

## El sistema de Bortkiewicz, las industrias no básicas y la tasa de ganancia.

**Homero Cuevas**

Profesor Asistente. Departamento de  
Economía. Universidad Nacional de  
Colombia

### I. INTRODUCCION

En su famoso artículo sobre la transformación de valores en precios de producción (1907,i), Bortkiewicz reclama haber demostrado de manera concluyente que, cuando las verdaderas interacciones entre los sectores del sistema económico son tomadas en consideración dentro del modelo de Marx, los sectores que no producen medios de producción ni bienes-salario en nada influyen sobre la determinación de la tasa general o media de ganancia. Como es bien sabido, esto refutaría la teoría de Marx sobre la tasa media de ganancia, según la cual esta última estaría determinada no solamente por la tasa de plusvalía sino también por la composición orgánica del capital, composición en la cual intervienen todos los sectores, básicos y no básicos, sin importar el tipo de bienes que produzcan. Y demostraría que las críticas de Marx a la teoría de Ricardo sobre el descenso de la tasa de ganancia, centradas exclusivamente en el nivel de los salarios, carecerían completamente de validez. Por esto, Bortkiewicz concluye:

“Pero Marx falló no solamente en indicar un método válido para la determinación de la tasa de ganancia sobre la base de unas relaciones dadas del valor y la plusvalía; todavía más, su errónea construcción de los precios lo condujo a una incorrecta comprensión de los factores de los que el nivel de la tasa de ganancia depende en general. Tomó la posición de que con una tasa de plusvalía dada la tasa de ganancia es mayor o menor de acuerdo a si el capital social total, incluyendo todas las esferas de producción, tiene una composición orgánica más baja o más alta”. (1907,i, p. 206).

Y en otro artículo sobre el mismo tema, pero de mayor envergadura metodológica, concluyó:

“La tasa de ganancia depende únicamente de aquellas cantidades de trabajo y aquellos períodos de rotación relacionados con la producción y distribución de los bienes que conforman la tasa de salarios. Este resultado teórico está de acuerdo enteramente con la tesis de Ricardo de que la tasa de ganancia no puede ser afectada de manera alguna por las condiciones de producción de aquellos bienes que no entran en el salario real. Un cambio en las condiciones de producción o de adquisición del vino, el terciopelo, la seda, o cualesquier otros bienes consumidos únicamente por los ricos, no produce cambio alguno en el nivel de la tasa de ganancia. Marx sostiene que esta tesis es falsa, y cree que se basa en una confusión de la tasa de plusvalía con la tasa de ganancia.

Porque son precisamente estos errores aritméticos, es decir, una confusión de los valores con los precios, lo que conduce a Marx a su construcción errónea de la tasa general de ganancia, y de aquí a su injustificado ataque sobre la tesis de Ricardo, que tiene una significación esencial cuya importancia va más allá de toda calificación por alta que ésta sea. Comparando con la posición de Ricardo, el punto de vista de Marx representa un decidido retroceso”. (1907,ii, Ps. 32-33).

El asunto tuvo su origen, pues, en el “problema de la transformación”, al que ha permanecido indisolublemente unido. El hecho de que, desarrollando las contribuciones de Dimitriev y Tugan Baranowsky, Bortkiewicz haya formulado por vez primera el modelo básico que debe usarse para la solución al problema de la transformación no ha sido ajeno, por supuesto, a la rotunda aceptación que ha encontrado su tesis sobre la tasa de ganancia, tanto o más sobresaliente cuanto que se refiere al éxito teórico no solamente en parte del campo no marxista sino también entre algunos de los teóricos modernos más sobresalientes del campo marxista. Así, por ejemplo, acerca de la conclusión de Bortkiewicz, después de una minuciosa exposición, Paul Sweezy concluye:

“Marx hubiese aceptado que esta proposición es válida con respecto a la tasa de plusvalía, pero su método de transformar los valores en precios lo condujo a creer que no era aplicable a la tasa de ganancia. Como lo hizo notar Bortkiewicz, sin embargo, el resultado está de acuerdo con la teoría de las ganancias de Ricardo y la crítica de Marx a Ricardo sobre este punto era injusta”. (1942, p. 138).

En su análisis, simplificación y generalización del modelo de Bortkiewicz, Winternitz concluye:

“La fórmula muestra que la tasa de ganancia en el Departamento III, que produce los bienes de consumo para la clase capitalista, y la cantidad de capital invertido en el mismo no tienen influencia sobre la tasa media de ganancia. Esta es una interesante tesis sobre la cual Bortkiewicz ya ha llamado la atención”. (1948, p. 279).

Maurice Dobb, por su parte, se limita a anotar:

“Una cosa curiosa en su solución (de Bortkiewicz), que ha dado origen a algunas discusiones, es que pone de manifiesto que la tasa de beneficio depende exclusivamente de las condiciones de producción... en los sectores que producen respectivamente bienes de capital y bienes de salario. las circunstancias del tercer sector, que produce artículos suntuarios para el consumo capitalista, son irrelevantes”. (1973, p. 179).

En sus lecciones de Teoría Económica Marxista, M. Desai dice de la transformación de Bortkiewicz, sin consideraciones ulteriores:

“Adviértase que la composición orgánica del Departamento III no influye en la tasa de ganancia”. (1974, p. 82).

Otros autores que han dedicado estudios específicos al problema de la transformación, como Meek (1956, 1977), Emmanuel (1972) y Shaikh (1977), no abordan explícitamente el punto en debate, pero al utilizar sin modificaciones esenciales el modelo básico de Bortkiewicz terminan arribando a los mismos resultados sobre la relación entre la tasa media de ganancia y los sectores no básicos (o Departamento III en dicho modelo). pero la apoteosis de la demostración de Bortkiewicz fué la publicación del libro de Sraffa en 1960. Allí en la que suele considerarse la obra moderna de mayor autoridad sobre el tema, se afirma:

“Debe anotarse que la ausencia de las industrias no básicas del sistema Patrón no impide que este sea equivalente en sus efectos al sistema original puesto, que como hemos visto (sección 6), su presencia o ausencia no hace diferencia alguna en cuanto a la determinación de los precios y la tasa de ganancia”. (Sraffa, 1960, Secc. 35).

Sraffa ofrece pues una prueba, con base en un modelo más general y complejo, del mismo punto de Bortkiewicz. Esta de más mencionar que prestigiosos autores de tradición neoclásica, como Samuelson (1971), se muestran completamente de acuerdo.

Solamente un autor advirtió sobre los peligros de no profundizar lo suficiente en el análisis de la demostración de Borkiewicz. En efecto, en 1948 Kenneth May puso de presente:

“Aunque la solución de Winternitz es en otros aspectos diferente de la Borkiewicz, aquel deriva la misma fórmula para la tasa media de ganancia. Puesto que Winternitz no supone que los valores satisfacen condiciones de equilibrio, no puede decirse como anteriormente que la tasa de ganancia depende de todos los tres departamentos. por otra parte, no puede concluirse que es independiente del tercer departamento. Todo depende de si los valores originales de los tres departamentos son, de hecho, independientes o no. Ellos pueden aún estar relacionados si las condiciones de equilibrio no se satisfacen, y no se hacen independientes meramente porque fallemos en escribir algunas relaciones explícitas entre ellos. Si la independencia de los valores es explícitamente supuesta o, lo que pienso improbable, probada mediante un argumento económico, entonces la independencia de la ganancia sale de la fórmula. Tal como están las cosas, la conclusión es meramente el resultado del supuesto implícito de que las variables son independientes hasta que se demuestre lo contrario”. (1948, p. 599).

Entonces, reconstruyendo el proceso, se tiene que en primera instancia Borkiewicz deriva su conclusión de una fórmula que surge de la transformación. De lo que no se dió cuenta fué de que, al describir las condiciones de la reproducción simple, tal como las supone en su modelo original, establecía una relación de los sectores I y II (básicos) con III (no básico), la cual, mirada desde un punto de vista, ponía en entredicho su propia conclusión sobre la independencia entre las tasas de ganancia y el sector III. Pues, aunque explícitamente la fórmula mostraba que la tasa de ganancia dependía sólo de los sectores I y II, si éstos se hallaban necesariamente relacionados con el sector III, por medio de las condiciones de equilibrio de la reproducción simple, entonces no resultaba lícito concluir que la tasa de ganancia era en absoluto independiente del sector III.

Pero al concentrarse en la fórmula de la tasa de ganancia, Borkiewicz pasó por alto esta objeción. Tampoco cayó en la cuenta de ella Sweezy (1942) en su análisis de la transformación de Borkiewicz. Solamente Maurice Dobb vino a establecer este punto en 1943, en su reseña del libro de Sweezy (1942), tal como May (1948) lo indica. Sin embargo, Winternitz (1948) eliminó la objeción de Dobb al demostrar que Borkiewicz “hace supuestos injustificados e innecesarios” y que, entre ellos, las condiciones de la reproducción simple “no son relevantes”

para este problema de la transformación (p. 278). Así, al probar que el modelo de Bortkiewicz es en realidad independiente de las condiciones específicas de reproducción del sistema económico, y que suponer estas condiciones constituye un paso innecesario dentro de la transformación, Winternitz terminó removiendo la objeción de Dobb y generalizando de manera al parecer definitiva el argumento de Bortkiewicz sobre la tasa de ganancia. Es en este momento cuando May (1948), analizando el artículo de Winternitz (1948), entra a subrayar sus verdaderas implicaciones, tal como fué citado antes. Infortunadamente, May abandona el asunto sin intentar una demostración en sentido contrario o una refutación de carácter concluyente.

Quizá ello explique por qué las advertencias de May no hubieran recibido toda la tención que merecían y aun que Samuelson haya escrito:

“Winternitz (1948) correctamente señala que los bienes de lujo, tales como los del Departamento III, que no contribuyen directa ni indirectamente a la producción de bienes de subsistencia, pueden ser ignorados en la determinación de la tasa de ganancia de explotación; K, May (1948), por razones no claras, parece negar esto, pero ningún autor subsecuente lo sigue en este respecto”. (1971, p. 428).

Del proceso reseñado resulta evidente entonces que el verdadero reto no radica en el modelo original de Bortkiewicz, que innecesariamente expone a la objeción de Dobb su argumento sobre las bases de unas condiciones de reproducción simple totalmente superfluas y ajenas al problema, sino la generalización que del modelo de Bortkiewicz deriva Winternitz, el cual podría denominarse modelo Bortkiewicz-Winternitz o “Modelo Básico de Bortkiewicz”, ya que extirpa del original lo supérfluo y lo deja en su verdadera esencia. Una ventaja adicional en la depuración de Winternitz consiste en la mayor simplicidad matemática de los ejemplos, aunque es necesario aclarar que las soluciones matemáticas, tanto generales en el sentido algebraico, como específicas, en el sentido aritmético, son *idénticas* a las del modelo original de Bortkiewicz. Esto contribuye a resaltar el hecho de que el Modelo Básico en nada modifica el Modelo Original al que, por el contrario, aclara en su verdadera identidad e implicaciones.

Puesto que ya en otra parte he expuesto las inconsistencias de la tesis de Sraffa sobre la no influencia de los no -básicos en la determinación de la tasa de ganancia y los precios de los básicos, así como lo erróneo de sus conclusiones al respecto-1/, aquí me limitaré a exponer la naturaleza de las desviaciones de Bortkiewicz sobre el mismo tema.

