambda & 1 \\ F_Y & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad [38]$$

Para que el sistema sea estable se requiere que la suma de las propensiones marginales a consumir (C_Y) y a invertir (F_Y) sea inferior a uno.

Las soluciones anteriores nos ofrecen cinco resultados ciertos y cuatro inciertos. De los cinco resultados ciertos, cuatro son captados por la figura 3. El otro tiene que ver con la relación entre la cantidad de dinero y la tasa de interés. Si la oferta monetaria sube, la tasa de interés baja. Resumiendo, los cinco resultados ciertos son:

$$\frac{\partial r}{\partial \alpha} > 0; \quad \frac{\partial r}{\partial \beta} > 0; \quad \frac{\partial Y}{\partial \alpha} > 0; \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} > 0; \quad \frac{\partial r}{\partial M} > 0 \quad [39]$$

Dos de los resultados inciertos tienen que ver, especialmente, con la forma como responde la inversión: (1) no es claro qué sucede con ésta cuando la curva de la propensión marginal a consumir se desplaza hacia arriba; (2) tampoco hay certeza de que la inversión aumente cuando la eficiencia marginal del capital se desplaza hacia arriba.

Si el ingreso aumenta, la cantidad de moneda se vuelve más escasa porque es necesario financiar un mayor número de transacciones. Ello tiende a deprimir la inversión. Pero, por otro lado, podría decirse que un aumento en el ingreso tiende a incrementar la inversión vía la propensión marginal a invertir. A priori no se sabe cuál de los dos efectos prevalecerá [Samuelson 1947, 280].

Los otros dos resultados inciertos están relacionados con la forma como el aumento de la cantidad de moneda incide en el (3) ingreso y en (4) la inversión. Resumiendo,

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha} = ?; \quad \frac{\partial I}{\partial \beta} = ?; \quad \frac{\partial Y}{\partial M} = ?; \quad \frac{\partial I}{\partial M} = ? \quad [40]$$

Para completar el panorama, veamos lo que ocurre en el caso continuo discreto.

Caso dinámico. Tiempo discreto

Manteniendo el supuesto que se hizo al final de la sección anterior sobre la estabilidad de la tasa de interés y considerando la inversión como un parámetro independiente, se tiene

$$Y_t = C(\bar{r}, Y_{t-1}) + \bar{I} \quad [41]$$

Puesto que la tasa de interés es constante, C no depende de r . Desarrollando C en polinomio de Taylor

$$C(\bar{r}, Y_t) = C(Y_t) = C(Y_0) + C_{Y_0} (Y_t - Y_0)^{13} \quad [42]$$

y reemplazando en [41],

$$Y_t = C(Y_0) + C_{Y_0} (Y_{t-1} - Y_0) + \bar{I} \quad [43]$$

$$Y_t = C_{Y_0} Y_{t-1} + A \quad [44]$$

13 C_{Y_0} representa la derivada parcial de C con respecto a Y en un punto fijo. Igual sucede con F_{Y_0} en la ecuación [50].

Donde A es una constante. La ecuación [44] es una ecuación en diferencias de primer orden que tiene como solución

$$Y_t = K(C_{Y_0})^t + B \quad [45]$$

Donde K y B son constantes. Esta solución es estable sólo si

$$\begin{aligned} |C_{Y_0}| &< 1 & [46] \\ -1 &< C_{Y_0} < 1 \end{aligned}$$

En el punto de expansión Y_0 , la propensión marginal a consumir puede estar entre menos uno y uno. Samuelson dice que la propensión marginal a consumir no necesariamente tiene que ser positiva. En algunas circunstancias se presenta desahorro y ello no es incompatible con el equilibrio. A fin de ampliar los alcances del análisis, eliminemos la restricción de que la inversión sea constante. Si la inversión es variable pero la tasa de interés se mantiene fija,

$$C(\bar{r}, Y_{t-1}) - Y_t + I_t = 0 \quad [47]$$

$$F(\bar{r}, Y_t) - I_t = 0 \quad [48]$$

Al remplazar los desarrollos de Taylor de primer orden de C y F en las dos ecuaciones anteriores se llega a

$$C(Y_0) + C_{Y_0}(Y_{t-1} - Y_0) - Y_t + I_t = 0 \quad [49]$$

$$F(Y_0) + F_{Y_0}(Y_t - Y_0) - I_t = 0 \quad [50]$$

Despejando la inversión en [50] y reemplazando el resultado en [49],

$$C(Y_0) + C_{Y_0}(Y_{t-1} - Y_0) - Y_t + F(Y_0) + F_{Y_0}(Y_t - Y_0) - I_t = 0 \quad [51]$$

