
CAOS EN EL MERCADO DE COMMODITIES

Christian Espinosa Méndez¹

En 2006 y 2007 el mercado de commodities experimentó uno de los crecimientos más vertiginosos de las últimas décadas. Los precios del petróleo, cobre y oro, sólo por nombrar algunos productos, llegaron a niveles insospechados. Con respecto a esto, los argumentos del alza en el nivel de precios de estos commodities se atribuyeron a factores de demanda (principalmente de China, India y Rusia), a factores de oferta (restricciones en los niveles de inventarios) y a otros que de algún modo hacen que la producción no satisfaga la demanda creciente (alza en los costos de producción, rezagos en la inversión para exploración de nuevos yacimientos, debilitamiento del dólar, factores climatológicos y de estabilidad geopolítica, son los más habituales). A lo anterior, debe sumarse que muchas inversiones se concentraron en estos mercados, buscando aprovechar las alzas en los precios, lo cual ha aumentado la volatilidad y el atractivo para que especuladores y arbitrajistas ingresen a estos mercados.

Si bien son ciertos los análisis precedentes, también lo es el hecho que explican sólo en parte el alza en los precios de los commodities y, por consiguiente, las proyecciones de largo plazo habitualmente no son correctas.

¹ Doctor en Finanzas, se desempeña actualmente como Director Académico del Magíster en Finanzas de la Facultad de Economía y Empresa, de la Universidad Diego Portales (Santiago de Chile, Chile). Dirección de correspondencia: Manuel Rodríguez 253, Facultad de Economía y Empresa, Universidad Diego Portales (Santiago de Chile, Chile). E-mail: christian.espinosa@udp.cl.

Este artículo fue recibido el 10 de julio de 2009, la versión ajustada fue recibida el 15 de marzo de 2010 y su publicación aprobada el 15 de agosto de 2010.

Dado esto, es importante identificar cuál es la dinámica que sigue el comportamiento de estos activos; de esta manera, modelar su evolución y conocer a muy corto plazo cuál será su estado futuro.

Ahora, si se observa un commodity como un activo financiero deseable para invertir se requiere saber por qué motivo cambia de precio. En el siglo XX, se distinguen tres corrientes de pensamiento que han tratado de dar una explicación al cambio de los precios de activos financieros. Estas son; el análisis fundamental², el análisis técnico³ y la llamada “teoría financiera moderna”⁴. Mucho se ha escrito a favor y en contra de cada una de estas posturas; sin embargo, ninguna dice certeramente cuál es el proceso subyacente que explica el cambio en los precios de estos activos. A los enfoques mencionados hay que agregar nuevos hallazgos, tales como: mercados fractales, dependencias de largo plazo y la existencia de un comportamiento caótico que presentan las series financieras.

En particular, la contrastación de comportamiento caótico en economía se inició en la década de 1980, aplicada a variables macroeconómicas como el PIB y los agregados monetarios (Le Barón, 1994); desde entonces se han realizado diversos estudios en la búsqueda de comportamiento caótico en series financieras y económicas (Los, 2000; y Los y Yu, 2008), entre otros).

En este contexto, lo habitual es encontrar investigaciones que utilizan técnicas y herramientas tales como el coeficiente de Hurst, exponente de Lyapunov y la dimensión de correlación para la contrastación de comportamiento caótico en dichas series. Por ejemplo, Kyaw, Los y Zong (2004), utilizando *wavelet multiresolution analysis* (MRA) para las series diarias de los índices bursátiles y tasas de cambio latinoamericanos, encontraron un coeficiente de Hurst igual o mayor a 0,5 en todos los países, excepto en Colombia, lo que corrobora la existencia de dependencias de largo plazo que contienen estas series. Similares resultados encontraron Los y Yu

²Este tipo de análisis manifiesta que el precio de las acciones tiene un valor intrínseco que depende de las condiciones presentes y futuras de la empresa. Así, puede ser representado por el valor presente de todos los beneficios futuros de la compañía.

³Plantea que lo más importante es analizar los movimientos de todos los inversionistas, los cuales están reflejados en la evolución histórica de los precios. Lo anterior es posible mediante la aplicación de osciladores técnicos o bien, a través de la observación de las gráficas (chartistas).

⁴La teoría financiera moderna surge con la tesis doctoral de Louis Bachelier (1900) llamada “La teoría de la especulación”. En ella se utilizó el concepto de movimiento browniano para describir el comportamiento de los precios en los mercados y se obtuvo la primera formulación teórica de las caminatas aleatorias (Mansilla, 2003). Los supuestos básicos de dicha tesis incluían que los cambios en los precios eran independientes y que éstos podían ser bien representados por una distribución Gaussiana.

(2008) para el mercado accionario de China; Sadique y Silvapulle (2001) en los retornos accionarios de Korea, Malasia, Singapur y Nueva Zelanda; y Corazza y Malliaris (2002) en cinco mercados monetarios.

Por su parte, Rajaratnam y Weston (2004) encontraron un exponente de Lyapunov de 0,132 para la serie del tipo de cambio entre Nueva Zelanda y Estados Unidos, para el período comprendido entre 1985 y 2004, lo que comprueba la existencia de un comportamiento caótico.

En un trabajo reciente Parisi, Espinosa, y Parisi (2007) encuentran un comportamiento caótico en las Bolsas de Comercio de Argentina, Brasil, Canadá, Chile, Estados Unidos, Perú y México. Aplicando distintas técnicas y métodos como análisis gráfico, análisis de recurrencia, entropía de espacio temporal, coeficiente de Hurst, exponente de Lyapunov y dimensión de correlación, encuentran resultados que sugieren que los mercados bursátiles americanos se comportan de forma caótica, en contra de la hipótesis de mercados eficientes o de aleatoriedad.