---

1/ Cuevas H., 1980, 1984,i, 1985,i y ii.

## 2. EL MODELO BASICO DE BORTKIEWICZ

Es suficientemente conocido que la contribución fundamental del modelo de Bortkiewicz a la transformación de valores en precios de producción es haber logrado captar la interacción simultánea entre los precios de los inputs y los de los outputs, cosa que Marx alcanzó a esbozar de manera muy general en el Capítulo XII del Volumen III de *El Capital*, pero que nunca llegó a desarrollar. Bortkiewicz parte del reconocimiento, formulado por Marx en dicho capítulo, de que un cálculo correcto de los precios de producción implica partir del hecho de que los inputs, particularmente los medios de producción y los bienes de consumo de los trabajadores, son comprados y vendidos a sus precios de producción, como cualquier mercancía. No obstante, los ejemplos de Marx sobre la transformación, en su popular Capítulo IX del Volumen III, se conforman con adicionar a los *valores* de los inputs la ganancia media, es decir, suponen que los inputs no se venden por sus precios de producción sino por sus valores, supuesto insostenible dado que todo el procedimiento conduce precisamente a comprobar la naturaleza de la divergencia cuantitativa entre los precios de producción y los valores para las mercancías. Con su modelo, Bortkiewicz se propuso entonces corregir la deficiencia del estado en que Marx dejó la transformación. Para ello recurre al "método matemático", como le gusta denominarlo. arribando así a su famoso sistema de tres ecuaciones simultáneas en cuatro incógnitas.

Este determina todos los precios *relativos* y la tasa de ganancia, aunque para definir los precios *absolutos*, comparables en términos del magnitud con los valores haría falta una cuarta ecuación que, a partir del trabajo de Seton (1957), ha sido denominada adecuadamente como la *invariante*. Lo fundamental del debate moderno sobre la transformación se ha centrado precisamente alrededor de esta invariante y sus implicaciones, a lo que se ha llamado "problema de la transformación".

Puesto que el objetivo de la presente discusión radica en la teoría de Bortkiewicz sobre la tasa de ganancia, y ésta, así como sus implicaciones, se deduce del sistema de tres ecuaciones, es decir, sin conexión con cualquier invariante que se adopte, no se requiere por el momento profundizar en el último punto. Ya anteriormente he presentado un estudio específico acerca de las invariantes en el "problema de la transformación" y sus implicaciones-2/.

---

2/ Cuevas H. (1980) y (1984, ii).

Bortkiewicz empieza clasificando las mercancías producidas en tres clases o "sectores": medios de producción (I), bienes de consumo para los trabajadores (II) y bienes de "lujo" o de consumo para los capitalistas (III). Las dos primeras (I y II) constituyen industrias básicas puesto que entran directa o indirectamente en la producción de los bienes-salario y, por lo tanto, en la determinación del salario real y en la producción de todos los bienes de la economía. De otro lado, III tipifica las industrias no básicas, pues su producción no entra en la producción de bienes-salario ni, por consiguiente, en la de los bienes de la economía. En otras palabras, para la producción de I, II y III se requiere de I y II, mientras que III no es un prerrequisito para la producción de I y II.

Recurriendo a la fórmula general del valor de Marx, el valor anual, digamos, de la producción en el sector I ( $W_1$ ), es

$$W_1 = C_1 + V_1 + P_1$$

donde  $C_1$  representa el valor del capital constante consumido en el sector productor de medios de producción, durante el año en cuestión;  $V_1$  el valor del capital variable y  $P_1$  la plusvalía generada en dicho sector.

De un modo similar, para II y III se tiene:

$$W_2 = C_2 + V_2 + P_2$$

$$W_3 = C_3 + V_3 + P_3$$

Ahora bien, el problema que se plantea es el de cómo obtener los precios de producción a partir de los valores anteriormente descritos, todos los cuales se consideran parámetros básicos. De esta manera, si se llama  $x$  a la proporción entre el precio de producción y el valor del sector I,  $y$  a la proporción del sector II y  $z$  a la del sector III, se tiene que

$$\text{Precio de producción de I} = W_1 \cdot x$$

$$\text{Precio de producción de II} = W_2 \cdot y$$

$$\text{Precio de producción de III} = W_3 \cdot z$$

Todos los medios de producción se originan en el sector I. Por tanto, la proporción entre el precio de producción y el valor del capital constante consumido en cada sector deberá ser también  $x$ . Es decir, multiplicando por  $x$  el valor del capital constante consumido en cada

sector se obtiene su respectivo equivalente para el caso en que los medios de producción sean adquiridos a sus precios de producción. Siguiendo un razonamiento similar, al multiplicar por  $y$  el valor del capital variable consumido en cada sector se obtiene el respectivo equivalente para el caso en que los bienes-salario se vendan a sus precios de producción, ya que tales bienes son producidos por el sector II-3/. Por consiguiente, cuando las mercancías se venden por sus precios de producción, los precios de costo para cada sector serán:

$$\text{I) } C_1 \cdot x + V_1 \cdot y$$

$$\text{II) } C_2 \cdot x + V_2 \cdot y$$

$$\text{III) } C_3 \cdot x + V_3 \cdot y$$

Adicionando la ganancia media a los precios de costo se deducen los precios de producción. Por lo tanto, el paso que sigue se refiere a la ganancia media.

Si se llama  $g$  a la tasa general o media de ganancia, entonces la ganancia media ( $G$ ) se obtiene multiplicando por el capital invertido total ( $K$ ), ya que por definición  $g = G/K$ . Entonces,  $G_1 = g \cdot K_1$ ,  $G_2 = g \cdot K_2$  y  $G_3 = g \cdot K_3$ .

De otro lado, el capital invertido total es igual a la inversión en medios de producción, que es igual al gasto en capital constante si se supone, por mera simplicidad algebraica, que los medios de producción se consumen en un solo periodo, más la inversión en salarios. Es decir,  $K_1 = C_1 \cdot x + V_1 \cdot y$ ;  $K_2 = C_2 \cdot x + V_2 \cdot y$ ;  $K_3 = C_3 \cdot x + V_3 \cdot y$ .

Reemplazando en la fórmula para la obtención de la ganancia media, se observa entonces:

$$G_1 = (C_1 \cdot x + V_1 \cdot y); G_2 = (C_2 \cdot x + V_2 \cdot y); G_3 = (C_3 \cdot x + V_3 \cdot y).$$

Los precios de producción serán, por consiguiente:

$$\text{I) } C_1 \cdot x + V_1 \cdot y + g \cdot (C_1 \cdot x + V_1 \cdot y) = W_1 \cdot x$$

$$\text{II) } C_2 \cdot x + V_2 \cdot y + g \cdot (C_2 \cdot x + V_2 \cdot y) = W_2 \cdot y$$

$$\text{III) } C_3 \cdot x + V_3 \cdot y + g \cdot (C_3 \cdot x + V_3 \cdot y) = W_3 \cdot z.$$

---

3/ El lector no iniciado que encuentre apretada en exceso esta descripción del modelo de Bortkiewicz puede recurrir para una descripción más pausada, al Capítulo VII de la *Teoría del Desarrollo Capitalista*, de Paul M. Sweezy.

o factorizando:

$$I) (C_1 \cdot x + V_1 \cdot y) (1 + g) = W_1 \cdot x$$

$$II) (C_2 \cdot x + V_2 \cdot y) (1 + g) = W_2 \cdot y$$

$$III) (C_3 \cdot x + V_3 \cdot y) (1 + g) = W_3 \cdot z$$

Se arriba así al sistema básico de Bortkiewicz, constituido por tres ecuaciones independientes y cuatro incógnitas (x, y, z, g). Siguiendo el método de solución propuesto por Winternitz (1948) para las dos primeras ecuaciones, se tiene:

$$\frac{W_1 \cdot x}{C_1 \cdot x + V_1 \cdot y} \quad 1 + g \quad \frac{W_2 \cdot y}{C_2 \cdot x + V_2 \cdot y}$$

ó:

$$\frac{W_1 \cdot x}{C_1 \cdot x + V_1 \cdot y} = \frac{W_2 \cdot y}{C_2 \cdot x + V_2 \cdot y}$$

Esto es:

$$(W_1 \cdot C_2)x^2 + (W_1 \cdot V_2)xy = (C_1 \cdot W_2)xy + (V_1 \cdot W_2)y^2$$

Es decir:

$$(W_1 \cdot C_2)x^2 + (W_1 \cdot V_2 - C_1 \cdot W_2)xy - (V_1 \cdot W_2)y^2 = 0$$

Dividiendo por  $y^2$ ;

$$(W_1 \cdot C_2) (x/y)^2 + (W_1 \cdot V_2 - C_1 \cdot W_2) (x/y) - (V_1 \cdot W_2) = 0$$

Aplicando la fórmula para la ecuación cuadrática:

$$(x/y) = \frac{(C_1 \cdot W_2 - W_1 \cdot V_2) \pm \sqrt{(W_1 \cdot V_2 - C_1 \cdot W_2)^2 + 4(W_1 \cdot C_2) (V_1 \cdot W_2)}}{2(W_1 \cdot C_2)}$$

Reemplazando este valor en la tercera ecuación se encuentra, a su vez, el valor de (z/y) 4/. Y, conocidos x/y, así como z/y, todos los

$$4/ \quad 1 + g = \frac{V_3 \cdot z}{C_3 \cdot x + V_3 \cdot y} = \frac{V_1 \cdot x}{C_1 \cdot x + V_1 \cdot y} \Rightarrow \frac{V_3 (z/y)}{C_3 (x/y) + V_3} = \frac{V_1 (x/y)}{C_1 (x/y) + V_1} \Rightarrow z/y = \frac{W_1 (x/y) [C_3 (x/y) + V_3]}{W_3 [C_1 (x/y) + V_1]}$$

precios *relativos* del sistema quedan conformados. Es decir,  $W_1.x/W_2.y$ ,  $W_2.y/W_3.z$ , y por consiguiente,  $W_1.x/W_3.z$  son despejados. El sistema se ve pues resuelto en términos de precios relativos.

Con respecto a esta solución tan solo cabe subrayar por el momento que, de acuerdo por lo mostrado por la ecuación, el valor de  $x/y$  depende exclusivamente de los parámetros de los sectores I y II, sin que intervengan para nada los del sector III ( $C_3, V_3, W_3$ ). Esto se debe, a todas luces, a que el precio del sector III,  $z$ , no aparece como incógnita en las ecuaciones de los sectores I y II. No hay simetría con relación al valor  $z/y$ , ya que para despejarlo se requiere previamente del valor de  $x/y$ , dado el hecho de que tanto  $x$  como  $y$  entran como incógnitas en la ecuación del sector III. Tal conclusión implicaría, como lo advierte Bortkiewicz, y como razona también Sraffa, que los precios de los sectores básicos son independientes de los sectores no-básicos. Pero la verdadera importancia de dicha proposición estriba en que ella se encuentra indisolublemente ligada a la teoría de Bortkiewicz y de Sraffa sobre la posición de los no-básicos frente a la tasa de ganancia  $y$ , más aún, como se verá a continuación, constituye su verdadero fundamento.

