
EL CRECIMIENTO ENDÓGENO A PARTIR DE LAS EXTERNALIDADES DEL CAPITAL HUMANO

Mario Alberto Gaviria Ríos *

Resumen

Gaviria Ríos, Mario Alberto. "El crecimiento endógeno a partir de las externalidades del capital humano", Cuadernos de Economía, v. XXVI, n. 46, Bogotá, 2007, páginas 51-73.

Partiendo del enfoque de Robert Lucas (1988), este trabajo desarrolla un modelo de crecimiento endógeno que considera dos efectos de la acumulación de capital humano: el primero de orden interno, que mide el impacto sobre la productividad de cada persona y el segundo de orden externo, relacionado con la contribución a la productividad de los demás factores de producción. Para los propósitos del ejercicio, la propuesta de Lucas se complementa con la descomposición del factor tecnológico en dos componentes, uno exógeno y otro endógeno, de acuerdo a las interacciones entre el capital humano y el cambio técnico.

Palabras claves: crecimiento endógeno, capital humano, externalidades.
JEL: 040, 041, 049.

* Magíster en Ciencias Económicas y Especialista en Política Económica. Director General de Investigaciones y profesor asociado de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad Católica Popular del Risaralda (Colombia). E-mail: mgavi@ucpr.edu.co. Este artículo fue recibido el 23 de mayo de 2006 y su publicación aprobada el 9 de abril de 2007.

Abstract

Gaviria Ríos, Mario Alberto. "Endogenous growth from the externalities of human capital", Cuadernos de Economía, v. XXVI, n. 46, Bogota, 2007, pages 51-73.

A model of endogenous growth is developed in this work, based on Robert Lucas's approach (1988), considering two effects regarding accumulating human capital: each person's internal impact on productivity and the external impact regarding their contribution to the other production factors' productivity. Lucas' proposal is complemented by breaking the technological factor down into two components (exogenous and endogenous) according to human capital's interaction with technological change.

Key words: endogenous growth, human capital, externalities. **JEL:** 040, 041, 049.

Résumé

Gaviria Ríos, Mario Alberto. «La croissance endogène à partir des externalités du capital humain», Cuadernos de Economía, v. XXVI, n. 46, Bogota, 2007, pages 51-73.

Considérant l'approche de Robert Lucas (1988), cette étude développe un modèle de croissance endogène qui prend en compte deux effets de l'accumulation de capital humain. Le premier d'ordre interne qui correspond à l'impact sur la productivité de chaque individu et le deuxième d'ordre externe sur la contribution à la productivité des autres facteurs de production. Dans le but de l'exercice, on complète la proposition de Lucas avec la décomposition du facteur technologique en deux composants: l'un exogène et l'autre endogène selon les interactions entre le capital humain et le changement technique.

Mot clés : croissance endogène, capital humain, externalités. **JEL :** 040, 041, 049.

INTRODUCCIÓN

A partir de la segunda mitad de los años 1980 es posible encontrar un caudal de literatura e investigaciones en economía aplicada del crecimiento, que intenta entender y explicar las diferencias entre países, tanto en el crecimiento del producto como en los niveles de vida. La mayor parte de estos trabajos está inspirada en la llamada “nueva” teoría del crecimiento o teoría del crecimiento endógeno. Esta dinámica ha influido, sin duda alguna, en los intereses académicos de los investigadores colombianos.

La mayoría de los autores que han hecho aportes a la literatura teórica del crecimiento endógeno enfatizan que sus modelos son más complementarios que antagónicos al de Solow. La acumulación de capital físico no se descarta como uno de los factores explicativos del crecimiento; por el contrario, es reforzada con la aparición de otras variables y supuestos de comportamiento. Sin embargo, a diferencia de la tradición neoclásica, la nueva literatura considera que el crecimiento es un proceso endógeno al sistema económico y que el cambio tecnológico tiene lugar dentro del proceso de producción, como una respuesta propia de los agentes económicos a las señales de precios.

En general, más allá de las salvedades en la formalización empleada por cada autor, todos los modelos de la “nueva” teoría del crecimiento destacan la presencia de externalidades, originadas en el proceso de cambio tecnológico y resultado de la acumulación de nuevos diseños, producto de los esfuerzos realizados en el sector de investigación y desarrollo; de la mayor disponibilidad y productividad del capital humano; y del aprendizaje informal a nivel de la planta industrial. Las externalidades mencionadas funcionan como un mecanismo endógeno, que acelera el proceso de crecimiento. Asimismo, al impedir la caída de la rentabilidad marginal del

capital y mantener los incentivos de mercado para la acumulación/inversión, evitan la llegada a un estado estacionario como el propuesto en el modelo de Solow¹.

En estos modelos endógenos, la acumulación de capital humano surge, frecuentemente, como una característica esencial del crecimiento y el desarrollo económico. En estudios recientes en torno a los determinantes del crecimiento y de la productividad de la economía, se ha identificado que las inversiones en capital humano contribuyen de manera sustancial y complementaria a los aportes provenientes de la inversión en capital fijo.

En este contexto, el propósito del artículo es desarrollar un modelo de crecimiento endógeno, a partir del trabajo de Lucas (1988) y de las externalidades producidas por la acumulación de capital humano. Ahora bien, dado que Lucas supone que esta forma de capital interactúa con otros factores de producción, no es posible medir cuál es su verdadera contribución al crecimiento sin tomar en cuenta dichas interrelaciones. Atendiendo a esta sugerencia y con base en la idea de las complementariedades factoriales, se estima el aporte del capital humano, asumiendo que su acumulación interactúa con el cambio técnico al momento de determinar la dinámica de crecimiento económico. Este supuesto es coherente con el planteamiento teórico del aprendizaje en el sitio de trabajo como una fuente fundamental de cambio tecnológico.