Tomando este trabajo como referencia, la presente investigación corrobora la existencia de un comportamiento caótico en ocho series de commodities (cobre, oro, petróleo, plata, zinc, aluminio, plomo y níquel). La implicación de contrastar un comportamiento caótico en estos mercados consiste en que, a diferencia de la hipótesis de mercados eficientes, la información (o nueva información) que se agrega a la serie de precios de commodities (cambios en la oferta y demanda del commodity, anuncio de aumento o disminución de inventarios, modificación en la estructura de costos de producción, etcétera), no es externa sino que endógena. Esto indicaría que el desafío ya no consiste en dar una explicación estadística, o de otro tipo, a variables estocásticas para que ayuden a mejorar el pronóstico de la evolución futura de dichas series, sino que se centraría en descubrir la dinámica subyacente de cada uno de estos mercados. Desde el punto de vista práctico, justifica la búsqueda de técnicas predictivas que incorporen los nuevos hallazgos a la hora de invertir en estos mercados, al menos a muy corto plazo. En síntesis, el principal aporte de la teoría de caos es que otorga una explicación teórica de la existencia de sistemas dinámicos con comportamientos irregulares, sin la necesidad de recurrir a variables estocásticas.

El determinar si hay alguna dinámica caótica en la evolución de los precios de commodities es el objetivo de este trabajo, para ello se ha estructurado en cuatro secciones. En el primer apartado se especifican los datos y se corrobora no-normalidad. En la segunda parte se desarrollan siete pruebas para verificar la existencia de un comportamiento caótico en las series en

estudio. En el tercer segmento se aplican test estadísticos para contrastar no-aleatoriedad y no-linealidad. Finalmente, se formulan las principales conclusiones.

DATOS Y NO NORMALIDAD

Los datos corresponden al precio de cierre diario de los commodities COBRE, ORO, PETROLEO, PLATA, ZINC, ALUMINIO, PLOMO y NIQUEL. La elección del número de datos se ajustó a los requerimientos de los diversos cálculos estimados y a la disponibilidad de los mismos. Las fuentes de información fueron Economática para los precios del aluminio, zinc, plomo y níquel; Cochilco para precios del cobre, oro y plata; y el Banco Central de Chile para precios del petróleo WTI.

El Cuadro 1 presenta los cuatro primeros momentos de la distribución de los retornos diarios de los precios de commodities en estudio.

Se observa que el retorno promedio diario del níquel es el más alto para el período de la muestra con un 0,118 %, lo que implica un retorno anualizado de 28,32 %. A su vez, la desviación estándar promedio diaria alcanza 2,32 %, por lo que la tasa anualizada representa 35,99 %. Según la teoría financiera moderna retornos más altos presentarán riesgos, medidos como la desviación estándar, mayores. Así se debiera esperar desviaciones menores para el resto de los commodities. No obstante, para el petróleo la desviación estándar promedio diaria alcanza 2,77 %, por lo que la tasa anualizada representa un 42,93 %, con un retorno promedio diario asociado del 0,031 %, es decir, un retorno anualizado de 7,44 %. En otras palabras, mayores retornos no implican, necesariamente, mayores riesgos.

Ahora, si se considera el cobre se observa que el retorno medio diario es el menor de la muestra con 0,023 %, lo que implica un retorno anualizado de 5,52 %, y la desviación estándar promedio diaria alcanza a 1,578 %, por lo que la tasa anualizada representa un 24,45 %. El oro, por su parte, presenta un retorno medio diario de 0,042 %, lo que implica un retorno anualizado de 10,08 %, y una desviación estándar promedio diaria de 0,920 %, por lo que la tasa anualizada es 14,25 %⁵.

⁵Esta evidencia también es encontrada para cada commodity al observar su retorno y desviación histórica.

CUADRO 1
DATOS Y MOMENTOS DE LOS RETORNOS DE COMMODITIES EN ESTUDIO

	COBRE	ORO	PETROLEO	PLATA	ZINC	ALUMINIO	PLOMO	NIQUEL
N	2804	1002	2592	962	1380	1380	1380	1380
F. Inicio	02/01/1996	02/01/2001	02/01/1997	02/01/2001	13/06/2001	13/06/2001	13/06/2001	13/06/2001
F. Término	06/02/2007	08/02/2005	31/01/2007	08/02/2005	19/12/2006	14/12/2006	14/12/2006	19/12/2006
Max.	15,67 %	6,47 %	28,24 %	13,65 %	7,71 %	9,04 %	7,83 %	10,65 %
Min.	-10,30 %	-3,48 %	-31,77 %	-11,30 %	-8,63 %	-8,84 %	-10,21 %	-17,78 %
Media	0,022 %	0,041 %	0,031 %	0,037 %	0,115 %	0,048 %	0,097 %	0,118 %
Des. St.	1,57 %	0,92 %	2,77 %	1,54 %	1,63 %	1,32 %	1,84 %	2,32 %
Skewness	0,04	0,17	-0,23	-0,39	-0,52	-0,30	-0,41	-0,45
Kurtosis	9,52	7,32	19,74	15,36	7,03	8,65	5,85	7,40
JB	4961,97	783,07	30289,06	6148,30	994,70	1853,74	504,13	1159,25

Fuente: elaboración propia a partir de los datos de Economática, Cochilco y Banco Central de Chile.

El coeficiente skewness acepta la hipótesis nula de que el coeficiente de asimetría tiene un valor de 0. Por su parte, el coeficiente de kurtosis genera un estadístico z mayor a 1,96, en valor absoluto, para todos los retornos de commodities, lo que rechaza la hipótesis nula de que el coeficiente de kurtosis tenga un valor de 3. Esta característica es observada habitualmente en retornos de activos financieros (leptokurtosis).

Por último, los resultados del test de Jarque-Bera muestran, claramente, que la probabilidad de que los retornos de commodities provengan de una distribución normal es casi nula. Así, la no normalidad y la elevada kurtosis suelen ser indicios de que la serie ha sido generada por un proceso no lineal.