### 3. LA DEMOSTRACION DE BORTKIEWICZ - WINTERNITZ

De la primera ecuación del sistema básico de Bortkiewicz se desprende que:

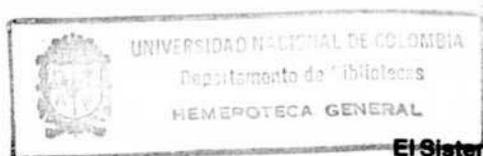
$$1 + g = \frac{W_1 \cdot x}{C_1 \cdot x + V_1 \cdot y}$$

O, dividiendo tanto el numerador como el denominador del quebrado por  $y$ :

$$g = \frac{W_1 \cdot (x/y)}{C_1 \cdot (x/y) + V_1} - 1$$

Lo cual demostraría que la tasa media de ganancia puede obtenerse únicamente de los parámetros de los sectores básicos (I y II), ya que, como se vio antes,  $x/y$  depende exclusivamente de los parámetros de los sectores I y II. En otras palabras, los sectores no-básicos (III) para nada influirían en la determinación de la tasa de ganancia. Así arribamos a la conclusión final.

Si se utiliza la segunda ecuación del sistema se concluye lo mismo, pues



$$g = \frac{W_2}{C_2 (x/y) + V_2} \cdot 1$$

donde solamente intervienen parámetros de los sectores I y II.

Por supuesto, conocidos los precios relativos, la tasa media de ganancia también puede deducirse del sector no-básico (III), ya que de la tercera ecuación del sistema

$$1 + g = \frac{V_3 \cdot z}{C_3 \cdot x + V_3 \cdot y} \cdot 1. \text{ Y por tanto, } g = \frac{W_3 (z/y)}{C_3 (x/y) + V_3} \cdot 1$$

Pero éste *no* es el punto. No se discute si la tasa media de ganancia puede derivarse o no de la ecuación de un sector no-básico; como siempre aparecerá aquella en la ecuación de los no-básicos, es evidente que su valor siempre podrá inferirse a partir de una de tales ecuaciones, si se saben los precios relativos de los básicos. Lo que verdaderamente cuenta es el hecho de que, de acuerdo con las ecuaciones de Bortkiewicz y Winternitz, la tasa media de ganancia sólo puede derivarse de una ecuación no-básica si se conocen los precios de los básicos. En contraste, ella puede desprenderse de las ecuaciones de los básicos con absoluta indiferencia (o ignorancia) de los no-básicos, tal como se demuestra al derivarla de la primera o la segunda ecuación del sistema. Es esto último lo que implica que la tasa media de ganancia sea en absoluto independiente de las industrias no-básicas. Es decir, que la estructura de estas industrias puede modificarse leve o radicalmente, o aun desaparecer completamente, sin que tales acontecimientos afecten en lo más mínimo la tasa media de ganancia del sistema económico. Esta conclusión se deduce necesariamente de la estructura misma del sistema de ecuaciones. Para no dejar duda alguna, Bortkiewicz se tomó el trabajo de comprobarla adicionalmente mediante ilustraciones experimentales.

#### 4. ILUSTRACIONES DE LA TESIS DE BORTKIEWICZ

Bortkiewicz (1907, i) construye varias ilustraciones para probar que, cuando se toman en cuenta los verdaderos efectos de las interacciones entre los precios de los inputs y los precios de los outputs, es decir, cuando se corrige la deficiencia básica de los ejemplos de la transformación de Marx, en su Capítulo IX, se advierte entonces que los cambios en la composición orgánica de las industrias no-básicas, aunque cambian en parte la composición orgánica global del sistema, en nada afectan la tasa de ganancia, invalidando de esa manera la tesis original de Marx y confirmando la suya. De acuerdo con esto, la concepción de Marx acerca de la relación entre la composición orgánica global y la tasa

media de ganancia, y por ende entre esta última y las industrias no-básicas, sería errónea debido precisamente a que fue formulada sin haber alcanzado a desarrollar de manera completa la transformación de valores en precios de producción. De hecho, Bortkiewicz contrasta los resultados que se alcanzarían mediante una transformación deficiente con los obtenidos por medio de la transformación que toma en cuenta las verdaderas interacciones. De este ejercicio concluye entonces no sólo que la teoría de Marx sobre la tasa de ganancia es errónea sino también que el error obedece meramente a que Marx no logró resolver las deficiencias del proceso de transformación que ilustra en el Capítulo IX, y de las cuales era consciente, como más arriba se ha reseñado.

Para no tener que reproducir casi en su totalidad el artículo de Bortkiewicz, simplemente se utilizará su ejemplo original, desarrollado a partir de éste los dos casos básicos que ilustran más que suficientemente su tesis, sin tener que hacer un recorrido literal a través de sus acrobacias algebraicas y aritméticas.

#### *Caso Original*

El ejemplo original de Bortkiewicz, que especifica todos los valores y sus componentes, de los cuales se parte para el cálculo de los precios es:

#### *Caso original - Cálculo de los valores*

Sector	Capital Constan- te (C)	Capital Varia- ble (V)	Plusva- lía (P)	Valor (W)	Composic. Orgáni- ca (o)	g 6/
I	225	90	60	375	0,714 5/	
II	100	120	80	300	0,455	
III	50	90	60	200	0,357	
Total	375	300	200	875	0,555...	0,296

Ahora, según el deficiente proceso de transformación de Marx en el Capítulo IX, los precios de producción correspondientes serían los mostrados por la siguiente tabla:

5/ Proporción del capital constante dentro del capital total ( $C/(c + v)$ ).

6/ Plusvalía total sobre capital total.

*Caso Original-Transformación Deficiente-Cálculo de los Precios  
según Capítulo IX*

Sector	Capital Const. (C)	Capital Varia- ble (V)	Ganancia Media (G)	Precio de Produc. (W')	Comp. Orgánica	(o) g
I	225	90	93 2/7	408 9/27	0,714	
II	100	120	65 5/27	285 5/27	0,455	
III	50	90	41 13/27	181 13/27	0,357	
Total	375	300	200	875	0,555...	0,296

Como se observa, en la transformación deficiente las magnitudes de los capitales variable y constante se conservan, en términos de precios, idénticas a las del cálculo en términos de valores. Debido a esta deficiencia, que no toma en cuenta el hecho de que los medios de producción y los bienes-salario tienen que venderse a sus precios y no a sus valores, los precios de producción resultan simplemente de sustituir, en la misma tabla de los valores, la plusvalía por la ganancia media. Esta, a su vez, no es otra cosa, para cada sector, que una proporción de la plusvalía total, idéntica a la proporción del capital de cada sector ( $C_i + V_i$ ) dentro del capital total ( $C + V$ ).

*Transformación de Bortkiewicz - Caso Original*

De otro lado, corrigiendo dicha deficiencia, es decir, tomando en cuenta las interacciones que detalla el modelo de Bortkiewicz, se encuentra, al aplicar la fórmula deducida en la sección 2 para los precios relativos, que:

$$x/y = 1,2 \quad , \quad z/y = 0,9375$$

Conocidos éstos, entonces, de la fórmula para la tasa media de ganancia para la sección 3, se encuentra que:

$$g = 0,25$$

De acuerdo con lo anterior, la composición orgánica global (o) en la tabla correcta de precios (según Bortkiewicz) sería  $375x / (375x + 300y) = 375 (x/y) / (375 (x/y) + 300) = 0,6$ .

Con estos datos iniciales puede pasarse, ahora, al campo de los experimentos.

media de ganancia, y por ende entre esta última y las industrias no-básicas, sería errónea debido precisamente a que fue formulada sin haber alcanzado a desarrollar de manera completa la transformación de valores en precios de producción. De hecho, Bortkiewicz contrasta los resultados que se alcanzarían mediante una transformación deficiente con los obtenidos por medio de la transformación que toma en cuenta las verdaderas interacciones. De este ejercicio concluye entonces no sólo que la teoría de Marx sobre la tasa de ganancia es errónea sino también que el error obedece meramente a que Marx no logró resolver las deficiencias del proceso de transformación que ilustra en el Capítulo IX, y de las cuales era consciente, como más arriba se ha reseñado.

Para no tener que reproducir casi en su totalidad el artículo de Bortkiewicz, simplemente se utilizará su ejemplo original, desarrollado a partir de éste los dos casos básicos que ilustran más que suficientemente su tesis, sin tener que hacer un recorrido literal a través de sus acrobacias algebraicas y aritméticas.

#### *Caso Original*

El ejemplo original de Bortkiewicz, que especifica todos los valores y sus componentes, de los cuales se parte para el cálculo de los precios es:

#### *Caso original - Cálculo de los valores*

Sector	Capital Constan- te (C)	Capital Varia- ble (V)	Plusva- lía (P)	Valor (W)	Composic. Orgáni- ca (o)	g 6/
I	225	90	60	375	0,714 5/	
II	100	120	80	300	0,455	
III	50	90	60	200	0,357	
Total	375	300	200	875	0,555...	0,296

Ahora, según el deficiente proceso de transformación de Marx en el Capítulo IX, los precios de producción correspondientes serían los mostrados por la siguiente tabla:

5/ Proporción del capital constante dentro del capital total ( $C/(c + v)$ ).

6/ Plusvalía total sobre capital total.

*Caso Original-Transformación Deficiente-Cálculo de los Precios  
según Capítulo IX*

Sector	Capital Const. (C)	Capital Variable (V)	Ganancia Media (G)	Precio de Produc. (W')	Comp. Orgánica	(o) g
I	225	90	93 2/7	408 9/27	0,714	
II	100	120	65 5/27	285 5/27	0,455	
III	50	90	41 13/27	181 13/27	0,357	
Total	375	300	200	875	0,555...	0,296

Como se observa, en la transformación deficiente las magnitudes de los capitales variable y constante se conservan, en términos de precios, idénticas a las del cálculo en términos de valores. Debido a esta deficiencia, que no toma en cuenta el hecho de que los medios de producción y los bienes-salario tienen que venderse a sus precios y no a sus valores, los precios de producción resultan simplemente de sustituir, en la misma tabla de los valores, la plusvalía por la ganancia media. Esta, a su vez, no es otra cosa, para cada sector, que una proporción de la plusvalía total, idéntica a la proporción del capital de cada sector ( $C_i + V_i$ ) dentro del capital total ( $C + V$ ).

*Transformación de Bortkiewicz - Caso Original*

De otro lado, corrigiendo dicha deficiencia, es decir, tomando en cuenta las interacciones que detalla el modelo de Bortkiewicz, se encuentra, al aplicar la fórmula deducida en la sección 2 para los precios relativos, que:

$$x/y = 1,2 \quad , \quad z/y = 0,9375$$

Conocidos éstos, entonces, de la fórmula para la tasa media de ganancia para la sección 3, se encuentra que:

$$g = 0,25$$

De acuerdo con lo anterior, la composición orgánica global (o) en la tabla correcta de precios (según Bortkiewicz) sería  $375x / (375x + 300y) = 375 (x/y) / (375 (x/y) + 300) = 0,6$ .

Con estos datos iniciales puede pasarse, ahora, al campo de los experimentos.

*Primer Experimento. Cambios en la Composición Orgánica del Sector III*

Supóngase que la composición orgánica del sector III aumenta en la tabla de valores del caso original, como resultado de que su capital variable disminuye de 90 a 10 (véase Tabla respectiva).