LA INVESTIGACIÓN EN LA LÍNEA DEL CRECIMIENTO ENDÓGENO

Los nuevos modelos de crecimiento endógeno cuestionan la exogeneidad del cambio tecnológico y el carácter decreciente de los rendimientos marginales de los factores acumulables, como el capital físico y el humano. Algunos de estos modelos consideran un marco de competencia imperfecta, que hace posible remunerar la innovación intencional de los agentes privados y, a su vez, suponen que las externalidades provocadas por dichas innovaciones evitan la convergencia de las tasas de crecimiento de la economía y de la población.

De esta forma, la “nueva” teoría del crecimiento pretende romper con la versión tradicional de los modelos neoclásicos (Solow-Swan), según la

1 Postulando modificaciones en la función de producción neoclásica, estos modelos consiguen generar equilibrios de largo plazo donde el producto per cápita de la economía crece en forma sostenida, sin necesidad de suponer un cambio exógeno en la tecnología.

cual, las tasas de crecimiento del producto y de la población se igualan en el estado estacionario. De la misma manera, busca endogenizar el cambio técnico, atando su evolución a una variable stock como lo es el capital físico.

En el artículo que dió origen a la literatura del crecimiento endógeno, Paul Romer (1986) eliminó la tendencia de los rendimientos decrecientes del capital, al suponer que el conocimiento era obtenido como un subproducto de la inversión en capital físico. Este fenómeno es conocido como aprendizaje por la práctica (*learning by doing*) y fue planteado, inicialmente en los años 1960, por teóricos como Arrow y Levhari, quienes afirmaron que el progreso técnico presentaba un comportamiento endógeno, dados los efectos que tienen sobre el mismo: un mejor conocimiento de los hechos y el aprendizaje.

En concordancia con los planteamientos originales de Arrow, Romer afirma que si una empresa aumenta su stock de capital físico a través de la inversión, no incrementa solamente su propia producción sino también la de las empresas que la rodean, dado que los conocimientos adquiridos por la organización que realiza la inversión pueden ser utilizados por las demás. En otras palabras, el rendimiento óptimo social del capital físico es mayor que el rendimiento privado, por lo cual, el aumento en el stock de este factor genera externalidades que hacen posible el crecimiento de la economía.

Sin embargo, la existencia de externalidades producto de un incremento en el capital físico, como las propuestas por Romer, pueden exigir condiciones que no son plenamente validadas por los datos (Sala-i-Martin 1999). Para mostrar esto se parte de una función de producción que refleja las externalidades que se describieron (ecuación 1).

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \kappa_t^\eta \quad [1]$$

Donde Y representa el producto de la economía, A es la tecnología, K es el stock de capital físico, L es el trabajo agregado y κ^η constituye la externalidad, siendo η un indicador de su importancia.

Romer considera a κ como el capital agregado de la economía, $\kappa = K$, dado que la inversión de cualquier empresa ayuda a mantener el stock de experiencia o conocimiento de todas las demás. Por su parte, Lucas (1988) asume como el capital por persona, $\kappa = \frac{K}{L} = \kappa$ y no como capital agregado.

L

Siguiendo a Lucas, la función de producción per cápita (y) y la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita (k) quedarán expresadas en las ecuaciones 1a y 1b en forma respectiva²:

$$y = Ak^{\alpha + \eta} \quad [1a]$$

$$\frac{\overset{o}{k}}{k} = sAk^{\alpha + \eta - 1} - (\delta_k + n) \quad [1b]$$

De esta manera, el comportamiento de la economía dependerá de si $\alpha + \eta$ es mayor, menor o igual que uno (1). Cuando esta suma es menor que uno, la economía se comporta igual que la considerada en el modelo Solow-Swan; cuando es mayor que uno el resultado es de escaso interés empírico, dado que la economía tiende a presentar aumentos infinitos en su tasa de crecimiento o se aproxima a la extinción.

De otra parte, si dicha suma es igual a uno, la función de producción de Romer se transforma en una función de tecnología AK. Sin embargo, para que esto ocurra, la externalidad debe tener un tamaño $\eta = 1 - \alpha$; es decir, debe ser igual a la participación del trabajo en el producto de la economía, lo cual se considera poco razonable (Sala-i-Martin 1999, 60).

Siguiendo a Romer, la función de producción per cápita y la tasa de crecimiento del stock de capital per cápita serán:

$$y = Ak^{\alpha + \eta} L^\eta \quad [1c]$$

$$\frac{\overset{o}{k}}{k} = sAk^{\alpha + \eta - 1} L^\eta - (\delta_k + n) \quad [1d]$$

Así, la tasa de crecimiento del capital per cápita y , en consecuencia, el crecimiento del producto per cápita estarán positivamente relacionados con el tamaño de la población económicamente activa, predicción que se conoce como "efecto de escala" (Barro y Sala-i-Martin 1995); sin embargo, este hecho no parece estar respaldado por los datos.

2 Suponiendo una tasa de ahorro constante (s), una tasa de depreciación del capital (δ_k) y una tasa de crecimiento de la población (n). En adelante, $\frac{\partial Z}{\partial t} = \overset{o}{Z}$.

En general, el trabajo de los teóricos del crecimiento endógeno ha estado influenciado por el deseo de los economistas neoclásicos de conservar la teoría de la distribución a partir de las productividades marginales en un contexto de competencia perfecta, lo cual exige suponer que los agentes se comportan como si existiese rendimientos constantes de escala; de otra forma, no se cumplirían las condiciones de segundo orden en la optimización dinámica y las reglas de distribución de la productividad marginal no tendrían sentido. Lo anterior se ha reflejado en un trabajo empírico enfocado en la ampliación del modelo básico Solow-Swan incluyendo otro factor de producción, el capital humano, que podría explicar los cambios en la eficiencia y en la tasa de progreso técnico.