DETECCIÓN DE COMPORTAMIENTO CAÓTICO

A continuación se aplica una serie de herramientas proporcionadas por la teoría de caos, para entender la dinámica de la evolución de los rendimientos de commodities y corroborar la existencia de un comportamiento caótico en dichas series.

Análisis gráfico

Siguiendo a Peters (1994) se buscan indicios de una serie con comportamiento caótico mediante el análisis gráfico. En la Gráfica 1 se observa la evolución diaria del precio del cobre en cuatro horizontes de tiempo. No resultan diferencias importantes entre éstas.

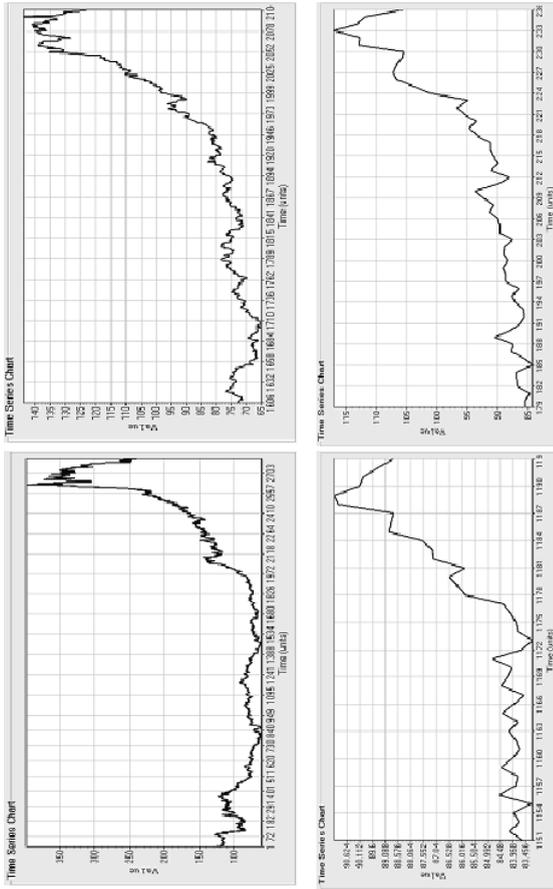
El hecho de que estas series tengan la misma apariencia en distintas escalas de tiempo es un indicio de que se está ante un fractal; sin embargo, no es garantía definitiva de que sea un proceso caótico. Similar evidencia se encuentra para el resto de las series en estudio.

Gráfico de recurrencia

Otra manera de analizar series temporales desde una perspectiva gráfica es construir Gráficos de recurrencia. En este contexto, una señal de determinismo se evidencia entre más estructurado sea el gráfico de recurrencia y una señal de aleatoriedad se presenta cuando sea más uniforme y no tenga un patrón identificable⁶.

⁶Véase Espinosa (2007) para más detalles.

GRÁFICA 1
EVOLUCIÓN DIARIA DEL COBRE PARA EL PERÍODO DE LA MUESTRA

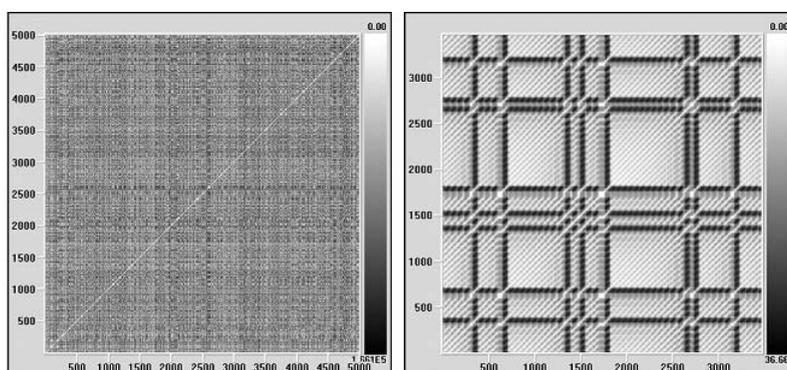


Nota. Los datos que comprenden las ampliaciones corresponden a las series: 1-2804 datos (superior izquierda), 1606-2106 (superior derecha), 179-236 (inferior derecha) y 1151-1193 (inferior izquierda). Es decir, desde el 02-01-1996 al 06-02-2007, desde el 14-05-2002 al 30-04-2004, desde el 13-09-1996 al 03-12-1996 y desde el 21-07-2000 al 20-09-2000 respectivamente. En el eje vertical se encuentra el valor de cierre diario del precio del cobre y en eje horizontal la cantidad de datos: 2084, 500, 57 y 42 datos, respectivamente. Fuente: elaboración propia.

En la Gráfica 2 se muestran los gráficos de recurrencia para una serie aleatoria generada en una planilla Excel que toma valores entre 1 y 5.000 y el gráfico de recurrencia para el atractor extraño de Lorenz –una con comportamiento caótico y la otra no–, para establecer la diferencia gráfica.

En el gráfico de recurrencia correspondiente al atractor de Lorenz (más estructurado) se observa una señal de determinismo en contraste con la serie aleatoria (más uniforme). Así mismo, en el primero, se detectan líneas horizontales que denotan la existencia de órbitas periódicas inestables, lo cual también es consistente con series que presentan un comportamiento caótico.

GRÁFICA 2
GRÁFICOS DE RECURRENCIA



Nota. Gráficos de recurrencia para una serie aleatoria generada en una planilla Excel que toma valores entre 1 y 5000 (izquierda) y para el atractor extraño de Lorenz (derecha).

Los ejes corresponden a los datos utilizados con los cuales se calculan las distancias euclidianas entre los vectores construidos a partir de la técnica Información Mutua (AMI) para determinar el tiempo de retardo y el método de Falsos Vecinos Cercanos (FNN) para la dimensión de inmersión.

Fuente: elaboración empleando el programa Visual Recurrence Analysis (VRA).