CALCULO DE LOS VALORES - PRIMER EXPERIMENTO

Sector	C	V	P	W	O	g
I	225	90	60	375	0,714	
II	100	120	80	300	0,455	
III	50	10	6,67	66,67	0,833	
Total	375	220	146,67	741,67	0,63	0,2465

Una consecuencia evidente es que el capital variable total se reduce de 300 a 220 y la composición orgánica global del sistema se eleva a  $375/(375 + 220) = 0,63$ . Por otra parte, puesto que la tasa de plusvalía es  $200/300 = 2/3$ , la plusvalía producida dentro del sector III disminuye de 60 a 6.67. Por lo tanto, la plusvalía total baja de 200 a 146,67.

Según la deficiente transformación de Marx, la nueva situación en la tabla de los precios sería:

*Transformación Deficiente - Cálculo de los Precios - Primer Experimento*

Sector	C	V	G	W'	o	g
I	225	90	77,65	392,65	0,714	
II	100	120	54,23	274,23	0,455	
III	50	10	14,79	74,79	0,833	
Total	375	220	146,67	741,67	0,63	0,2465

Como se observa, de acuerdo con lo esperado por Marx, el aumento de la composición orgánica del capital del sector III (desde 0,357 a 0,833), al hacer aumentar la composición orgánica global (de 0,555... a 0,63), termina reduciendo la tasa de ganancia, de 0,296 a 0,247. (Obviamente, como lo exigen las condiciones de la hipótesis de Marx, la tasa de plusvalía se mantiene constante en este caso:  $2/3$  en la tabla de valores y  $2/3$  en la tabla de precios).

### *Transformación de Bortkiewicz — Primer Experimento*

Ahora, aplicando a la nueva situación de la tabla de valores el sistema de Bortkiewicz y sus respectivas fórmulas, que permiten despejar "correctamente" los precios relativos y la tasa media de ganancia, es decir, con los cambios introducidos en el sector III, se encuentra que:

$$x/y = 1,2 ; z/y = 1,3124 ; g = 0,25$$

De acuerdo con estos precios la nueva composición orgánica global del capital sería, en el sistema de Bortkiewicz,  $375x / (375x + 220y) = 375 (x/y) / (375 (x/y) + 220) = 0,6716$ .

Es decir, la composición orgánica global ha aumentado de 0,60 A 0,67;  $z/y$  también ha aumentado (de 0,9375 a 1,3124), pero  $x/y$  (1,2) y  $g$  (0,25) no han sufrido ni la más leve alteración (7).

Por consiguiente, quedaría comprobado que cuando se tienen en cuenta las verdaderas interacciones de los precios (sistema de Bortkiewicz), contrariamente a lo esperado por Marx, un aumento de la composición orgánica global, ocasionada por un aumento de la composición orgánica de las industrias no-básicas, *no* modifica la tasa media de ganancia. Es decir, ésta no se vería influenciada por los cambios en las condiciones de producción de las industrias no-básicas (III). Por otra parte, los precios de las industrias básicas ( $x/y$ ) tampoco resultarían afectados por estos cambios. El aumento en la composición orgánica de las industrias no-básicas ejercería exclusivamente un efecto sobre su propio precio ( $z/y$ ), pero dejaría incólumes tanto los precios de los sectores básicos ( $x/y$ ) como la tasa media de ganancia. Con esto, la ley general de Marx de que con una tasa de plusvalía dada, *todo* incremento en la composición orgánica global del capital reduce la tasa de ganancia, quedaría, pues, rota.

Evidentemente, si la composición orgánica del capital del sector III baja en vez de acrecentarse al repetir el mismo procedimiento se encuentra que, resolviendo el sistema de Bortkiewicz, la composición orgánica global se reduce pero los precios de los básicos ( $x/y$ ) y la tasa media de ganancia no sufren alteración alguna. La conclusión general de que los no-básicos no afectan los precios de los básicos ni la tasa media de ganancia, y de que ésta permanece constante aún ante disminuciones de la composición orgánica global, rompiéndose así la norma establecida por Marx, se ve pues confirmada.

---

7/ Véanse los valores de  $x/y$ ,  $z/y$ ,  $g$  del "caso original", según la transformación de Bortkiewicz.

*Segundo Experimento. Extirpación del Sector III*

Un experimento que aclara de manera aún más radical la tesis de Bortkiewicz consiste en la completa extirpación de los no-básicos de la tabla original de valores. Fue quizás la suplerflua preocupación de Bortkiewicz por las condiciones de reproducción simple lo único que impidió que alcanzara la etapa verdaderamente conclusiva de su tesis. En cambio Sraffa fundamenta nada menos que las proporciones de su mercancía patrón sobre una extirpación radical de tal naturaleza.

El argumento de Sraffa, que ha inspirado este experimento, afirma que cuando se elimina cualquier sector no-básico del sistema, junto con la ecuación desaparece también una incógnita, que es precisamente el precio de tal producto no-básico. De esta manera, el número de ecuaciones que se borra es idéntico al de incógnitas eliminadas, y por lo tanto, el conjunto restante de ecuaciones sigue formando un sistema plenamente determinado, pues contiene tantas ecuaciones como incógnitas. No ocurrirá lo mismo al extirpar un sector básico. Pues se elimina una ecuación pero no la incógnita de su propio precio, ya que ésta permanece en las ecuaciones de los restantes sectores debido a que dicho producto básico entra como medio de producción o como bien-salario en la producción de las otras mercancías.

Así, en el sistema básico de Bortkiewicz, de la sección 2, conformado por dos ecuaciones de sectores básicos (I y II) y una ecuación de un sector no-básico (III), se tendría, al eliminar el sector III, que junto con su ecuación desaparece  $z$  como incógnita del sistema. El sistema resultante quedaría conformado por:

$$\text{I) } (C_1 \cdot x + V_1 \cdot y) (1 + g) = W_1 \cdot x$$

$$\text{II) } (C_2 \cdot x + V_2 \cdot y) (1 + g) = W_2 \cdot y$$

que, sin tener en cuenta a  $g$  como en el argumento de Sraffa, contendría dos ecuaciones independientes (I y II) y otras tantas incógnitas ( $x$ ,  $y$ ).

En cambio, si se suprimiera el sector I (o el II) desaparecería una ecuación pero ninguna incógnita, puesto que  $x$  (o  $y$ ) permanecería como incógnita en las ecuaciones II y III (o I y III).

La solución de este sistema conformado únicamente por las ecuaciones I y II, después de eliminar el sector no-básico (III), se obtiene fácilmente despejando  $(1 + g)$  en ambas ecuaciones. Es decir,

$$\frac{W_1 \cdot x}{C_1 \cdot x + V_1 \cdot y} = 1 + g = \frac{W_2 \cdot y}{C_2 \cdot x + V_2 \cdot y}$$

Basta con repasar en la sección 2 el método de solución de Winternitz al sistema básico de Bortkiewicz en tres ecuaciones, para comprobar que la anterior igualdad es idéntica a la que se establece allí como punto de partida para encontrar el valor de  $(x/y)$ . Esto evita tener que repetir exactamente los mismo pasos de álgebra. Por consiguiente, la solución  $x/y$  al sistema de los solos sectores I y II es idéntica a la solución de  $x/y$  al sistema de los tres sectores, I, II y III.

Ahora bien, de la ecuación I del sistema de dos ecuaciones básicas, recién descrito, después de eliminar el sector III, se tiene:

$$1 + g = \frac{W_1 (x/y)}{C_1 (x/y) + V_1}$$

Y de la ecuación II del mismo sistema:

$$1 + g = \frac{W_2}{C_2 (x/y) + V_2}$$

Pero estas soluciones para la tasa de ganancia son idénticas a las encontradas en la sección 3 para el sistema completo de tres ecuaciones. Por consiguiente, tanto los precios de los básicos  $(x/y)$  como la tasa media de ganancia permanecerían inalterados al extirpar de plano los sectores no-básicos.

Veamos, con el ejemplo específico:

#### CALCULO DE LOS VALORES - SEGUNDO EXPERIMENTO

Sector	C	V	P	W	O	g
I	225	90	60	375	0,714	
II	100	120	80	300	0,455	
Total	325	210	140	675	0,6075	0,2617

#### *Transformación Deficiente - Cálculo de los Precios Segundo Experimento*

Sector	C	V	Ganancia	Precio	O	g
I	225	90	82,43	397,43	0,714	
II	100	120	57,57	277,57	0,455	
Total	325	210	140	675	0,6075	0,2617

*Transformación de Bortkiewicz - Segundo experimento*

$$x/y = 1,2 \quad g = 0,25 \quad o = 0,65$$

De acuerdo con Marx, al quitar el sector III de la tabla de valores del caso original, la composición orgánica global será  $C / (C + V) = 325 / (325 + 210) = 0,607$ .

Es decir, la composición orgánica global aumenta desde 0,555, como resultado de la eliminación del sector III. Según el sistema de Bortkiewicz, la composición orgánica global pasa de 0,60, en el caso original, a  $325x / (325 + 210y) = 325(x/y) / (325(x/y) + 210) = 0,65$ , es decir, también se incrementa.

Sin embargo, de acuerdo con la deficiente transformación de Marx la tasa de ganancia disminuye de 0,296 a 0,262, mientras que de acuerdo con la transformación completa de Bortkiewicz la tasa de ganancia (0,25) y los precios de los básicos ( $x/y = 1,2$ ) permanecen invariables ante la extirpación del sector III. (Veáse la transformación de Bortkiewicz para el caso original).

Una vez más, por lo tanto, se comprobaría que la tasa de ganancia puede mantenerse constante aunque varíe la composición orgánica global, y que tanto los precios de los básicos como la tasa media de ganancia son independientes de los no-básicos. Pero ahora, con la ayuda de Sraffa, la tesis ha sido llevada hasta sus últimas consecuencias: en las palabras del mismo Sraffa, "su presencia o ausencia (de las industrias no-básicas) no hace diferencia alguna en cuanto a la determinación de los precios y la tasa de ganancia". De acuerdo con esto, la teoría de Marx sobre los determinantes de la tasa de ganancia quedaría definitivamente invalidada.

## 5. EL ERROR FUNDAMENTAL EN LA TESIS DE BORTKIEWICZ

De acuerdo con el sistema de Bortkiewicz, la ganancia total ( $G$ ), que se obtiene sustrayendo del precio global de la producción ( $W_1 x + W_2 y + W_3 z$ ) los costos totales, es decir, los costos por medios de producción ( $C_1 x + C_2 x + C_3 x$ ) y por pagos de salarios ( $V_1 y + V_2 y + V_3 y$ ), puede escribirse como:

$$G = \frac{W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy}{Cx + Vy}$$

Por otra parte, el capital total invertido (K) es  $C_1x + C_2x + C_3x + V_1y + V_2y + V_3y = Cx + Vy$ . Por consiguiente, la tasa media o general de ganancia en el sistema de precios de producción ( $g' = G/K$ ) es igual a:

$$g' = \frac{W_1x + W_2y + W_3z - Cx - Vy}{Cx + Vy}$$

Multiplicando y dividiendo la anterior expresión por  $Vy$ , resulta:

$$g' = \left( \frac{W_1x + W_2y + W_3z - Cx - Vy}{Vy} \right) \left( \frac{Vy}{Cx + Vy} \right)$$

La primera expresión entre paréntesis, a la izquierda, es la proporción o cuota de la remuneración al capital (ganancia total,  $G$ ) con respecto a la remuneración al trabajo (salarios o capital variable totales,  $Vy$ ). Por consiguiente, corresponde a la tasa de plusvalía en el sistema de precios de producción ( $p'$ ). (En el ejemplo original Bortkiewicz subraya este aspecto, tanto que se las ingenia para escoger una variante y unas condiciones de reproducción que le garanticen que la remuneración al capital en el sistema de precios de producción sea idéntica a la remuneración al capital en el sistema original de valores).