Mankiw, Romer y Weil (1992) toman como punto de partida el hecho de que la evidencia empírica sobre la hipótesis de convergencia sugiere que el modelo neoclásico es consistente con los datos estadísticos, si la participación del capital en el producto se acerca a 0,7 o a 0,8. De esta manera, concluyen que es necesario considerar el capital en un sentido más amplio y no limitarlo a formas físicas. Las estimaciones sobre la participación de este factor en los países industrializados muestran que ella está más próxima a 0,3.

El modelo propuesto por estos autores incluye, entonces, tres factores de producción (Y): capital (K), trabajo en el sentido convencional (L) y capital humano (h), en una tecnología Cobb-Douglas (ecuación 2).

$$Y_t = B_t K_t^\varepsilon h_t^\eta L_t^{1-\varepsilon-\eta} \tag{2}$$

Donde ε , η y $1-\varepsilon-\eta$ corresponden en forma respectiva a las elasticidades del producto al capital físico, al capital humano y al trabajo. Siempre que $0 < \varepsilon$, $\eta < 1$, la función cumple con las condiciones planteadas en el modelo de crecimiento neoclásico, es decir, presenta rendimientos constantes a escala y una productividad marginal positiva, pero decreciente en los factores.

Mankiw, Romer y Weil supusieron, igualmente, que tanto el capital físico como el humano se pueden acumular destinando una parte del producto para ello. Al igual que en el modelo Solow-Swan, esa fracción de producto que se ahorra (s) y se invierte en capital se determina de manera exógena. En consecuencia, el capital en sentido amplio crece de la manera expresada en la ecuación 2a.

$$\overset{0}{K} + \overset{0}{h} = sY - \delta_K K - \delta_h h$$

$$\overset{0}{K} + \overset{0}{h} = s(BK^\varepsilon h^\eta L^{1-\varepsilon-\eta}) - \delta_k K - \delta_h h \quad [2a]$$

En esta ecuación d_k y d_h son las tasas de depreciación del capital físico y humano, respectivamente. Se debe tener en cuenta que cuando las empresas maximizan, compiten por capital físico y humano hasta que el producto marginal de ambos se iguala de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial Y}{\partial h}$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon \frac{1}{K} = \eta \frac{1}{h}$$

Que es equivalente a:

$$h = \frac{\eta}{\varepsilon} K \quad [2b]$$

La ecuación 2b indica que en todo momento, la cantidad de capital humano tiende a ser proporcional a la del capital físico. Si se sustituye la ecuación 2b en 2 se obtendrá una función de producción similar al modelo neoclásico básico (ecuación 2c), es decir, que el modelo Solow-Swan ampliado para incorporar el capital humano es solo una manera de argumentar que la participación del capital relevante ($\alpha = \varepsilon + \eta$) es mayor que la del capital físico. En otros términos, el procedimiento utilizado por Mankiw y sus colegas es una forma de sustentar que la participación del capital relevante está más próxima a 0,8 que a 0,3.

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad [2c]$$

Con:

$$\alpha = \varepsilon + \eta$$

$$A = B \left(\frac{\eta}{\varepsilon} \right)^\eta$$

En contraste con lo anterior y a partir del trabajo pionero de Paul Romer, es posible identificar distintos enfoques de investigación en la línea de crecimiento endógeno, los cuales abandonan la perspectiva de los rendimientos constantes de escala, pero no resultan excluyentes. De una parte, algunos trabajos plantean la presencia de un sector de Investigación y Desarrollo que constituye la fuente del proceso de innovación y, por tanto, es el origen del incremento en la productividad total (Romer 1991, Grossman y Helpman 1995). De otra parte, otros estudios hacen énfasis

en la acumulación de factores que al generar efectos derrame en la producción, compensan los rendimientos marginales decrecientes en el capital físico (Romer 1986, Lucas 1988, Young 1991).

EL CRECIMIENTO ENDÓGENO A PARTIR DE LAS EXTERNALIDADES DEL CAPITAL HUMANO

En los modelos que involucran las externalidades por acumulación de factores, el cambio en la productividad total de los mismos no se produce por efecto de la innovación en sentido estricto³. En ellos, la experiencia y el aprendizaje, la transferencia de conocimientos por la incorporación de capital físico y/o la educación formal son motivos suficientes para generar derrames que desencadenan un proceso de crecimiento sostenido de la economía.

Entre estos modelos resulta interesante el trabajo de Lucas (1988), en el cual se plantea la existencia de externalidades a partir de la acumulación de capital humano, las mismas que refuerzan la productividad del capital físico y hacen crecer la economía en forma sostenida. Dicha acumulación puede darse de dos formas: como resultado de un proceso de aprendizaje en la firma (*learning by doing*) o como el producto de la educación formal de la persona.

Lucas comienza por considerar un motor de crecimiento alternativo o al menos complementario al cambio tecnológico, como lo es el capital humano, llegando así a desarrollar dos modelos. El primero, hace énfasis en la acumulación de capital humano a través de la escuela, y el segundo, se centra en la especialización que se adquiere a través del aprendizaje. Para los fines de este trabajo se recurre al primero de ellos.

En esta versión se asume que el capital humano de una persona equivale a su nivel de calificación⁴ y se representa como h . Si se define L como el

3 De hecho, estos modelos asumen el nivel de tecnología como dado, en tanto que es una condición necesaria para conservar las condiciones de competencia perfecta. En modelos como el de Romer (1991), donde el crecimiento autosostenido es el resultado de actividades deliberadas de Investigación y Desarrollo, es necesario suponer competencia monopólica.