Para la construcción de los gráficos de recurrencia se utilizó el programa Visual Recurrence Analysis (VRA)⁷ que utiliza la técnica *Información Mutua (AMI)* para determinar el tiempo de retardo y el método de *Falsos Vecinos*

⁷VRA es un programa elaborado por Eugene Kononov basándose en la definición de gráfico de recurrencia de Eckmann, Kamphorst y Ruelle (1987) y en el RQA de Zbilut y Webber (1992).

Cercanos (FNN) para la dimensión de inmersión⁸. Los resultados de los cálculos de *AMI* y *FNN* se muestran en el Cuadro 2.

CUADRO 2

VALORES ÓPTIMOS PARA EL TIEMPO DE RETARDO (FUNCIÓN DE INFORMACIÓN MUTUA, *AMI*) Y DIMENSIÓN DE INMERSIÓN (FALSOS VECINOS CERCANOS, *FNN*) PARA LAS SERIES ORIGINALES Y DE RETORNOS EN ESTUDIO

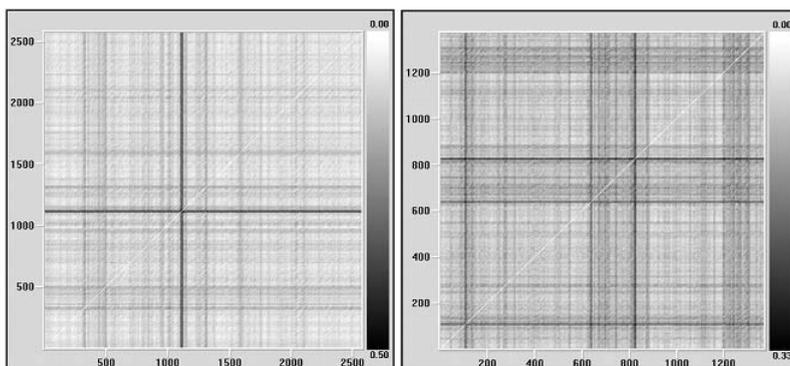
COMMODITIES	SERIE	AMI	FNN
COBRE	Original	50	9
	Retornos	2	9
PETROLEO	Original	41	9
	Retornos	3	8
PLATA	Original	22	10
	Retornos	2	2
ORO	Original	19	9
	Retornos	2	2
PLOMO	Original	14	10
	Retornos	5	5
ZINC	Original	10	10
	Retornos	1	8
NIQUEL	Original	22	9
	Retornos	1	10
ALUMINIO	Original	26	10
	Retornos	3	8
PROMEDIO	Original	26	10
	Retornos	2	7

Fuente: elaboración propia.

Los gráficos de recurrencia de las series originales de los commodities en estudio se asemejan a los de una serie aleatoria que no tiene un patrón definido, a diferencia de los gráficos de recurrencias aplicados a los retornos que se asemejan más a datos con comportamiento caótico como el del atractor de Lorenz. Véase la Gráfica 3 para un ejemplo de los gráficos de recurrencia de los commodities petróleo y níquel.

⁸Para una descripción de estas técnicas véase Kennel, Brown y Abarbanel (1992).

GRÁFICA 3
GRÁFICOS DE RECURRENCIA PARA LA SERIE DEL PETROLEO Y NIQUEL



Fuente: elaboración empleando el programa Visual Recurrence Analysis (VRA).

Entropía de espacio temporal

Siguiendo la búsqueda de comportamiento caótico se aplicó la herramienta Entropía de Espacio Temporal (STE). La STE compara la distribución de colores sobre un gráfico completo de recurrencia con la distribución de colores sobre cada línea diagonal del gráfico.

En síntesis, se comparan las distancias entre todos los pares de vectores en el espacio reconstruido con las distancias entre las diversas órbitas que se desarrollan durante el tiempo. El resultado se normaliza y se presenta como porcentaje. Así, porcentajes cercanos a 100 indicarán aleatoriedad en la serie, cercanos a 0 representarán series periódicas y entre 0 y 100 indicarán series con comportamiento caótico. Los resultados se muestran en el Cuadro 3.

De acuerdo con el Cuadro 3, se puede identificar un comportamiento caótico en las series de commodities, 81 % para las series de retornos y 10 % para las series originales. Los resultados de las series de retornos es un indicio claro, pero no definitorio, de estar en presencia de series con comportamiento caótico.

CUADRO 3
ENTROPÍA DE ESPACIO TEMPORAL PARA LAS SERIES ORIGINALES Y DE RENDIMIENTOS

COMMODITIES	SERIE	STE
COBRE	Original	26 %
	Retornos	77 %
PETROLEO	Original	3 %
	Retornos	82 %
PLATA	Original	17 %
	Retornos	86 %
ORO	Original	0 %
	Retornos	85 %
PLOMO	Original	0 %
	Retornos	81 %
ZINC	Original	28 %
	Retornos	79 %
NIQUEL	Original	0 %
	Retornos	78 %
ALUMINIO	Original	2 %
	Retornos	79 %
PROMEDIO	Original	10 %
	Retornos	81 %

Fuente: elaboración empleando el programa Visual Recurrence Analysis (VRA).

Dependencias de largo plazo

El análisis del rango reescalado o análisis R/S, propuesto por Hurst (1951) y posteriormente afinados por Mandelbrot y Wallis (1969) y Mandelbrot (1972) es utilizado para contrastar la dependencia a largo plazo en una serie temporal. En síntesis, el estadístico R/S mide el rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal con respecto a su media, reescalado por la desviación típica de la serie. Una consecuencia importante del análisis del rango reescalado es que permite determinar el *exponente de Hurst*.

Mandelbrot y Wallis (1969) afirman que el rango reescalado de las sub-series está asintóticamente relacionado con su longitud y plantean formalmente:

$$R/S \rightarrow (a * N)^H \quad (1)$$

En el que a es una constante, N es el número de observaciones, H es el exponente o coeficiente de Hurst, R/S es el estadístico $R/S(N)$ que

depende del tamaño de la serie y que se define como el rango de variación de la serie partido por su desviación típica.