La segunda expresión entre parentesis corresponde a la diferencia entre la unidad y la composición orgánica del capital, también en el sistema de precios de producción ( $o'$ ).

En efecto,

$$1 = \frac{Cx + Vy}{Cx + Vy} = \frac{Cx}{Cx + Vy} + \frac{Vy}{Cx + Vy}$$

de donde

$$\frac{Vy}{Cx + Vy} = 1 - \frac{Cx}{Cx + Vy} = 1 - o'$$

Por tanto, de acuerdo con el sistema de Bortkiewicz:

$$g' = p' \cdot (1 - o')$$

No puede negarse que, al involucrar esta condición como la determinante de su sistema, Bortkiewicz fue plenamente consecuente con su objetivo básico: "verificar si Marx se equivocó y dónde, sin subvertir sin embargo su planteo del problema" (1907, i, p. 191). Pues, en efecto, esta formulación del problema de los determinantes de la tasa de ganancia no subvierte en lo más mínimo el planteo de Marx.

Comprobarlo resulta en extremo fácil. De acuerdo con Marx, en el sistema original de valores la tasa de ganancia ( $g$ ) es igual a la plusvalía total ( $P$ ) dividida por el capital total ( $C_1 + C_2 + C_3 + V_1 + V_2 + V_3 = C + V$ ). Es decir:

$$g = \frac{P}{C + V}$$

Dado que define la tasa de plusvalía como  $p = P/V$ , de donde resulta

$$P = p \cdot V, \text{ se tiene:}$$

$$g = p \cdot \frac{V}{C + V}$$

Puesto que  $\frac{C}{C + V} + \frac{V}{C + V} = 1$ , entonces

$$\frac{V}{C + V} = 1 - \frac{C}{C + V} = 1 - 0$$

dado que  $(C/C + V)$  es la composición orgánica del capital ( $0$ ) en el sistema de valores. Marx concluye entonces que

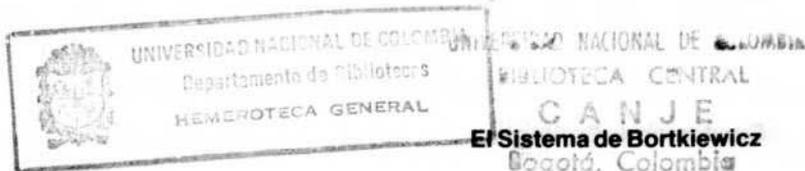
---


$$g = p (1 - 0)$$


---

Y esta conclusión de Marx no se modifica en lo más mínimo con su deficiente transformación de valores en precios de producción ya que, como se ha visto tanto  $C$  como  $V$  y la remuneración total al capital o ganancia total, es decir, todos los componentes de la fórmula, permanecen sin alteración alguna en dicha transformación. Con el sistema de Bortkiewicz se llega, pues, a generalizar la conclusión de Marx para el caso de la transformación completa, libre de la deficiencia tantas veces señalada.

Si el sistema de Bortkiewicz establece una relación inversa entre la composición orgánica del capital y la tasa de ganancia, *dada una tasa de plusvalía*, tal como lo indica la fórmula  $g' = p' (1 - 0)$ , conclusión idéntica a la de Marx con respecto a los determinantes de la tasa de ganancia, es apenas lógico concluir que la tesis de Bortkiewicz acerca de que la composición orgánica global puede cambiar y, sin embargo, la tasa de ganancia permanece constante, completamente opuesta a la de Marx, solamente pudo surgir de movimientos en  $p'$ : experimento compensatorio de los movimientos en  $0'$ .



No es necesario ir demasiado lejos para comprobar que, efectivamente el sistema de Bortkiewicz da lugar a movimientos compensatorios en la tasa de plusvalía. Basta con retomar la fórmula de esta última a la luz de la fórmula arriba establecida para la tasa de ganancia:

$$p' = \frac{W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy}{Vy}$$

Dividiendo por  $y$  el numerador y el denominador:

$$p' = \frac{W_1 (x/y) + W_2 + W_3 (z/y) - C (x/y) - V}{V}$$

Como Bortkiewicz mismo demostró, y también Winternitz, al modificarse la composición orgánica del sector III,  $x/y$  y obviamente los parámetros  $W_1, W_2, C_1, C_2, V_1, V_2$  permanecen constantes (véanse secciones 2, 3 y 4). Pero  $z/y$ , y obviamente  $W_3, C$  y  $V$ , resultan distintos. Por consiguiente,  $p'$  queda transformado con los cambios en la composición orgánica del sector III.

El caso de extirpación radical del sector III aparece más claro.  $W_3$  se convierte en cero, mientras que  $C$  y  $V$  disminuyen. Es evidente que, con  $W_1, W_2$  y  $x/y$  constantes,  $p'$  no puede continuar invariable ante estas variaciones.

Para observar lo anterior en la práctica, basta volver a los experimentos que ilustran la tesis de Bortkiewicz. Los resultados del sistema de Bortkiewicz para  $p'$  (aplicando la fórmula recién descrita) son:

$p'$	Caso Original	1er. Experimento	2o. Experimento
	0,625	0,7613532182	0,7142857143

Se evidencia, pues, cómo  $p'$  se modifica a la par que se altera el sector III.

Simultáneamente y como consecuencia de los movimientos en el sector III, la composición orgánica global ( $O'$ ) va cambiando en el sistema de Bortkiewicz. Esto es claro en la fórmula de la composición orgánica:

$$O' = \frac{Cx}{Cx+Vy} = \frac{C (x/y)}{C (x/y) + V} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3) (x/y)}{(C_1 + C_2 + C_3) (x/y) + V_1 + V_2 + V_3}$$

De manera similar, de acuerdo con las demostraciones de Bortkiewicz y Winternitz,  $x/y$  permanece constante cuando el sector III se modifica. Pero, de otro lado,  $C_3$  y  $V_3$  también varían. Nuevamente el caso se ve más claro cuando se extirpa el sector III y, por tanto,  $C$  y  $V$  se hacen iguales a cero. Por consiguiente,  $O'$  se modifica como resultado de los cambios en el sector III.

Los resultados de  $O'$  en los experimentos son:

$O' =$	Caso Original	1er. Experimento	2o. Experimento
	0,6	0,6716	0,65

En síntesis, se ha demostrado que al cambiar la composición del sector III, o al ser éste extirpado tanto  $p'$  como  $O'$  se alteran simultáneamente. Puesto, que previamente se había probado que en el sistema de Bortkiewicz  $g' = p' (1 - O')$ , salta a la vista que la invariabilidad de la tasa de ganancia, cuando se modifica la composición del sector III o cuando este se borra, tiene como causa única el hecho de que la tasa de plusvalía de dicho sistema ( $p'$ ) varía en una dirección y en una magnitud que compensan las de la composición orgánica del capital global ( $O'$ ).

Para observar en la práctica la anterior conclusión, puede retornarse a la sección 4. Allí los resultados del sistema de Bortkiewicz para la tasa media de ganancia ( $g'$ ) fueron:

$g' =$	Caso Original	1er. Experimento	2o. Experimento
	0,25	0,25	0,25

Ahora, recogiendo los resultados sobre  $p'$  y  $O'$  arriba indicados, se tiene:

Caso original	1er. Experimento	2o. Experimento
$O' = 0,6$	0,6716	0,65
$(1 - O') = 0,4$	0,3284	0,35
$p' = 0,625$	0,7613532182	0,7142857143
$p' (1 - O') = 0,25$	0,25	0,25

Son pues los movimientos exactamente compensatorios de  $p'$ , que arrojan un producto siempre invariable de  $p' (1 - O') = g'$ , la sola causa de que en el sistema de Bortkiewicz la tasa de ganancia pueda mantenerse constante ante las modificaciones de la composición orgánica del Capital global.

Todo lo que ha logrado evidenciar el sistema de Bortkiewicz es, por ende, que la tasa media de ganancia puede permanecer constante cuando la composición orgánica media y la tasa de plusvalía fluctúan simultáneamente y compensatoriamente. Pero, como es suficientemente sabido, esto es lo mismo que sostuvo y comprobó Marx. Lo que ha debido aclarar Bortkiewicz para refutar la tesis de Marx es que *con una tasa de plusvalía dada, constante*, la tasa de ganancia puede seguir siendo constante ante las variaciones de la composición orgánica media de la economía.

Antes que Bortkiewicz, Tugan Baranowsky, en 1905, intentó refutar la tesis de Marx sobre la tasa de ganancia. Al respecto, Bortkiewicz anota:

“Del hecho de que en un caso el aumento de la cuota de capital constante provoca una disminución de la cuota de ganancia y en otro, en cambio, un incremento, Tugan Baranowsky extrae la conclusión de que la cuota general de ganancia no depende de la composición orgánica del capital social, y que por eso toda la teoría marxiana de la ganancia es errónea.

Como si esos ejemplos pudiesen invalidar la tesis marxiana de la influencia de la composición orgánica del capital social sobre la cuota de ganancia; según Marx, esa influencia es válida en el sentido indicado sólo si la cuota de plusvalía sigue siendo la misma.

Por tanto, cuando Tugan-Baranowsky en sus ejemplos varía la cuota de plusvalía, tergiversa la tesis de Marx que es el primer objetivo de su crítica. De este modo no logró demostrar que la composición orgánica del capital no influye en la cuota de ganancia”. (1907, i, p. 213).

Constituye una paradoja, entonces que Bortkiewicz haya intentado refutar a Marx, variando la tasa de plusvalía, con un trabajo que simultáneamente estaba destinado a invalidar el intento de refutación de Tugan-Baranowsky, precisamente porque éste hacía variar la tasa de plusvalía!