4 En los años 1950 los economistas de la escuela de Chicago introdujeron el concepto de capital humano para describir el hecho de que el cuerpo humano podía aumentar su capacidad productiva a través de la realización de inversiones. Se considera que para mejorar la productividad de las personas con niveles bajos de ingreso, la mejor inversión

número total de trabajadores y $L(h)$ como los trabajadores con nivel de calificación h , donde h varía en un rango de cero (0) a infinito (∞), entonces:

$$L = \int_0^{\infty} L(h) dh$$

Si los trabajadores con nivel de calificación h dedican la fracción $u(h)$ de su tiempo de no ocio a la producción de bienes y servicios y el resto $(1 - u(h))$ a la acumulación de capital humano, la fuerza de trabajo efectivamente utilizada en la producción de bienes y servicios (L^e) se define como:

$$L^e = \int_0^{\infty} u(h) L(h) h dh$$

Lucas considera dos efectos del capital humano: un efecto interno, que corresponde al impacto que su acumulación tiene sobre la productividad de la persona; y un efecto externo, relacionado con su contribución a la productividad de los demás factores de producción. Ese efecto externo se define como el nivel promedio de calificación de la fuerza de trabajo (h_a) o capital humano:

$$h_a = \frac{\int_0^{\infty} hL(h) dh}{\int_0^{\infty} L(h) dh}$$

Ahora bien, si todos los trabajadores poseen el mismo nivel de calificación h y asignan una proporción igual de su tiempo (u) a la producción de bienes y servicios, entonces, la fuerza de trabajo efectivamente utilizada es $L^e = u h L$ y el nivel promedio de calificación h_a es igual a h . Sin embargo, y siguiendo a Lucas, se mantiene la notación h_a para enfatizar en la distinción entre los efectos internos y externos. De este modo, teniendo en cuenta las externalidades del capital humano, Lucas plantea la siguiente función de producción con rendimientos crecientes para el conjunto de factores rivales y no rivales, pero constantes respecto a los factores rivales K , L y el efecto interno de la acumulación de capital humano (ecuación 3).

$$Y_t = A_t K_t^\alpha [u_t h_t L_t]^{1-\alpha} h_{a_t}^\Psi \quad [3]$$

Con $0 < \alpha, \Psi < 1$

es aquella destinada a salud y a nutrición. A medida que el ingreso per cápita crece, la inversión más importante es la educación. En cualquier caso, en el artículo se hace énfasis en la educación como forma de acumulación de capital humano.

En esa función el término h_{at}^Ψ intenta capturar los efectos externos del capital humano y el cambio técnico se supone neutral en el sentido de Hicks.

Muchos economistas han asociado el origen del factor “A” con el efecto del avance en el conocimiento. Otros ven en él la representación de las mejoras en la productividad debido a: la presencia de externalidades productivas, la explotación de economías de escala, el aprendizaje por la práctica y el desbordamiento del conocimiento (Uribe 1993). Este concepto amplio de cambio técnico, es posible asociarlo con el capital humano a través de relaciones de complementariedad. Como lo proponen las teorías del capital humano y del crecimiento endógeno, el nivel de educación de la población define, en gran medida, el ritmo al cual una economía puede explotar las posibilidades del avance tecnológico. Igualmente, el progreso técnico afecta la demanda por educación y la contribución de ésta sobre el crecimiento económico.

A partir de lo anterior, es posible descomponer el factor tecnológico (A) en dos partes, una exógena y otra endógena, esta última dependiendo de las interacciones que se presentan entre el capital humano y el cambio técnico. De esta forma, se establece una diferencia con el modelo original de Lucas, al combinarse acumulación de capital humano como fruto de un proceso de aprendizaje y como producto de la educación formal de la persona. Sin embargo, como se verá más adelante, el modelo propuesto se comporta en el largo plazo de modo similar al planteado originalmente por Lucas.

De manera concreta, en la ecuación 4 se define el factor A considerando una forma específica de interacción entre el capital humano y el cambio técnico (X) similar a la utilizada en trabajos previos por Uribe (1993) y Posada (1993).

$$A_t = [X_t h_t]^\lambda \tag{4}$$

Con $0 < \lambda < 1$

Si se reemplaza 4 en 3, se obtiene:

$$Y_t = [X_t h_t]^\lambda K_t^\alpha [u_t h_t L_t]^{1-\alpha} h_{at}^\Psi$$

$$Y_t = X_t^\lambda K_t^\alpha [u_t L_t]^{1-\alpha} h_t^{1-\alpha+\lambda} h_{at}^\Psi \tag{5}$$

Al igual que en el modelo AK propuesto, inicialmente, por Sergio Rebelo en la nueva literatura sobre el crecimiento endógeno, el modelo de Lucas considera que el capital humano es susceptible de ser acumulado; sin embargo, la diferencia se encuentra en observar que el capital físico y el humano son bienes distintos, producidos con tecnologías distintas. De esta forma, la función de producción anterior está sustentada en un modelo de dos sectores con crecimiento endógeno, en uno de ellos, la producción final se obtiene combinando una serie de factores entre los que se cuenta el capital físico y el humano. El producto final puede ser consumido (C) o transformado en capital físico, por lo cual, es posible representar la función de acumulación de la economía como aparece en la ecuación 6.

$$\dot{K}_t = X_t^\lambda K_t^\alpha [u_t L_t]^{-\alpha} h_t^{1-\alpha+\lambda} h_{at}^\Psi - C_t - \delta_k K_t \quad [6]$$

En el otro sector, la producción y acumulación de capital humano de la economía ($H = h \cdot L$, dado que se supone que todos los trabajadores tienen el mismo nivel de calificación) son realizadas a partir de capital humano⁵ (ecuación 7):

$$\dot{H}_t = \phi H_t (1 - u_t) - \delta_h H_t \quad [7]$$

Donde $\Phi > 0$ es un parámetro tecnológico.

EL COMPORTAMIENTO DE LA ECONOMÍA EN EL LARGO PLAZO

Para evaluar el comportamiento de largo plazo de la economía representada en el modelo de crecimiento adoptado, se parte de la función de producción con rendimientos crecientes, para el conjunto de factores rivales y no rivales, contenida en la ecuación 5. Con el fin de simplificar la presentación, a partir de ahora se suprimirán los subíndices temporales (t) y se tendrá en cuenta que $h = h_a$. Dividiendo 5 por “ L ” se obtiene el producto en términos per cápita (ecuación 8).

$$y = X^\lambda k^\alpha u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} \quad [8]$$

Para obtener las ecuaciones de acumulación de capital físico y humano per cápita, se calculan las derivadas con respecto al tiempo a $h = H/L$ y k

5 En la economía laboral se supone que la educación es más intensiva en capital humano. Lucas lleva esta condición al extremo y supone que en el proceso educativo, únicamente, se utiliza capital humano como insumo.