Así, cuando $R/S(N)$ es observado sobre varios valores de N y aplicando una regresión de mínimos cuadrados ordinarios, se obtiene:

$$\log R/S = \log a + H \log N \quad (2)$$

Siendo H el coeficiente de Hurst. Mandelbrot (1972) demuestra que H puede variar entre 0 y 1. Así, si se encuentra entre 0,5 y 1 indicaría persistencia en la serie, si se encuentra entre 0 y 0,5 indica no-persistencia y un valor igual a 0,5 indicaría que el comportamiento de la serie es completamente aleatorio⁹.

Los resultados que se resumen en el Cuadro 4 muestran un coeficiente de Hurst mayor a 0,5 en todas las series, excepto para el petróleo, lo que es un apoyo robusto a la existencia de dependencias de largo plazo en las series de commodities.

CUADRO 4

COEFICIENTE DE HURST DE ACUERDO A LA REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

COMMODITIES	HURST	Estadístico t	R^2
COBRE	0,60	62,424569	0,994132
PETROLEO	0,50	80,536941	0,996467
PLATA	0,55	93,270095	0,997363
ORO	0,52	29,282388	0,973877
PLOMO	0,55	47,674065	0,989982
ZINC	0,58	65,121572	0,994606
NIQUEL	0,57	63,997348	0,994416
ALUMINIO	0,54	93,270095	0,997363
PROMEDIO	0,55		

Fuente: elaboración propia.

Las acciones de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) puede ocasionar que la serie de petróleo pierda memoria. Así, un “efecto

⁹Cabe señalar que Lo (1991) plantea que, si bien es cierto que el análisis R/S puede detectar dependencia de largo plazo en series temporales, dicho análisis presenta sensibilidad a la dependencia de corto plazo. Para soslayar esta deficiencia plantea una modificación al *rango reescalado* que denomina *rango reescalado modificado* (RRM). Sin embargo, se ha encontrado evidencia que el análisis de Lo (1991) sobrerrechaza la hipótesis de memoria larga (Teverovsky, Taqu y Willinger, 1999).

reset”¹⁰ puede estar operando cada vez que la OPEP toma una decisión en cuanto a la oferta. Este síntoma podría ser explicado a través de un análisis multifractal, cuestión que es dejada para un próximo estudio. Para el resto de las series se confirma una memoria de largo plazo contenida en las series bajo estudio.

Exponente de Lyapunov

El Exponente de Lyapunov (λ) sirve para medir, en un sistema dinámico, la sensibilidad a las condiciones iniciales. Ello se hace mediante una función exponencial, en la cual el exponente determina la tasa de divergencia de órbitas adyacentes que parten de puntos próximos (Nieto del Alba, 1998).

Existen diferentes algoritmos¹¹ para calcular el máximo exponente de Lyapunov. No obstante, la mayoría de estos métodos no son aplicables para series de tiempo pequeñas y son relativamente difíciles de implementar. Rosenstein, Collins y De Luca (1993) desarrollaron un método que, después de reconstruir la dinámica del atractor, permite que el algoritmo desarrollado localice el punto Y_n , más cercano a cada punto de la trayectoria Y_n . Además, impone la restricción que los puntos vecinos más cercanos deben tener una separación espacial mayor que el período medio de las series de tiempo. Esto permite considerar que cada par de vecinos corresponden a condiciones iniciales muy cercanas pero de diferentes trayectorias. Así, el máximo exponente de Lyapunov es aproximadamente la velocidad media de separación de los puntos vecinos más cercanos.

Los resultados del exponente de Lyapunov¹², que se encuentran resumidos en el Cuadro 5, indican que $\lambda > 0$, para todas las series originales y las de retornos de commodities en estudio, lo que representa un indicio de la existencia de un comportamiento caótico en los retornos de commodities.

¹⁰Básicamente, el “efecto reset” consiste en que en determinadas series, luego de un “shock externo” (como una decisión de recorte del suministro mundial de petróleo, por ejemplo), desaparezcan las dependencias que contenía antes del evento (Espinosa, 2007).

¹¹Wolf, Swift, Swinney y Vastano (1985), Sato, Sano y Sawada (1987) y Casdagli (1989), entre otros.

¹²Se utiliza el programa MTRCHAOS y MTRLYAP elaborado por Rosenstein, Collins y De Luca (1993), el cual permite calcular el máximo exponente de Lyapunov y los parámetros necesarios para estimar dicho exponente.

CUADRO 5

EXPONENTE DE LYAPUNOV PARA LAS SERIES EN ESTUDIO UTILIZANDO EL PROGRAMA MTRCHAOS Y MTRLYAP

COMMODITIES	MAX. EXPONENTE DE LYA-PUNOV	MAX. EXPONENTE DE LYA-PUNOV
	SERIE ORIGINAL	SERIE DE RETORNOS
COBRE	0,018190	0,06597
PETROLEO	0,003808	0,05978
PLATA	0,035430	0,05793
ORO	0,011380	0,04578
PLOMO	0,008178	0,13990
ZINC	0,023780	0,06834
NIQUEL	0,029070	0,07440
ALUMINIO	0,023480	0,07508
PROMEDIO	0,019165	0,073398

Fuente: elaboración propia empleando el programa MTRCHAOS y MTRLYAP elaborado por Rosenstein, Collins y De Luca (1993).

Dimensión de correlación

La dimensión de correlación (D_c) de un sistema dinámico es una medida de su complejidad y permite discriminar entre un sistema determinista y uno aleatorio (Grassberger y Procaccia, 1983). Así, si (D_c) es igual a uno indicará una serie con comportamiento de oscilaciones periódicas; si (D_c) es igual a dos una con oscilaciones cuasi periódicas; y si (D_c) es mayor a dos una serie con comportamiento caótico. Al igual que para el cálculo del exponente de Lyapunov se utiliza el programa MTRCHAOS y MTRLYAP elaborado por Rosenstein, Collins y De Luca (1993) para el cómputo de la dimensión de correlación. El Cuadro 6 muestra los resultados.