Pero es que el error de Bortkiewicz no es tan simple como el de Tugan, quien hacía oscilar la tasa de plusvalía en la tabla original de valores. Evidentemente, no se trata de que Bortkiewicz ignore el planteamiento preciso de Marx ni de que, como se demostró más arriba, su sistema tergiversara los factores determinantes de la tasa de ganancia. Como se vió en su sistema,  $g' = p' (1 - O')$ , en pleno acuerdo con la tesis de Marx. El error de Bortkiewicz es más sutil y complejo,

aunque igualmente grave. Bortkiewicz transforma los valores de la producción ( $W_1, W_2, W_3$ ) a precios ( $W_1 x, W_2 y, W_3 z$ ); transforma los valores de los medios de producción y de la fuerza de trabajo ( $C_1, C_2, C_3, V_1, V_2, V_3$ ) a precios ( $C_1 x, C_2 x, C_3 x, V_1 y, V_2 y, V_3 y$ ); transforma la tasa media de ganancia en términos de valores ( $g = P / (C + V)$ ) a precios ( $g = (W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy) / (Cx + Vy)$ ); transforma la composición orgánica del capital en términos de valores ( $O = C / (C + V)$ ) a precios ( $O' = Cx / (Cx + Vy)$ ), pero falla en darse cuenta de que en plena línea con todo lo anterior, y como consecuencia necesaria de ello, la proporción, en la tabla de valores, entre ganancia total y capital variable total ( $p = P/V$ ) se ha transformado también al pasar a la tabla de precios. Pues en esta última, la proporción entre ganancia total y capital variable no es  $P/V$  sino  $(W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy) / Vy$ . Al corregir el error de Tugan, anulando la variación de ganancia total a capital variable total en la tabla original de valores ( $p/V$ ), Bortkiewicz razonó como si en su propio sistema la proporción entre ganancia total y capital variable total permaneciera siempre constante. Pero como se explicó, tal suposición es falsa y no tiene fundamento alguno, ni en las ecuaciones de su propio sistema ni en los resultados de los experimentos destinados a sustentar su errónea tesis.

De acuerdo con lo anterior, resulta conveniente, para finalizar esta sección, sintetizar en términos precisos el asunto en litigio y lo concluido al respecto: la teoría de Marx sobre los factores determinantes de la tasa de ganancia distingue tres proporciones claves:

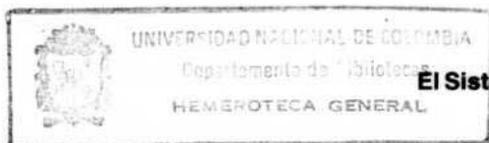
- I) La proporción entre ganancia total y capital variable global ( $\alpha$ )
- II) La proporción entre ganancia total y capital total (constante y variable), ( $\pi$ )
- III) La proporción entre capital constante total y capital total (constante variable), ( $\lambda$ )

Y establece que la relación entre estas tres proporciones es:

$$\pi = \alpha \cdot (1 - \lambda)$$

Es decir, con  $\alpha$  dada, existe una relación inversa entre  $\pi$  y  $\lambda$ .

El razonamiento en términos de "proporciones" y el cambio de símbolos tienen por objeto precisamente subrayar que la relación entre estas variables se cumple siempre, independientemente de que se trabaje con una tabla de valores, o con una de precios, con cambio de



una tabla de valores a otra de valores, con el cambio de una tabla de precios o con el cambio de una tabla de valores a otra de precios, y viceversa.

Se demostró que la relación arriba descrita entre tales proporciones efectivamente se cumple con términos de valores tal como Marx lo dedujo, en términos de los precios de producción en la deficiente transformación de Marx y, finalmente, también en términos de la "transformación completa" de Bortkiewicz. Esta toma en cuenta todas las interacciones entre inputs y outputs, lo cual permite generalizar la tesis original de Marx sobre los determinantes de la tasa de ganancia.

## 6. LA DEFICIENCIA DEL SISTEMA DE BORTKIEWICZ

Se ha visto cómo la equivocada tesis de Bortkiewicz sobre la tasa de ganancia no proviene de una falla congénita de su sistema, ya que éste no solamente admite sino que generaliza la conclusión de que  $\pi = \alpha (1 - \lambda)$ . No obstante, esto se halla muy lejos de implicar que el sistema de Bortkiewicz, si no sufre posteriores refuerzos estructurales, configure el instrumento adecuado para analizar el verdadero comportamiento de la tasa de ganancia, en particular y para transformar los valores en precios, en general.

Si bien es cierto que, bajo todas las circunstancias, el sistema establece relación correcta entre las proporciones  $\pi$ ,  $\alpha$  y  $\lambda$ , se demostró en la sección anterior que ante un cambio en la composición del sector III, o ante su extirpación radical, el sistema ajusta siempre de manera automática los movimientos en  $\lambda$  con otros exactamente compensatorios en  $\alpha$ . Esto entraña, en primer lugar, y de manera palpable, como se verá a continuación, que el de Bortkiewicz es absolutamente incapaz de determinar correctamente la tasa de ganancia cuando la proporción  $\alpha$  permanece constante, que es precisamente el aspecto crucial de la tesis en cuestión. Es decir, es analíticamente deficiente y este vacío solamente puede ser corregido mediante un replanteamiento de la estructura misma de sus ecuaciones.

Para comprobarlo, basta desarrollar el modelo de Bortkiewicz superponiéndole la condición de que cuando  $\lambda$  cambia,  $\alpha$  permanece invariable. En efecto, para que  $\alpha$  se mantenga constante, al pasar de la tabla original de valores a la tabla de precios, que es justamente el caso que interesa con respecto a la tesis de la tasa de ganancia, debe cumplirse:

$$\frac{W_1 x + W_2 y + W_3 z - C_x - C_y}{V_y} = \frac{P}{V}$$

ó

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy = Py$$

es decir:

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx = Vy + Py = (V + P) \cdot y$$

Pero  $V + P$  es el trabajo agregado (T) durante el proceso de producción a los medios de producción, en la tabla de valores, ya que el valor total es  $C + V + P$ .

Por otra parte, el trabajo agregado durante el proceso productivo a los medios de producción es también T en la tabla de precios, vale decir, es idéntico al de la tabla de valores, puesto que al transformar los valores en precios Bortkiewicz toma los primeros como parámetros, esto es, como constantes durante la transformación. En otras palabras, los "coeficientes técnicos" o los "métodos de producción" son iguales en la tabla de valores y en la de precios: el número de trabajadores empleados y su jornada de trabajo no son pues objeto de manipulación.

Pero el trabajo agregado (T) es por definición el valor agregado real, puesto que Marx no reconoce ninguna otra fuente de valor agregado real que el trabajo humano mismo. por consiguiente, el valor agregado real (T) es idéntico en la tabla de valores y en la tabla de precios. Como el valor agregado real es por definición la suma de salarios y ganancias, ya que por simplicidad el modelo de Bortkiewicz deja la renta de lado, entonces dicha identidad implica que:

Salarios + Ganancias	=	Salarios + Ganancias
Totales Totales		Totales Totales
En la Tabla de Valores		En la tabla de Precios

Es decir:

$$V + P = Vy + (W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy)$$

O sea:

$$V + P = W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx$$

Esta ecuación, junto con la deducida más arriba sobre la condición de invariabilidad de  $\alpha$ , determina el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx = V + P$$

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx = Vy + Py$$

Es decir:

$$V + P = Vy + Py$$

O, factorizando:  $(V + P) = y(V + P)$ , y por tanto:

$$\frac{V + P}{V + P} = 1$$

Recordando que  $y$  es la proporción entre el precio y el valor de la producción del Sector II, esta condición implicaría que, para este sector, precio y valor fuesen idénticos. Sin embargo, para que ello sea posible es necesario no sólo que la composición orgánica del Sector II iguale, en la tabla de valores, a la media de la economía, sino que, tomando en cuenta la interacción entre inputs y outputs, la composición orgánica de todas las mercancías que entran en su precio de costo (como insumos y bienes - salario) equivalga también a la media, que la composición orgánica de las mercancías que entran en el precio de costo de este precio de costo también sea igual a la media, etc., etc., en una cadena que cubriría finalmente todos los sectores de la economía. Sin pretender que la composición orgánica de los sectores que producen los bienes-salario debe ser por fuerza igual a la media ya constituye de por sí una condición absolutamente insostenible, pretender lo restante de la condición en su necesario encadenamiento no puede sino significar un absurdo. En efecto, tal condición no sólo es imposible en la realidad, sino que, en caso de ser posible, con todos los valores iguales a los precios, toda la problemática que conduce al hallazgo de tal condición sería, por axioma, inexistente.

Sería factible, concluir entonces que si la estructura original de las ecuaciones del sistema de Bortkiewicz se deja sin modificación alguna, éste se revela como deficiente en la medida en que está incapacitado para determinar los efectos de un cambio puro en la composición orgánica (con  $\alpha$  constante) sobre la tasa de ganancia, los precios de los básicos  $y$ , por consiguiente, todos los precios en general. Y que, por otra parte, si la estructura de las ecuaciones se corrige, levantando la restricción aludida, el sistema resultante para determinar los precios aparece como inútil y absurdo, pues supondría la igualdad de precios y valores no solamente en la industria de bienes-salario sino prácticamente en todas las industrias de la economía.

No obstante, la afirmación anterior estaría pasando por alto el hecho de que en el sistema de Bortkiewicz  $y$  tiene un papel dual. En primer

lugar, y es definida como la proporción entre el precio y el valor del sector II. Interpretada así se saca necesariamente la conclusión, como acaba de verse, de que el sistema se convertiría en un absurdo. Pero, en razón de la conformación estructural del sistema de Bortkiewicz, y termina adquiriendo otra definición simultánea e implícita. En efecto, puesto que la magnitud de los salarios es  $V$  en la tabla de valores y  $V_y$  en la tabla de precio, y cobra un segundo significativo implícito, que es la proporción entre la magnitud de los salarios en la tabla de precios y la magnitud de los salarios en la tabla de valores.

Por consiguiente, puesto que la primera definición de  $y$  conduce a un absurdo, ella debe ser rechazada. Esto entraña, si la segunda no lleva a otro absurdo, que la deficiencia fundamental del sistema de Bortkiewicz consiste en haberle asignado a la misma variable dos definiciones diferentes que intrínsecamente se repelen. En efecto, la segunda definición no envuelve absurdo alguno puesto que, en tales términos, la condición  $y = 1$  solamente implica que un requisito para la invariabilidad de  $\alpha$  y, por lo tanto, para la correcta evaluación de la tesis de Marx sobre la tasa de ganancia, radica en que la magnitud de los salarios tanto a nivel sectorial como a nivel global debe ser idéntica en las tablas de valores y de precios. En otros términos que la tasa de salarios debe permanecer invariable.

Este planteamiento no debería parecer teóricamente sorprendente. Pues si la magnitud de salarios, tanto en el total como en cada sector, debe ser idéntica en las tablas de valores y precios, el problema que quedaría en pie sería, como se muestra en la sección 7, el de cómo distribuir una masa *dada* de plusvalía entre los diferentes capitales cuando los precios de las mercancías se determinan correctamente y, en concordancia con esto, el de examinar la relación entre los valores y los precios surgidos de dicha distribución. Pero éste es, literalmente, el problema que Marx se propuso resolver con la transformación. Luego esta significación de  $y = 1$  únicamente restablece las originales condiciones del planteamiento del problema, que conducen a la verdadera modificación estructural del sistema.

## 7. LA CORRECCION DEL SISTEMA DE BORTKIEWICZ

De acuerdo con lo anterior, el sistema de precios de producción, corregida la deficiencia del sistema original de Bortkiewicz, es:

$$\text{I) } (C_1 \mathbf{x} + V_1) (1 + g) = W_1 \mathbf{x}$$

$$\text{II) } (C_2 \mathbf{x} + V_2) (1 + g) = W_2 \mathbf{y}$$

$$\text{III) } (C_3 \mathbf{x} + V_3) (1 + g) = W_3 \mathbf{z}$$

Es decir  $y = 1$  pero solamente en el caso de  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ , ya que en el caso de  $W_2$  sería un absurdo, como acaba de verse.