= K/L y se reemplazan en ellas las ecuaciones 6 y 7 después de haberlas dividido por L . Como resultado se obtienen las dinámicas de acumulación en términos per cápita del capital físico (ecuación 9) y humano (ecuación 10).

$$\dot{k} = X^\lambda k^\alpha u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} - c - (n + \delta_k)k \quad [9]$$

$$\dot{h} = \phi h (1 - u) - (n + \delta_h)h \quad [10]$$

Suponiendo inicialmente la existencia de un planificador central en la economía, el problema consiste en elegir una trayectoria temporal de consumo individual (c) y la fracción de tiempo que los integrantes de la misma dedicarán a la actividad productiva (u) y a la acumulación de capital humano ($1-u$), con el propósito de maximizar la función de utilidad intertemporal (U), sujeto a las restricciones que imponen las ecuaciones 9 y 10, y teniendo en cuenta todos los efectos (internos y externos) que se presentan en la economía.

$$U = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

Donde ρ : tasa de descuento y $0 < \rho < 1$.

θ : coeficiente de aversión relativa al riesgo y $0 < \theta < 1$.

n : tasa de crecimiento de la población, la cual se asume igual a la de la población trabajadora.

De esta forma, se tiene dos restricciones dinámicas y dos variables de control (c y u), por lo cual, al construir el Hamiltoniano se debe incluir dos precios implícitos, V y M , para la inversión en capital físico y humano respectivamente:

$$H(\cdot) = \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) e^{-(\rho-n)t} + V [X^\lambda k^\alpha u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} - c - (n + \delta_k)k] + M [\phi h(1 - u) - (n + \delta_h)h]$$

En este modelo, además de dos variables de control, se tienen dos variables de estado, k y h . Por lo tanto, hallando las condiciones de primer orden y haciendo algunas transformaciones bajo el supuesto que $\delta_k = \delta_h = \delta$, se obtiene la tasa de crecimiento del consumo per cápita (Γ_c) (ecuación 11).

$$\frac{\overset{0}{c}}{c} = \Gamma_c = \frac{1}{\theta} \left[\alpha X^\lambda k^{\alpha-1} u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} - \delta - \rho \right] \quad [11]$$

Dividiendo la ecuación 9 por k se obtiene la tasa de crecimiento para el capital físico per cápita (Γ_k) (ecuación 12).

$$\frac{\overset{0}{k}}{k} = \Gamma_k = X^\lambda k^{\alpha-1} u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} - \frac{c}{k} - (n + \delta) \quad [12]$$

Reorganizando 11 se obtiene:

$$(\theta \Gamma_c + \delta + \rho) \frac{1}{\alpha} = X^\lambda k^{\alpha-1} u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\lambda+\Psi} \quad [13]$$

Reemplazando este resultado en 12 y despejando c/k :

$$- \frac{c}{k} = \Gamma_k + n + \delta - (\theta \Gamma_c + \delta + \rho) \frac{1}{\alpha}$$

En estado estacionario todas las variables crecen a una tasa constante, es decir, $\Gamma_k = \Gamma_k^*$ y $\Gamma_c = \Gamma_c^*$ de estado estacionario son constantes, al igual que n , δ , θ , ρ , α .

Por lo tanto:

$$- \frac{c^*}{k} = Z, \text{ siendo } Z \text{ una constante.}$$

Si se toman logaritmos y se deriva con respecto al tiempo:

$$- \frac{\overset{0}{c^*}}{c^*} + \frac{\overset{0}{k^*}}{k^*} = 0$$

En consecuencia:

$$\Gamma_c^* = \Gamma_k^* = \Gamma^*$$

Retomando la igualdad 13, a la cual se aplican logaritmos y se deriva con respecto al tiempo, se obtiene para el estado estacionario:

$$0 = \lambda x + (\alpha - 1) \frac{\overset{0}{k^*}}{k^*} + (1 - \alpha + \lambda + \Psi) \frac{\overset{0}{h^*}}{h^*} \quad [14]$$

Para calcular 14 se consideró que el lado izquierdo de 13 es una constante en estado estacionario; la tasa de crecimiento de u debe ser cero, dado que es una fracción que debe permanecer acotada entre cero y uno; y el cambio técnico crece a una tasa exógena x .

A continuación, se aplican logaritmos a la ecuación 8 (producto per cápita), $\frac{0}{k^*}$, se deriva con respecto al tiempo y se adiciona y resta al lado derecho $\frac{0}{k^*}$, obteniéndose:

$$\frac{0}{y^*} = \lambda x + (\alpha - 1) \frac{0}{k^*} + (1 - \alpha + \lambda + \Psi) \frac{0}{h^*} + \frac{0}{k^*} \quad [15]$$

Reemplazando 14 en 15:

$$\frac{0}{y^*} = \Gamma_y^* = \frac{0}{k^*}$$

Reorganizando la ecuación 14 se puede establecer:

$$\frac{0}{k^*} = \frac{(1 - \alpha + \lambda + \Psi)}{(1 - \alpha)} \frac{0}{h^*} + \frac{\lambda}{(1 - \alpha)} x \quad [16]$$

Es decir, si existen externalidades del capital humano e interacciones entre dicho capital y el cambio técnico ($\Psi > 0, \lambda > 0$), en estado estacionario la tasa de crecimiento del capital físico es mayor que la tasa de crecimiento del capital humano, resultado que coincide con el obtenido por Lucas (1988) en su modelo original.