CUADRO 6

DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN PARA LAS SERIES

COMMODITIES	DIMENSION DE CORRELACION
COBRE	2,177
PETROLEO	2,036
PLATA	2,084
ORO	2,226
PLOMO	2,279
ZINC	2,201
NIQUEL	2,168
ALUMINIO	2,113
PROMEDIO	2,161

Fuente: elaboración propia empleando el programa MTRCHAOS y MTRLYAP elaborado por Rosenstein, Collins y De Luca (1993).

Se encuentra una dimensión de correlación promedio de 2,161 y mayor a dos en todas las series de retornos analizadas. Lo anterior, es un indicio más sobre la existencia de un comportamiento caótico en las series de commodities.

TEST ESTADÍSTICOS

Los resultados de las herramientas descritas en el apartado anterior apoyan la hipótesis de fractal contra la de aleatoriedad. Sin embargo, es necesario aplicar test estadísticos que confirmen estos hallazgos. En particular, se aplica el test de Rachas para carácter aleatorio (o test de Wald-Wolfowitz) y el test BDS propuesto por Brock, Dechert y Scheinkmann (1987).

El test no paramétrico de Wald-Wolfowitz plantea en su hipótesis nula que la serie es aleatoria. Los resultados que se muestran en el Cuadro 7 confirman que las series de retornos de commodities en estudio no son aleatorias y el tipo de esquema resultante indica que la dinámica del sistema subyacente a la serie temporal es de carácter cíclico.

CUADRO 7

TEST DE WALD-WOLFOWITZ (O TEST DE RACHAS) PARA LAS SERIES DE RETORNOS DE COMMODITIES

COMMODITIES	Z CALCULADO	HIP. NULA	TIPO DE ESQUEMA
COBRE	18,54	Rechaza	Cíclico
PETROLEO	16,88	Rechaza	Cíclico
PLATA	10,88	Rechaza	Cíclico
ORO	10,41	Rechaza	Cíclico
PLOMO	12,42	Rechaza	Cíclico
ZINC	12,37	Rechaza	Cíclico
NIQUEL	11,72	Rechaza	Cíclico
ALUMINIO	12,92	Rechaza	Cíclico

Nota. Nivel de significancia de 5%.

Fuente: elaboración propia.

La hipótesis nula del test BDS (H_0) es que la serie es independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.). Por lo tanto, si eventualmente existiese algún tipo de dependencia entre las observaciones debería ser producida por algún mecanismo no lineal de generación de datos. Los autores demuestran que el estadístico del test se distribuye asintóticamente como una Normal Estándar (con media cero y varianza unitaria).

Para la realización del test se construyen m -historias en función de los datos existentes $X_t^m \equiv \{X_t, X_{t-\tau}, X_{t-2\tau}, \dots, X_{t-(m-1)\tau}\}$, siendo m la dimensión de inmersión y τ el tiempo de retardo. Luego, se escoge una distancia $\epsilon > 0$ y se determina si dos m -historias están cercanas (con una distancia inferior a ϵ)¹³.

Si la serie es i.i.d., entonces la probabilidad de que la distancia sea menor o igual a ϵ será constante. Esta probabilidad se logra utilizando la medida de integral de correlación desarrollada por Grassberger y Procaccia (1983), que corresponde al límite de la fracción de pares de historias que están cercanas cuando aumenta el tamaño de la muestra.

Es importante señalar que la eficiencia del test BDS al aplicarlo en muestras pequeñas es mejor para dimensiones menores (m), no obstante, los resultados mejorarán al ampliar el tamaño muestral independiente de la dimensión y la distancia consideradas. Además el test tiene potencia para detectar dependencia no lineal determinista y estocástica (Hsieh, 1991).

Con el objetivo de obtener consistencia en los resultados, en este trabajo se consideraron 8 dimensiones ($3 \leq m \leq 10$) y 4 distancias (ϵ) diferentes ($0, 5\sigma, 1\sigma, 1, 5\sigma, 2\sigma$). Los resultados del test BDS, que se muestran en el Cuadro 8, permiten identificar estructuras no lineales en la serie de retornos de commodities bajo estudio, para todas las dimensiones y distancias utilizadas.

Paralelamente, y de acuerdo con el método propuesto por Brock (1986), se aplicó el test BDS a las series de residuos de modelos estimados a partir de las series de retornos de commodities, ajustados con el mejor retardo de un proceso autorregresivo. Dichos resultados (Cuadro 9), respaldan los obtenidos sobre las series de retornos originales.

En síntesis, se evidencia un comportamiento no-aleatorio y no-lineal en las series de retornos de commodities, así como en las series de residuos de los modelos estimados.

¹³Dos m -historias son cercanas si la mayor diferencia, en valor absoluto, entre los elementos que las componen es inferior a ϵ .