Pero esta *forma de presentación* adolece de la falla, como intuía May, de que nos vemos tentados a suponer injustificadamente que ciertas relaciones entre las variables no existen debido a que no atinamos a escribirlas de una manera explícita. Por ejemplo, aquí, parece engañosamente como si  $g$  dependiera sólo del Sector I, o solamente de  $x$ . Aunque esta forma de escribir las ecuaciones guarda la virtud de una mayor simplicidad algebraica, presupone la falsa idea de que el sistema cuenta con más incógnitas de las que realmente son. En efecto, de las ecuaciones originales de Bortkiewicz se tiene que:

$$= \frac{G}{K} = \frac{W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy}{Cx + Vy}$$

Reemplazando este valor de  $g$  en las ecuaciones del sistema original de Bortkiewicz, se ve claramente cómo no es cierto que éste contenga tres ecuaciones independientes en cuatro incógnitas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $g$ ). En realidad, consiste de tres ecuaciones con solamente tres incógnitas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). El hecho de que su solución no conduzca directamente a los precios absolutos sino a los relativos no es el fruto de un número de incógnitas mayor que el de ecuaciones, sino de que en su conformación estructural configura un sistema de tipo homogéneo.

De la misma manera, en el "sistema corregido" recién descrito,  $g$  no es una incógnita adicional. Puesto que la ganancia total en la tabla de precios ( $G$ ), como se vió en la sección 6, es el valor agregado ( $T$ ) menos la magnitud de salarios, que en la tabla de precios es ahora, después de la corrección,  $V_1 + V_2 + V_3 = V$ , es decir, igual que en la tabla de valores, se tiene que  $G = T - V$ . De otro lado, el capital invertido total es ahora, en la tabla de precios,  $K = C_1 x + C_2 x + V = Cx + V$ . Por consiguiente, la tasa de ganancia en la tabla de precios es:

$$g = \frac{G}{K} = \frac{T - V}{Cx + V}$$

Reemplazando este valor en el sistema corregido, se tiene:

$$I) \frac{\text{SISTEMA CORREGIDO (SC)}}{(C_1 x + V_1) (1 + \frac{T - V}{Cx + V})} = W_1 x$$

$$II) (C_2 x + V_2) (1 + \frac{T - V}{Cx + V}) = W_2 y$$

$$\text{III) } (C_3x + V_3) \frac{(1 + T - V)}{Cx + V} = W_3z$$

Despejando  $x$  de la ecuación I se obtiene:

$$Mx^2 + Nx + QT = \phi$$

(donde  $M = C_1 C - W_1 C$ ;  $N = C_1 T + V_1 C - W_1 V$ ;  $Q = V_1 T$ )

Cuya solución, obviamente, es:

$$x = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 - 4MQT}}{2M}$$

Reemplazando el valor de  $x$  en la ecuación II se obtiene el valor de  $y$ , en la ecuación III el valor de  $z$ , y en la fórmula de  $g$  la tasa media de ganancia. El sistema ha quedado entonces resuelto.

Para contrastar estos resultados con los del sistema de Bortkiewicz, retornemos a los experimentos de la sección 4.

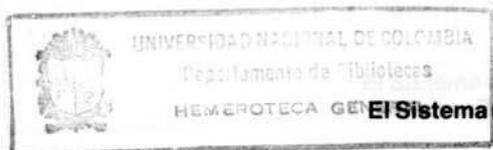
Aplicando las fórmulas anteriormente deducidas se encuentra:

	SISTEMA CORREGIDO						SISTEMA BORTKIEWICZ				
	x	y	z	x/y	z/y	o	x/y	z/y	o	g	
Caso Original	1,24	1,03	0,96	1,21	0,93	0,61	0,26	1,20	0,94	0,60	0,25
1er. Experimento	1,12	0,95	1,22	1,18	1,28	0,66	0,23	1,20	1,31	0,67	0,25
2o. Experimento	1,16	0,97	-	1,19	-	0,64	0,24	1,20	-	0,61	0,25

\* Para la presentación en el cuadro, todos los resultados han sido aproximados a dos decimales.

Es claro entonces, en el sistema corregido, que incluso tomando en cuenta todas las interacciones entre los precios de los insumos y los de los productos finales, ignoradas en los deficientes ejemplos de Marx sobre la transformación, sigue siendo válida la proposición de que, dada una proporción entre ganancias totales y salarios totales ( $\alpha$ ), la tasa media de ganancia fluctúa en sentido inverso al de la composición orgánica del capital, sin que importen para ello las causas que den lugar a las variaciones de esta última.

En particular, las modificaciones en la composición orgánica de los no-básicos (primer experimento), o en la composición orgánica global por extirpación de los no-básicos (segundo experimento), producen alteraciones tanto en los precios de los básicos ( $x/y$ ), como en la tasa media de ganancia ( $g$ ), aun en el caso general en que sean tenidas en cuenta las interacciones entre inputs y outputs.



## 8. EL SISTEMA DE BORTKIEWICZ: UN CASO PARTICULAR DEL SISTEMA GENERAL

Al contrastar el sistema corregido (SC) con el sistema de Bortkiewicz (SB) parecería a primera vista que constituyen dos casos complementarios de un sistema general. En efecto, en el primero  $\alpha$  es constante mientras que en el último es variable. No obstante, tal apreciación es falsa. En primer lugar, el SB está sometido no a una sino a dos restricciones diferentes y sucesivas, que lo convierten en un caso extremadamente particular del sistema general. La primera restricción estriba en que  $\alpha$  no puede ser constante sin aterrizar en el absurdo, como se mostró en la sección anterior. Esto implica que  $\alpha$  ha de ser siempre variable con la transformación, lo cual le impide medir el impacto puro de la composición orgánica sobre la tasa de ganancia. La segunda restricción consiste en que la variabilidad de  $\alpha$  no es libre, pues se ve obligada a compensar exactamente los cambios de  $\lambda$  provenientes del sector III.

En segundo lugar, el SC *puede* operar con  $\alpha$  constante. Pero esto no significa que tenga que operar con  $\alpha$  constante. En efecto, como se ilustra en la sección 9, el SC funciona tanto con  $\alpha$  constante como  $\alpha$  variable, y con absoluta libertad sobre la variabilidad de  $\alpha$ , pudiéndose fijar ésta en cualquier valor preestablecido, incluso el preestablecido por el SB. Es decir, el SC actúa con  $\alpha$  como constante, con  $\alpha$  como variable libre y con  $\alpha$  como variable sujeta a una restricción, aún la del SB. Esto implica que el sistema de Bortkiewicz es apenas un caso particular del sistema general, en condiciones de una restricción extrema, mientras que el sistema corregido conforma el verdadero sistema general.

En otras palabras, en el SC, como en el sistema de Sraffa, la tasa de salarios no es una constante como tal sino tan sólo un parámetro o variable exógena, y todos los valores o restricciones preestablecidos que se le asignen constituyen meros casos particulares del sistema general.

## 9. IMPLICACIONES SOBRE LA TRANSFORMACION COMPLETA

Hasta ahora ha sido viable exponer la tesis de Bortkiewicz sobre la tasa de ganancia sin necesidad de resolver en forma completa su sistema, es decir, sin llegar a la última etapa, que consiste en la determinación de los precios absolutos, para lo cual se requiere una invariante o, en otros términos, una ecuación adicional. Esto se desprende de la naturaleza misma de dicho sistema, ya que en éste la tasa media de ganancia configura una función exclusiva de los precios

relativos de los sectores básicos, como se ha visto anteriormente. Sin embargo, también con respecto a la invariante, aún en sus versiones más modernas y sofisticadas, el sistema de Bortkiewicz se ha visto sujeto a una falla fundamental.

Es bien sabido que, en relación con este punto, Bortkiewicz eligió como invariante la igualdad entre las masas de ganancia de las tablas de valores y precios. Específicamente llegó a este supuesto siguiendo un rodeo y haciendo  $z$  igual a la unidad, junto a la condición de reproducción simple. En realidad, éste es el único papel sustancial que juega la reproducción simple en el artículo original de Bortkiewicz. En efecto, la igualdad de las masas de ganancia implica, en su sistema:..

$$W_1 + W_2 + W_3 - C - V = W_1 x + W_2 y + W_3 z - Cx - Vy$$

Factorizando:

$$(W_1 - C) + (W_2 - V) + (W_1 - C)x + (W_2 - V)y + W_3 z$$

Si hay reproducción simple,  $W_1 - C = 0$  y  $W_2 - V = 0$ . Por tanto,  $W_3 z = W_3$ , es decir,  $z = 1$ . Estas dos últimas condiciones resultan entonces asociadas a la igualdad entre las masas de ganancia. De esta manera, partiendo de la tabla original de valores, para las ilustraciones de la sección 4, que involucra las condiciones de la reproducción simple; aplicando las fórmulas de las secciones 2 y 3 para los precios relativos y la tasa de ganancia, y tomando como invariante  $Z = 1$ , se obtienen los precios de producción según el cálculo de Bortkiewicz, los cuales se reproducen abajo.

#### CALCULO DEL PRECIO SEGUN BORTKIEWICZ - $Z = 1$ (Total Ganancias Invariables)

Sector	C	V	Ganancia	Precio	$o$	$g$
I	288	96	96	480	0,75	
II	128	128	64	320	0,50	
III	64	96	40	200	0,40	
Total	480	320	200	1.000	0,60	0,25

Como se observa, la masa total de ganancia (200) es la misma que en la tabla de valores (sección 4, Caso Original). No obstante, los salarios (V) aumentaron de 300 a 320, obviamente en la misma proporción que el precio del sector II, productor de los bienes-salario en dicho sistema. por consiguiente, el valor agregado total (salarios más ganancias totales) se elevó de 500 a 520. Pero, como se subrayó en la sección 6,

cualquier cambio en el valor agregado total es absurdo puesto que la masa de trabajo agregada durante el proceso productivo (T) necesariamente permanece invariable con la transformación.

En realidad, con un valor agregado constante, los salarios pueden subir únicamente a expensas de las ganancias y, por tanto, si aquellos crecieron de 300 a 320 la única conclusión válida, es que las ganancias deberían disminuir de 200 a 180. Pero este error clave de Bortkiewicz es apenas una consecuencia del arbitrario supuesto de que el valor y el precio del sector III son idénticos ( $Z = 1$ ).

Como se señaló también en la sección 6, cuando las interacciones entre inputs y outputs son tomadas en consideración, para que coincidan el valor y el precio de producción de una mercancía no basta que su composición orgánica sea idéntica a la media, ya que cualquier desviación entre el valor y el precio de los insumos es una fuente adicional de desviación entre su valor y su precio, tal como Marx lo explicó en el Capítulo XII del volumen III de *El Capital*. Se requiere, por ello, además, que la composición orgánica de los insumos sea idéntica a la media, que la de los insumos con que se producen estos insumos sea también igual a la media, etc., etc., en una cadena, o "recurrencia", que abarcaría la totalidad de los sectores económicos. El error de Bortkiewicz, al suponer la identidad del valor y el precio del sector III es tan abultado, que no solamente pasó por alto "recurrencia" sino que ni siquiera dió al sector III una composición orgánica coincidente con la media.