Ahora bien, la tarea es encontrar la tasa de crecimiento del capital humano en estado estacionario. Ella se obtiene a partir de la condición de primer orden que iguala a cero (0) la derivada del Hamiltoniano con respecto a la variable de control u . A través de una serie de transformaciones aplicadas a la derivada se obtiene la tasa de crecimiento del capital humano (ecuación 17).

$$\frac{0}{h^*} = \Gamma_h^* = \frac{[\phi u(\lambda + \Psi) + (1 - \alpha)(\phi - n - \delta) + n - \rho](1 - \alpha)}{\theta(1 - \alpha + \lambda + \Psi) - \lambda - \Psi} + \left[\frac{\lambda(1 - \theta)}{\theta(1 - \alpha + \lambda + \Psi) - \lambda - \Psi} \right] x \quad [17]$$

Dicha tasa de crecimiento es una constante que depende, entre otras variables, de la dinámica presentada por el cambio técnico y de las externalidades producto de la acumulación de capital humano. De otra parte, si se sustituye 17 en 16 se encontrará que la tasa de crecimiento del capital físico per cápita es constante y, en consecuencia, también lo son la del consumo y la del producto per cápita.

Finalmente, para determinar la fracción de capital humano utilizada en la actividad productiva (u), se divide la ecuación de acumulación del capital humano per cápita por h y se despeja u , siendo esta fracción en estado estacionario:

$$\frac{\dot{h}^0}{h} = \Gamma_h = \phi (1 - u) - n - \delta$$

$$u^* = 1 - \frac{(\Gamma_h^* + n + \delta)}{\phi} \quad [18]$$

En este contexto, la solución del mercado está construida a partir del supuesto que para todos los integrantes de la economía el problema es similar al del planificador: elegir una trayectoria temporal de consumo individual (c) y la fracción de tiempo que dedicarán a la actividad productiva (u) y a la acumulación de capital humano ($1-u$); con el propósito de maximizar la función de utilidad intertemporal (U), sujeta a las restricciones que imponen las ecuaciones de acumulación del capital físico y humano en términos per cápita. Sin embargo, la diferencia radica en que los individuos, en tanto que agentes privados, asumen los términos h^λ y h_a^ψ como dados, llegando a considerar sólo los efectos internos del capital humano. De esta forma, al resolver el Hamiltoniano, la única modificación es el signo negativo de la derivada con respecto al capital humano en la condición de primer orden.

Solucionando el nuevo sistema de ecuaciones se obtienen las tasas de crecimiento del capital físico per cápita y del capital humano (ecuaciones 19 y 20 respectivamente).

$$\frac{\dot{k}^0}{k^*} = \frac{h^0}{h^*} + \frac{\lambda x}{(1 - \alpha)} \quad [19]$$

$$\frac{\dot{h}^0}{h^*} = \Gamma_h^* = \frac{\phi - \rho - \delta}{\theta} + \left[\frac{\lambda (1 - \theta)}{\theta (1 - \alpha)} \right] x \quad [20]$$

Esta última tasa sigue siendo una constante que depende, entre otras, de la dinámica del cambio técnico. Sin embargo, la tasa de crecimiento del capital humano que se obtiene a partir del mercado (ecuación 20) resulta menor que la tasa que se obtiene con la intervención de un planificador (ecuación 17). En el primer componente del lado derecho de la ecuación 20, el denominador es mayor, dado que el parámetro θ se multiplica por la unidad (mientras que $1-a + \lambda + \psi < 1$) y no se resta $\lambda + \psi$; de igual forma, al numerador no se adiciona la cantidad positiva $\Phi_u (\lambda + \psi)$. En relación con el segundo componente del lado derecho de 20, el denominador también es mayor, dado que aunque no se agrega $\theta(\lambda + \psi)$, tampoco se resta $\lambda + \psi$ y sabiendo que θ está entre cero y uno, entonces $\theta(\lambda + \psi) < \lambda + \psi$.

En la medida en que la tasa de crecimiento del capital humano resulta menor en la solución de mercado, también lo serán la tasa de crecimiento del capital físico, del consumo y del producto en términos per cápita, según las ecuaciones 11, 12, 15 y 19. Es decir, la solución de mercado no es un óptimo de Pareto, dado que las personas no internalizan las externalidades generadas por el capital humano e invierten menos del óptimo en educación, por lo tanto, se hace necesaria la intervención de un planificador⁶.

EL COMPORTAMIENTO DE LA ECONOMÍA EN UN ESCENARIO BÁSICO

En este segmento se presenta un ejercicio numérico en el cual se reproducen situaciones de estado estacionario, empleando el modelo desarrollado. Los criterios para definir los parámetros a partir de los cuales se realiza la simulación son convencionales, en tanto se hace uso de resultados econométricos –de otros trabajos– para la economía colombiana y, en algunos casos, de otra información reportada en la literatura internacional.

En GRECO (2002) se presenta un conjunto de referencias que plantean una elasticidad del producto al capital físico cercana a 0,3, lo cual no se aleja de los resultados obtenidos en el ámbito nacional, en estudios como los de González *et al.* (1999) y Sánchez *et al.* (1996), por tanto, para el ejercicio propuesto se asume dicho valor.

6 En el modelo de crecimiento endógeno con tres sectores desarrollado por Benavides y Forero (2002) se concluye que para alcanzar el crecimiento sostenido es necesario, entre otras cosas, un subsidio a la educación que modifique la tasa interna de retorno del capital humano.

En cuanto a la tasa media anual de crecimiento del cambio técnico (x), se toma el valor de 1,5% anual sugerido en Posada y Gómez (2002). En igual sentido, se asume una tasa anual de aumento de la fuerza laboral del 2,2% puesto que, como lo advierten los autores, aunque la tasa de crecimiento de la población económicamente activa en Colombia fue del 3,3% entre 1976 y 1996, la correspondiente a la población fue de 2,2% en el mismo período y en estado estacionario dichas tasas tienden a igualarse.