CUADRO 8
RESULTADO DEL TEST BDS APLICADO A LAS SERIES DE RETORNOS DE COMMODITIES EN ESTUDIO

Commodities	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
Aluminio	0,5	6,316	7,067	7,468	8,391	9,685	9,956	9,991	11,216
	1	7,703	8,332	9,084	9,894	10,621	11,275	12,008	12,753
	1,5	8,799	9,456	10,187	10,833	11,253	11,681	12,202	12,714
	2	9,184	9,781	10,440	10,969	11,301	11,691	12,164	12,514
Cobre	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	10,197	11,299	12,304	12,949	14,000	14,885	15,932	17,392
	1	10,905	12,015	12,997	13,908	15,150	16,594	18,137	19,734
	1,5	12,622	13,910	14,806	15,609	16,524	17,473	18,476	19,452
Niquel	2	13,216	14,826	15,688	16,514	17,201	17,804	18,365	18,872
	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	4,245	4,798	5,042	5,271	3,793	3,429	3,852	3,996
	1	4,205	4,644	4,832	4,967	4,771	4,935	5,538	6,350
Oro	1,5	4,492	4,922	4,946	5,109	5,140	5,435	6,011	6,630
	2	3,912	4,312	4,120	4,244	4,346	4,600	5,222	5,821
	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	2,561	3,568	3,454	4,200	4,264	4,875	5,131	5,796
Petroleo	1	3,270	4,451	4,669	5,139	5,325	5,764	6,261	6,866
	1,5	3,127	4,069	4,236	4,612	4,623	4,844	5,100	5,484
	2	2,925	3,840	4,003	4,244	3,856	4,004	4,151	4,376
	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
Petroleo	0,5	3,786	3,539	3,373	3,447	3,845	3,848	3,426	2,645
	1	6,107	6,011	5,937	6,268	6,487	6,538	6,797	6,945
	1,5	9,557	9,508	9,398	9,551	9,601	9,501	9,599	9,631
	2	12,504	12,263	11,913	11,754	11,481	11,135	10,950	10,767

Plata	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	4,929	6,272	7,510	8,471	9,065	9,651	9,576	10,753
	1	5,409	6,790	7,838	8,657	9,127	9,794	10,373	10,944
	1,5	6,008	7,204	8,160	8,881	9,096	9,689	10,223	10,561
	2	6,281	6,911	7,588	8,078	7,800	8,221	8,576	8,629
Plomo	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	6,365	6,797	6,924	7,479	8,138	8,499	9,871	10,494
	1	6,412	7,431	8,002	8,644	8,975	9,411	10,161	10,850
	1,5	6,342	7,541	8,177	8,809	9,354	9,788	10,337	10,777
	2	5,911	7,229	7,867	8,305	8,851	9,237	9,637	9,918
Zinc	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	0,5	6,881	7,552	8,349	8,832	8,862	8,936	10,682	13,515
	1	8,646	9,473	10,296	10,884	11,434	11,971	12,778	13,805
	1,5	10,084	11,107	11,894	12,345	12,831	13,308	13,797	14,459
	2	10,982	11,980	12,960	13,484	13,924	14,253	14,430	14,817

Fuente: elaboración propia empleando el programa EViews.

CUADRO 9
 RESULTADO DEL TEST BDS APLICADO A LAS SERIES DE RESIDUOS DE MODELOS ESTIMADOS A PARTIR DE LAS
 SERIES DE RETORNOS DE COMMODITIES EN ESTUDIO

Commodities	Modelo	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
Aluminio	ARMA(7,7)	0,5	5,859	6,456	6,836	7,324	7,855	7,516	7,086	7,622
		1	7,109	7,666	8,333	9,019	9,616	10,043	10,567	11,129
		1,5	8,068	8,665	9,388	9,955	10,320	10,670	11,124	11,528
Cobre		2	8,198	8,746	9,495	10,058	10,396	10,778	11,229	11,550
	ARMA(7,9)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	9,666	10,586	11,439	12,029	13,354	14,423	15,865	16,086
		1	10,741	11,718	12,524	13,211	14,229	15,573	17,018	18,382
		1,5	12,533	13,699	14,506	15,216	16,010	16,899	17,865	18,793
		2	13,056	14,581	15,412	16,196	16,797	17,369	17,932	18,423
Niquel	ARMA(8,8)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	4,522	5,179	5,425	5,463	4,856	4,512	3,088	2,433
		1	4,076	4,509	4,836	4,955	4,766	4,997	5,666	6,526
Oro		1,5	4,041	4,440	4,614	4,815	4,846	5,155	5,738	6,326
		2	3,487	3,963	3,909	4,055	4,125	4,356	4,928	5,452
	ARMA(13,13)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	3,421	4,859	4,973	5,502	6,208	6,467	8,278	11,035
		1	3,613	4,876	5,116	5,618	5,873	6,286	6,946	7,823
		1,5	3,119	4,093	4,286	4,692	4,743	4,955	5,263	5,722
		2	2,795	3,651	3,835	4,084	3,710	3,841	3,994	4,259

Petroleo	ARMA(7,8)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	3,615	3,224	2,924	3,231	3,756	4,174	4,463	5,231
		1	5,788	5,621	5,510	5,809	6,019	6,125	6,378	6,582
		1,5	9,063	8,904	8,697	8,847	8,862	8,774	8,829	8,914
		2	12,344	12,103	11,682	11,536	11,254	10,927	10,703	10,547
Plata	ARMA(9,9)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	4,909	6,335	7,826	8,829	9,846	10,368	10,837	13,285
		1	5,581	6,885	7,890	8,608	9,030	9,667	10,199	10,860
		1,5	6,400	7,517	8,392	8,998	9,145	9,696	10,218	10,558
		2	6,614	7,253	7,878	8,326	8,027	8,409	8,735	8,717
Plomo	ARMA(10,10)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	5,322	5,824	6,037	6,113	5,970	6,041	7,034	4,596
		1	5,039	6,024	6,600	7,259	7,581	8,048	8,829	9,665
		1,5	5,385	6,476	7,146	7,752	8,333	8,739	9,245	9,692
		2	5,346	6,516	7,130	7,571	8,159	8,567	9,007	9,349
Zinc	ARMA(10,10)	D.E.	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
		0,5	6,594	7,417	8,473	9,003	9,442	9,796	10,733	10,562
		1	8,030	9,030	9,975	10,650	11,361	12,066	13,086	14,384
		1,5	9,795	10,861	11,696	12,122	12,632	13,121	13,641	14,347
		2	10,580	11,572	12,519	12,972	13,377	13,697	13,918	14,337

Fuente: elaboración propia empleando el programa EViews.