De donde se sigue que el ingreso del período t es

$$Y_t = \frac{C(Y_0)}{1 - F(Y_0)} Y_{t-1} + D \quad [52]$$

D es una constante que depende de los valores iniciales de cada una de las variables involucradas. La solución es

$$Y_t = K_1 \left[\frac{C(Y_0)}{1 - F(Y_0)} \right]^t + E \quad [53]$$

Sustituyendo este resultado en [50],

$$I_t = F(Y_0) + F_{Y_0} \left\{ K_1 \left[\frac{C(Y_0)}{1 - F(Y_0)} \right]^t + E - Y_0 \right\} \quad [54]$$

El equilibrio es estable si

$$\left| \frac{C_Y}{1 - F_Y} \right| < 1 \quad [55]$$

$$-|1 - F_Y| < C_Y < |1 - F_Y|$$

Finalmente, considérese la situación en la que ninguna de las variables está dada.

$$C(r_t, Y_{t-1}) - Y_t + I_t = 0 \quad [56]$$

$$F(r_t, Y_t) - I_t = 0 \quad [57]$$

$$L(r_t, Y_t) - M_t = 0 \quad [58]$$

Sustituyendo los desarrollos de C, F y L en las respectivas ecuaciones,

$$C_0 + C_{r_0} (r_t - r_0) + C_{Y_0} (Y_{t-1} - Y_0) - Y_t + I_t = 0 \quad [59]$$

$$F_0 + F_{r_0} (r_t - r_0) + F_{Y_0} (Y_t - Y_0) - I_t = 0 \quad [60]$$

$$L_0 + L_{r_0} (r_t - r_0) + L_{Y_0} (Y_t - Y_0) - M = 0 \quad [61]$$

Reemplazando en [59] la inversión y la tasa de interés halladas en [60] y [61],

$$C_0 + C_{r_0} (r_t - r_0) + C_{Y_0} (Y_{t-1} - Y_0) - Y_t + I_t =$$

$$C_0 + \frac{C_{r_0} + F_{r_0}}{L_{r_0}} \left[M - l_0 - L_{Y_0} (Y_t - Y_0) \right] + C_{Y_0} (Y_{t-1} - Y_0) + \quad [62]$$

$$Y_t (F_{Y_0} - 1) + F_0 + F_{Y_0} Y_0$$

Despejando el ingreso del período t,

$$\left[F_{Y_0} - 1 - \frac{L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})}{L_{r_0}} \right] Y_t = -C_{Y_0} Y_{t-1} + S \quad [63]$$

$$Y_t = - \frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})} Y_{t-1} + R$$

La solución es,

$$Y_t = K_3 \left[\frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})} \right]^t + Q \quad [64]$$

Reemplazando en 60 y 61,

$$r_t = r_0 + \frac{1}{L_{r_0}} \left\{ M - L_0 - L_{Y_0} \left[K_3 \left(- \frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (F_{r_0})} \right)^t + Q Y_0 \right] \right\} \quad [65]$$

Al reescribirla se tiene,

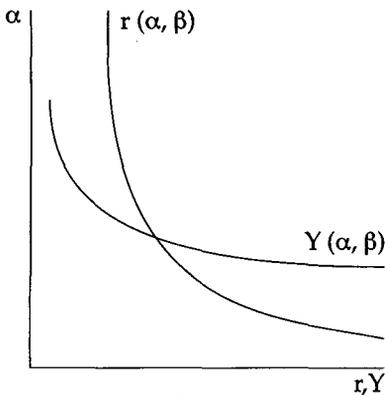
$$r_t = K_4 \left[- \frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})} \right]^t + Q_1 \quad [66]$$

De modo similar,

$$r_t = K_5 \left[- \frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})} \right]^t + Q_2 \quad [67]$$

FIGURA 4
MODELO DINÁMICO, TIEMPO DISCRETO

Relación entre, de una parte, los desplazamientos hacia arriba de la propensión marginal a consumir (α) y de la eficiencia marginal del capital (β) y, de otra parte, la tasa de interés (r) y el ingreso (Y).



Cuando aumenta la propensión marginal a consumir o la eficiencia marginal del capital, la tasa de interés y el ingreso bajan.