La elasticidad del producto al cambio técnico (λ) es tomada de estimaciones hechas por Gaviria (2005), donde su valor fue calculado a partir del comportamiento de las variables de comercio exterior. De igual forma, el efecto externo del capital humano (Ψ) se definió a partir de los resultados de Gaviria (2005) y González *et al.* (1999).

La tasa de depreciación del capital (δ) se obtiene de Posada y Gómez (2002) quienes la estimaron a partir de la metodología desarrollada por Arnold Harberger en los años 1960. Finalmente, ante la falta de referentes para el caso colombiano, se asumen los valores sugeridos por Lucas (1988) para el parámetro tecnológico de la ecuación de producción y acumulación de capital humano, y para la fracción de tiempo que los integrantes de la economía dedican a la actividad productiva. En el Cuadro 1 se resumen los valores de los parámetros con los cuales se realiza el ejercicio, incluyendo los supuestos para la función de utilidad.

CUADRO 1
PARÁMETROS DEL ESCENARIO BÁSICO

Elasticidades del producto		Parámetros de las funciones de utilidad y acumulación de capital humano		Tasas de crecimiento		Tasas de depreciación	
α	0,300	ρ	0,02	n	0,022	δ	0,03008
λ	0,063	θ	0,80	x	0,015		
ψ	0,270	Φ	0,05				
		u	0,82				

Fuente: Gaviria (2005), GRECO (2002), González *et al.* (1999), Lucas (1988), Posada y Gómez (2002), Sánchez *et al.* (1996).

El propósito es calcular, según el modelo propuesto y empleando estos parámetros, las tasas de crecimiento en estado estacionario del capital humano, del capital físico y del producto per cápita, tanto en la solución centralizada como en la de mercado. Los resultados de esa operación se resumen en el Cuadro 2.

CUADRO 2
TASAS DE CRECIMIENTO EN EL ESTADO ESTACIONARIO

	$\frac{0}{h/h}$	$\frac{0}{k/k}$	$\frac{0}{y/y}$
Solución centralizada (planeador central)	0,02100	0,0320	0,0320
Solución del mercado	0,00007	0,0014	0,0014

Fuente: cálculos propios.

Estos valores corresponden ampliamente a lo planteado hasta ahora, en la medida en que las personas no logran internalizar las externalidades generadas con sus decisiones de inversión en capital humano, la tasa de acumulación de dicho capital resulta menor en la solución del mercado y, por tanto, lo es también la tasa de crecimiento per cápita de la economía.

En la solución centralizada y para una economía con las características descritas por los parámetros del escenario básico, el modelo predice un crecimiento per cápita de estado estacionario del 3,2%; comportamiento cercano al observado por una economía como la colombiana en el decenio de los setenta, período en el cual se presentó la mayor dinámica de crecimiento del último medio siglo.

El desempeño económico referido coincidió con un momento histórico en el cual los gobiernos de los países de América Latina convirtieron en temas centrales de su agenda educativa, el alfabetismo y la educación básica. Esto condujo a una expansión de la matrícula primaria –alcanzando los niveles máximos registrados– y al inicio de una dinámica ascendente de la inscripción en educación secundaria (Sarmiento y Caro 1997).

De esta forma, la existencia de un planificador central que tenga en cuenta las externalidades producidas por acumulación de capital humano a través de la educación, favorece su inversión y su crecimiento a una tasa cercana al 2%, lo cual promueve un crecimiento económico per cápita del 3,2%, es decir, en cerca de 22 años el producto per cápita de la economía podría verse duplicado.

Asimismo, el ejercicio numérico propuesto sirve para advertir sobre lo inconveniente de una profundización en los procesos de privatización de la educación en una economía como la colombiana. En la solución de mercado –que resulta una condición extrema de privatización–, la acumulación de capital humano cae de manera sensible y las tasas de crecimiento de

esta forma de capital y del producto per cápita de la economía resultan inferiores al 1%; en consecuencia, la economía requerirá de un tiempo 22 veces mayor –al exigido si existiesen decisiones centralizadas para la inversión en capital humano– para duplicar su ingreso per cápita.

CONCLUSIONES

El hilo conductor del artículo es la relación entre acumulación de capital humano y crecimiento económico. Aunque la teoría reconoce la importancia de la acumulación de capital humano en la explicación del crecimiento económico, la evidencia empírica nacional e internacional resulta poco robusta (Gaviria 2005). Ello se puede explicar por las complementariedades factoriales, las cuales suponen una interacción entre la acumulación de capital humano y el cambio técnico al momento de determinar la dinámica del crecimiento económico, de manera que no es posible medir cuál es su verdadera contribución sin considerar dicha interrelación.

Según el enfoque de las complementariedades factoriales, para evaluar la incidencia del capital humano sobre el crecimiento económico es necesario considerar su dinámica de acumulación y sus condiciones de demanda, es decir, su interacción con el cambio técnico, el cual no es directamente observable, pero puede ser aproximado a partir de otras variables.

Aunque algunas versiones ampliadas del modelo básico neoclásico incluyen el capital humano como otro factor de producción que puede ayudar a explicar los cambios en la eficiencia y la tasa de progreso técnico, son los modelos de crecimiento endógeno los que permiten incorporar las interacciones señaladas. En concreto, el modelo de Lucas (1998) permite considerar, además de las interacciones entre capital humano y cambio técnico, la existencia de externalidades a partir de la acumulación de esta forma de capital.

Siguiendo a Lucas, en el trabajo se desarrolla un modelo que considera dos efectos de la acumulación de capital humano. Un efecto interno que corresponde al impacto sobre la productividad de cada persona y un efecto externo relacionado con su contribución a la productividad de los demás factores de producción. Para los propósitos del estudio, esta propuesta se complementa con la descomposición del factor tecnológico “A” en un componente exógeno y otro endógeno, este último dependiendo de las interacciones entre el capital humano y el cambio técnico.