CONCLUSIONES

Empleando análisis gráfico, gráfico de recurrencia, entropía de espacio temporal, coeficiente de Hurst, exponente de Lyapunov y dimensión de correlación sobre las series de retornos del cobre, oro, petróleo, plata, zinc, aluminio, plomo y níquel se corrobora la existencia de un comportamiento caótico en el mercado de commodities y se contrasta no-normalidad, no-aleatoriedad y no-linealidad.

Los hallazgos de esta investigación se suman a los ya encontrados en diversos mercados y activos financieros y avalan la hipótesis de caoticidad en series financieras en contra de la hipótesis de aleatoriedad.

En particular se comprueba que los retornos de commodities no son bien representados por una distribución normal, no son lineales, exhiben dependencias de largo plazo y presentan un comportamiento caótico. Lo anterior, contradice algunos de los supuestos básicos de la teoría financiera moderna y aboga por la necesidad de buscar nuevos modelos que incorporen estas cualidades y que representen más fielmente la evolución de los precios de dichos activos.

La implicación teórica de estos hallazgos radica en el hecho que, a diferencia de la hipótesis de mercados eficientes, la información (o nueva información) que se agrega a la serie de precios de commodities (cambios en la oferta y demanda del commodity, anuncio de aumento o disminución de inventarios, modificación en la estructura de costos de producción, entre otros) no es externa sino que endógena. Por lo tanto, el desafío ya no consiste en dar una explicación estadística, o de otro tipo, a variables estocástica que ayudan a mejorar el pronóstico de la evolución futura de dichas series, sino que radica en descubrir la dinámica de cada uno de estos mercados. Desde el punto de vista práctico, justifica la búsqueda de técnicas predictivas a la hora de invertir en commodities, al menos en el corto plazo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, tomo 17, 21-86.
- [2] Brock, W.A. (1986). Distinguishing random and deterministic systems: Abridged version. *Journal of Economic Theory*, 40, 168-195.
- [3] Brock, W., W. Dechert y J. Scheinkman (1987). *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*. Wisconsin: University of Wisconsin at Madison, Department of Economics.

- [4] Corazza, M. y Malliaris, A.G. (2002). Multi-Fractality in Foreign Currency Markets. *Multinational Finance Journal*, 6(2), 65-98.
- [5] Eckmann, J.P., S.O. Kamphorst y D. Ruelle (1987). Recurrence Plots of Dynamical Systems. *Europhysics Letters*, 4(9), 973-977.
- [6] Espinosa, C. (2007). Comportamiento caótico en los mercados bursátiles latinoamericanos utilizando Visual Recurrence Análisis. *Revista Análisis Económico*, 55, 159-183.
- [7] Espinosa, C. (2007). Memoria de largo plazo y Efecto Reset en retornos accionarios latinoamericanos. *Estudios de Administración*, 14(1), 47-70.
- [8] Grassberger, P. & Procaccia I. (1983). Measuring the Strangeness of Strange Attractors. *Physica*, 9, 189-208.
- [9] Hsieh, D. A. (1991). Chaos and nonlinear dynamics: Application to financial markets. *Journal of Finance*, 46, 1839-1877.
- [10] Hurst, H.E. (1951). Long-term Storage Capacity of Reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.
- [11] Kennel, M.B., Brown, R. y Abarbanel, H.D.I. (1992). Determining embedding dimension for phase space reconstruction using a geometrical construction. *Physica*, 45, 403-3411.
- [12] Kyaw, N.A., Los, C.A. y Zong, S. (2004). Persistence characteristics of Latin American financial markets. *Journal of Multinational Financial Management*, 16(3), 269-290.
- [13] Le Barón, B. (1994). Chaos and nonlinear forecastability in Economics and Finance. *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, 348, 397-404.
- [14] Lo, A.W. (1991). Long-term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59, 1279-1313.
- [15] Los, C. (2000). *Visualization of Chaos for Finance Majors*. Adelaide: Adelaide University.
- [16] Los, C. y Yu, B. (2008). Persistence Characteristics of the Chinese Stock Markets. *International Review of Financial Analysis*, 17(1), 64-82.
- [17] Mandelbrot, B. (1972). A statistical methodology for non-periodic cycles: From the covariance to R/S analysis. *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, 259-290.
- [18] Mandelbrot, B. y Wallis, J.R. (1969), Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence. *Water Resources Research*, 5, 967-988.
- [19] Mansilla R. (2003). *Introducción a la Econofísica*. Madrid: Equipo Sirius S.A.
- [20] Nieto del Alba, U. (1998). *Historia del tiempo en economía*. Madrid: Editorial McGraw Hill.
- [21] Parisi, F., Espinosa, C. y Parisi, A. (2007). Pruebas de Comportamiento Caótico en Índices Bursátiles Americanos. *El Trimestre Económico*, 74(4), 901-27.

- [22] Peters, E. (1994). *Fractal Market analysis: Applying chaos theory to investment and economics*. San Francisco: John Wiley & Sons Inc.
- [23] Rajaratnam, P. y Weston, R. (2004). *A Chaotic analysis of the New Zealand exchange rate*. Wellington: New Zealand Association of Economists (Inc.).
- [24] Rosenstein M.T., Collins J.J. y De Luca C.J. (1993). A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica*, 65, 117-134.
- [25] Sadique, S. y Silvapulle, P. (2001). Long-term memory in stock market returns: international evidence. *International Journal of Finance & Economics* 6(1), 59-67.
- [26] Sato S., Sano M., y Sawada Y. (1987). Practical methods of measuring the generalized dimension and the largest Lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems. *Progress of Theoretical Physics*, 77(1), 1-5.
- [27] Teverovsky V., Taqqu M. y Willinger W. (1999). A critical look at Lo's modified R/S statistic. *Journal of statistic planning and inference*, 80, 211-227.
- [28] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L y Vastano J.A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica*, 16, 285-317.
- [29] Zbilut, J.P. y C.L. Webber Jr. (1992). Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots. *Physics Letters A*, 171, 199-203.