La condición de estabilidad es

$$\left| \frac{C_{Y_0} L_{r_0}}{F_{Y_0} L_{r_0} - L_{r_0} - L_{Y_0} (C_{r_0} + F_{r_0})} \right|^t < 1 \quad [68]$$

Esta condición es incompatible con la forma de las curvas de la figura 3. Ahora se requiere que las pendientes sean negativas. La figura 4 ilustra la nueva situación. Los resultados son muy diferentes a los obtenidos en tiempo continuo (figura 3). En el caso discreto, las derivadas con signo cierto son

$$\frac{\partial r}{\partial \alpha} < 0; \quad \frac{\partial r}{\partial \beta} < 0; \quad \frac{\partial Y}{\partial \alpha} < 0; \quad \frac{\partial Y}{\partial \beta} < 0; \quad \frac{\partial r}{\partial M} < 0 \quad [69]$$

Al comparar las derivadas agrupadas en [69] con las obtenidas en [39], se observa que sólo la última coincide. En ambos casos (continuo y discreto), el aumento de la cantidad de moneda se traduce en una disminución de la tasa de interés ($\partial r / \partial M < 0$). El signo de las otras cuatro derivadas es opuesto al que se había encontrado en tiempo continuo. Tal y como se advierte en González [1994b], estos resultados contradictorios pueden tener consecuencias nefastas en el campo de la política económica. La decisión de formular un modelo en tiempo continuo o en tiempo discreto es bastante arbitraria; en la mayoría de las situaciones es difícil justificar una u otra alternativa. La arbitrariedad con la que se define un modelo teórico no exime de la responsabilidad por las acciones de política económica que de allí se derivan.

Por último, la solución del sistema en tiempo discreto no resuelve las dudas que se habían presentado en tiempo continuo sobre el signo de las derivadas reunidas en [40]. Dichos signos pueden ser positivos o negativos.

Samuelson, más cerca de Hicks que de la mecánica

Para comprender los fenómenos económicos en términos dinámicos es fundamental delimitar las características del período. Esta premisa hicksiana es, de hecho, aceptada por Samuelson. No obstante el deseo inicial de Samuelson de asimilar la dinámica con las fuerzas de la mecánica, el autor no avanza en esa dirección. Se preocupa, más bien, por estudiar algunas de las formas como la teoría económica puede introducir el tiempo. Al abandonar las reflexiones sobre la dinámica, Samuelson tiende un puente hacia Hicks. Esta aproximación no significa que los dos autores conciban la dinámica de la misma manera. Mientras que Samuelson se concentra en la naturale-

za (continua o discreta) de la función, Hicks analiza las características del período. No se preocupa tanto por definir los requisitos matemáticos que exige la solución del modelo sino que su interés apunta, más bien, a la conceptualización del período como tal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Azariadis, C. 1993. *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, USA.
- Davidson, P. 1978. *Money and the Real World*, McMillan.
- Davidson, P. 1982. *International Money and the Real World*, John Wiley and Sons, New York.
- Davidson, P. 1983. "Economía Post-keynesiana: la solución de la crisis de la teoría económica", Bell, D. y Kristol, I. editores. *La crisis en la teoría económica*, El Cronista, 211-239.
- González, J. 1994a. "Glosas a propósito de la utilidad intertemporal y los precios", *XIV Simposio, Mercado de Capitales*, Asociación Bancaria y de Entidades Financieras, 219-238.
- González, J. 1994b. "El pseudokeynesianismo de Sargent", *Cuadernos de Economía* 21, segundo semestre, 111-142.
- Hicks, J. 1939. *Valor y capital*, Fondo de Cultura Económica, México, 1977.
- Hicks, J. 1973. *Capital y tiempo*, Siglo XXI.
- Hicks, J. 1985. *Métodos de economía dinámica*, Fondo de Cultura Económica.
- Keynes, J. 1936. *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, Fondo de Cultura Económica, México, 1976.
- Leijonhufvud, A. 1968. *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*, Oxford.
- Lindahl, E. 1939. *Studies in the Theory of Money and Capital*, Londres.
- Marshall, A. 1890. *Principles of Economics*, primera edición, McMillan, Londres.
- Minsky, H. 1975. *John Maynard Keynes*, Columbian University Press.
- Minsky, H. 1986. *Stabilizing an Unstable Economy*, Yale University Press.
- Montgomery, M. 1994. "Fully Inarticulate Model Economics: or, does Math Equal Macro?", *Journal of Post-keynesian Economics*, 17, 1, otoño, 45-68.
- Samuelson, P. 1947. *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, edición ampliada, 1983.
- Shackle, G. 1949. *Expectations in Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Shackle, G. 1958. *Time in Economics*, North Holland Publ. Co, Amsterdam.
- Shackle, G. 1961. *Decision, Order and Time*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Shackle, G. 1972. *Epistemics and Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Shackle, G. 1979. "Imagination, Formalism and Choice", Rizzo M. editor. *Time, Uncertainty and Disequilibrium*, Lexington Books, Toronto, 19-31.
- Shackle, G. 1982. "Sir John Hicks, 'IS-LM: an Explanation', a Comment", *Journal of Post Keynesian Economics*, IV, 3, primavera, 445-453.
- Weintraub, R. 1979. *Microfoundations. The Compatibility of Microeconomics and Macroeconomics*, Cambridge University Press.