En el largo plazo, el modelo propuesto se comporta de manera similar al planteado por Lucas. En el estado estacionario las variables per cápita crecen a una tasa constante, pero diferente de cero y la solución de mercado no es un óptimo de Pareto, dado que las personas no internalizan las externalidades generadas por el capital humano y terminan invirtiendo menos del óptimo en educación, de manera que el crecimiento per cápita de todas las variables resulta menor. De igual forma, al existir externalidades del capital humano e interacciones con el cambio técnico que le brindan un carácter endógeno, en estado estacionario, la tasa de crecimiento del capital físico es mayor que la tasa de acumulación del capital humano.

De esta manera, la existencia de externalidades productivas del capital humano advierte sobre la inconveniencia de profundizar en la privatización de la educación⁷ y de otras formas de acumulación de dicho capital, como la salud. Las personas proporcionan la mayor parte de recursos para la inversión en capital humano, en tanto, contribuyen con tiempo y flujos financieros. Como inversionista, la persona es una maximizadora de beneficios⁸ y al actuar con algún nivel de racionalidad, invertirá en su propio capital humano mientras el valor presente neto de esa decisión sea positivo. Sin embargo, las economías externas que produce su decisión no son consideradas en el análisis, dado que no hay ningún mecanismo de mercado que le permita apropiárselas; de esta forma, termina invirtiendo menos de lo que es socialmente deseable.

En otras palabras, el capital humano posee algunas de las características de un bien público puro, en cuanto no hay rivalidad ni exclusividad en el disfrute de los beneficios de los efectos externos del capital humano sobre los demás factores de la producción. Por tanto, las preferencias individuales no serán plenamente reveladas en el mercado y las decisiones privadas de inversión conducirán a una destinación no óptima de recursos para acumulación de capital humano. En este sentido, para obtener la cantidad deseada de inversión, la sociedad debe modificar los incentivos dados a quienes han de tomar las decisiones.

7 Como referencia, en el año 2000 37,5% de los matriculados en primaria, secundaria o superior asistían a planteles privados (Posada y Gómez 2002). En la educación superior la oferta privada muestra una tendencia creciente; mientras que en los años sesenta representaba el 41%, en la actualidad alcanza el 67%. Además, el apoyo público desde la demanda ha sido discreto; en 2000 solo el 6% de la población matriculada accedió a financiación con recursos del ICETEX (DNP 2003).

8 Eso no significa que las personas solo traten de maximizar el valor presente neto de su inversión monetaria, dado que existen otros motivos que estimulan esa inversión como el logro, el crecimiento personal, la capacidad para interactuar en la sociedad, entre otras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barro, Robert y Xavier Sala-i-Martin (1995) *Economic Growth*, Nueva York, McGraw Hill.
- Benavides, Óscar y Clemente Forero (2002) “Crecimiento endógeno: conocimiento y patentes”, *Revista de Economía Institucional*, 4(6): 109-131.
- DNP. Departamento Nacional de Planeación (2003) *Hacia un Estado Comunitario, Plan Nacional de Desarrollo 2002-2006*, Bogotá, DNP.
- Gaviria Ríos, Mario Alberto (2005) “Comercio exterior, capital humano y crecimiento económico en Colombia”, Tesis de Maestría en Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.
- González, Francisco, Carolina Guzmán y Ángela Pachón (1999) “Productividad y retornos sociales del capital humano: microfundamentos y evidencia para Colombia”, *Revista Planeación y Desarrollo*, XXX(1), enero-marzo.
- GRECO. Grupo de Estudios del Crecimiento Económico (2002) *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*, Bogotá, Banco de la República, Fondo de Cultura Económica.
- Grossman, Gene y Elhanan Helpman (1995) “Technology and trade”, en Gene Grossman y Kenneth Rogoff, *Handbook of International Economics*, vol. III. Elsevier.
- Lucas, Robert E. Jr (1988) “On the mechanics of development planning”, *Journal of Monetary Economics*, 22(1), julio.
- Mankiw, Gregory, David Romer y David Weil (1992) “A contribution to the empirics of economic growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 107(mayo).
- Posada, Carlos Esteban (1993) “Crecimiento económico, ‘capital humano’ y educación: la teoría y el caso colombiano posterior a 1945”, *Revista Planeación y Desarrollo*, XXIV(diciembre).
- Posada, Carlos Esteban y Gómez, Wilman (2002) “Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso colombiano”, *Ensayos sobre política económica*, n. 41-42, Bogotá, junio-diciembre.
- Romer, Paul M. (1986) “Increasing returns and long-run growth”, *Journal of Political Economy*, 94(5), octubre.

- Romer, Paul M. (1989) "Increasing returns and new developments in the theory of growth", *NBER Working Paper Series*, n. 3098, septiembre.
- Romer, Paul M. (1991) "El cambio tecnológico endógeno", *El Trimestre Económico*, LVIII(231), septiembre.
- Romer, David (2002) *Macroeconomía avanzada*, segunda edición, Madrid, Mc Graw Hill.
- Sala-i-Martin, Xavier (1999) *Apuntes de crecimiento económico*, segunda edición. Barcelona, Antoni Bosch.
- Sánchez Torres, Fabio *et al.* (1996) "Evolución y determinantes de la productividad en Colombia: un análisis global y sectorial, 1950-1994", en Ricardo Chica (coord.) *El crecimiento de la productividad en Colombia*, Bogotá, DNP-Colciencias-Fonade, Tercer Mundo Editores.
- Sarmiento, Alfredo y Blanca Lilia Caro (1997) "El avance de la educación en Colombia: lento, insuficiente e inequitativo", *Revista Planeación y Desarrollo*, XXVIII(1).
- Uribe, José Darío (1993) "Educación, complementariedades productivas y crecimiento económico", *Revista Planeación y Desarrollo*, XXIV(diciembre), edición especial.
- Young, Alwyn (1991) "Learning by doing and the dynamic effects of international trade", *NBER Working Paper Series*, n. 3577, enero.