El hecho de que Bortkiewicz haya sido consciente de que una composición orgánica diferente de la media en el sector III tenía implicaciones sobre las magnitudes a comparar, y de que así lo haya expresado explícitamente (1907, i, p. 197), contribuye a aclarar la naturaleza de su error pero no a corregirlo. Por otra parte, el autor hizo referencia a la composición del sector III exclusivamente, pero para nada se refirió a la "recurrencia". Abordando de esta manera el problema, Sweezy (1942) creyó haber subsanado el error de Bortkiewicz al reconstruir su ejemplo con un sector III de composición orgánica igual a la media. Pero, enmendó con ello únicamente el primer traspie, sin tocar los restantes, al olvidarse de la "recurrencia".

Este error del sistema de Sweezy tenía, por supuesto, que revelar una inconsistencia en los resultados. Y, en efecto, el sistema de Sweezy, con reproducción simple y  $Z = 1$ , logra que la masa de ganancia total sea igual en la tabla de valores y en la de precios, y que la suma total de valores equivalga a la suma total de precios, resultado que no se daba en Bortkiewicz (800 contra 1.000). No obstante, en el sistema de Sweezy la suma del total de salario y ganancia es 400 en la tabla de valores y

apenas 350 en la de precios. Debido al olvido de la "recurrencia" se termina de nuevo en el absurdo de unos salarios que se reducen de 200 a 150 y unas ganancias totales que permanecen constantes (200), aunque el valor agregado real no pueda experimentar cambio alguno. Otra vez, si los salarios bajaron a 150, las ganancias debían incrementarse a 250. En realidad, puesto que no es posible mantener *recurrentemente* la igualdad de la composición orgánica individual con la media de toda la economía para un sector, para sus insumos, para los insumos de estos insumos, para los insumos de los insumos de estos insumos, etc., sin aterrizar en una situación en que prácticamente todas las mercancías poseen un precio de producción idéntico a un valor, parece una mera utopía pretender que una sola mercancía adquiera un precio igual a su valor mientras que las restantes se sustraen a dicha circunstancia.

No resulta coherente pues, tratar de obtener los precios suponiendo que  $x$ ,  $y$  o  $z$  son iguales a la unidad. Tampoco, como se ha visto, presumir que la masa total de ganancia permanece idéntica, cuando simultáneamente el total de salarios se modifica y el valor agregado real es invariable. Y es menos lógico creer que la suma total de valores (tabla de valores) es igual a la suma total de precios (tabla de precios. En un estudio dedicado exclusivamente a la transformación generalizada y al análisis de las invariantes (Cuevas, 1980 y 1984, i), he señalado ya las razones para ello. pero con el ejemplo de Bortkiewicz los resultados se ilustran con claridad. En efecto, transformando mediante el sistema de Bortkiewicz los valores del caso original de la sección 4, y aplicando como invariante la igualdad de la suma total de valores y precios, es decir, adoptando como cuarta ecuación la igualdad  $W_1 x + W_2 y + W_3 z = W_1 + W_2 + W_3$ , se obtienen los precios que se muestran más abajo.

*Calculo de los precios - Sistema de Bortkiewicz - Total valores - Total precios*

Sector	C	V	Ganancia	Precio	o	g
I	252	84	84	420	0,75	
II	112	112	56	280	0,50	
III	56	84	35	175	0,40	
Total	420	280	175	875	0,60	0,25

Con un valor agregado real constante (T), o sea un ingreso nacional constante, se aprecia que cuando los salarios disminuyen (de 300 a 280), las ganancias ... ¡también disminuyen! (de 200 a 175), lo cual es, por supuesto un tremendo absurdo.

Vale la pena contrastar entonces los anteriores resultados con los obtenidos para las soluciones del Sistema Corregido (SC) descrito y

resuelto en la sección 7. (Obviamente, partiendo de la misma tabla de valores del caso original).

*Cálculo de los precios - Sistema Corregido (SC) - Salarios Invariables*

Sector	C	V	Ganancia	Precio	o	g
I	279,76	90	96,51	466,27	0,757	
II	124,34	120	63,77	308,11	0,509	
III	62,17	90	39,72	191,89	0,409	
Total	466,27	300	200	966,27	0,608	0,261

Pero ante todo resulta ilustrativo cotejar los resultados del Sistema Corregido con los de una transformación deficiente, como la de Marx en el Capítulo IX, y que fueron presentados en la sección 4. En primer lugar, es evidente que los precios de los insumos *no* son idénticos a sus valores, al contrario de lo que se supone injustificadamente en la transformación deficiente. En segundo lugar, esto implica que ni los precios de las mercancías ni las ganancias medias individuales coinciden con los de la transformación deficiente. En tercer lugar, la relación entre precios y valores individuales también difiere. Por ejemplo, según la transformación deficiente, el precio del sector II es inferior a su valor. pero, en realidad, aunque el sector II muestra una composición orgánica inferior a la media, su precio de producción es mayor que su valor. Esto se debe a que el precio de cada sector no depende exclusivamente de su propia composición orgánica sino también de la de sus insumos, como lo establecen las condiciones de "recurrencia" y como alcanzó a dejarlo establecido Marx en el Capítulo XII. La composición orgánica propia tiende a reducir el precio del sector II, pero el aumento en el precio de los insumos contrapesa esta tendencia, originando el resultado contrario, aunque no siempre ocurra así. De todas maneras, los efectos de los precios de los insumos, que modifican los derivados de las meras condiciones de producción del sector en sí, rompen con cualquier regla general que pretenda explicar a priori una relación entre precios y valores. En cuarto lugar, la suma de salarios, ganancias y valores agregados permanece idéntica. Y, finalmente, la suma de precios, las composiciones orgánicas individuales y media y la tasa general de ganancia son necesariamente diferentes, lo cual se debe a la modificación en los precios de los medios de producción, que implican variaciones en el Capital Constante invertido y desgastado.

Pasando a comparar ahora el sistema corregido (SC) con la transformación de Bortkiewicz, se observa que el primero preserva la coherencia de la invariabilidad del valor agregado real (T) con la invariabilidad de la suma de salarios y ganancias total (500 en la tabla

de valores; 500 en la tabla de precios). por el contrario, los resultados de la transformación de Bortkiewicz son incoherentes. Ello, a su vez, entraña errores en la determinación de las ganancias medias, los precios individual y total, y la tasa media de ganancia.

Podría argumentarse por supuesto que el Sistema Corregido (SC) instituye como supuesto fundamental y restrictivo la invariabilidad de los salarios. Pero, tal como se explicó en la sección 8, esto no es cierto. El hecho de que el salario configure una variable exógena no implica que sea constante. por ejemplo, partamos de la hipótesis de que los salarios varían exactamente en la magnitud que predice la transformación de Bortkiewicz ( $Z = 1$ ), es decir,  $V_1 = 96$ ,  $V_2 = 128$ ,  $V_3 = 96$ ,  $V = 320$ . Con estos salarios modificados, los precios de producción de acuerdo con el sistema corregido (SC) se muestran en el tabla pertinente:

#### Cálculo de los precios - Sistema Corregido - Salarios Modificados

Sector	C	V	Ganancia	Precio	o	
I	272,52	96	85,68	454,20	0,739	
II	121,12	128	57,92	307,04	0,486	
III	60,56	96	36,40	192,96	0,387	
Total	454,20	320	180	954,20	0,587	0,232

Como se advierte, a los mismos salarios corresponden precios, ganancias, composiciones orgánicas y una tasa media de ganancia distintos a los de Bortkiewicz. Estas diferencias miden los errores de la transformación de Bortkiewicz, ocasionados por el tratamiento incoherente del valor agregado. De otro lado, al comparar estas últimas muestras del sistema corregido en la tabla original de valores, se aprecia que las masas de ganancia no coinciden. Pero esto es apenas natural, puesto que con un valor agregado real dado ( $T = 500$ ), los salarios no podrían aumentar de 300 a 320, a menos que las ganancias disminuyan de 200 a 180.

Es factible, pues, una transformación que opere con la tasa de salarios cambiando. Pero en tal circunstancia lo verdaderamente extraño sería que la masa de ganancia se mantuviera constante, es decir, que fuera igual en la tabla de precios y en la de valores resulta paradójico por esto que se hayan hecho tantos intentos para utilizar el sistema de Bortkiewicz con la restricción de que la masa de ganancia permanezca invariable. Esto conduce a un absurdo, puesto que en el sistema de Bortkiewicz la tasa de salarios se modifica correlativamente con los precios del sector II. Y si la tasa de salarios se altera es apenas natural que lo haga también la masa de ganancia.

Así como es posible las diferentes netas nacidas de un tratamiento inconsistente del valor agregado, también es posible calibrar las debidas exclusivamente al supuesto de que la tasa de ganancia depende únicamente de los sectores básicos. Esto se logra corrigiendo la incoherencia de Bortkiewicz y sucesores sobre el valor agregado, es decir, manteniendo éste como invariante y dejando intacta la estructura de las ecuaciones. Para tal efecto, basta entonces agregar a las tres ecuaciones originales, como cuarta ecuación, la invariante  $W_1 x + W_2 y + W_3 z = W + W_2 + W_3 - C$ . Al resolver dicho sistema se obtienen entonces los precios que se muestran en el cuadro:

Cálculo de los Precios. Sistema de Bortkiewicz con Invariante Correcto

Sector	C	V	Ganancia	Precio	o	g
I	276,92	92,31	92,31	461,54	0,75	
II	123,08	123,08	61,54	307,69	0,50	
III	61,54	92,31	38,46	192,31	0,40	
Total	461,54	307,69	192,31	961,54	0,60	0,25

Puesto que no se trastocó la estructura de las ecuaciones, sino únicamente la de la cuarta, que sólo sirve en el sistema de Bortkiewicz para calcular los precios absolutos a partir de los relativos, no se observan cambios en éstos ni en aquellas proporciones que dependen de ellos en dicho sistema, como la composición orgánica y la tasa de ganancia. En cambio, todas las magnitudes absolutas resultan drásticamente modificadas. Particularmente la masa de ganancia no puede permanecer constante ya que la tasa de salarios se ha variado. Ahora si se garantiza la coherencia entre tales variables puesto que el valor agregado ha sido tratado correctamente. Es decir, la suma de salarios y ganancias ni excede ni es superada en lo más mínimo por el valor agregado real (500 de manera invariable).

Ahora bien, cuando los salarios que se obtienen de resolver el sistema de Bortkiewicz con la invariante correcta, esto es,  $V_1 = 92,31$ ,  $V_2 = 123,08$ ,  $V_3 = 92,31$  y  $V = 307,69$ , se adoptan para realizar la transformación con el Sistema Corregido (SC), aparecen las cifras que muestra el cuadro respectivo:

Cálculo de los precios - Sistema Corregido (SC) - Salarios de  
Bortkiewicz

Sector	C	V	Ganancia	precio	o	g
I	276,92	92,31	92,31	461,54	0,75	
II	123,08	123,08	61,54	307,69	0,50	
III	61,54	92,31	38,46	192,31	0,40	
Total	461,54	307,69	192,31	961,54	0,60	0,25

Es decir, el sistema de Bortkiewicz (SB) con una invariante correcta arroja guarismos idénticos a los del Sistema Corregido (SC), siempre y cuando, lógicamente ambos sistemas involucren una tasa igual de salarios, es decir, una proporción  $\alpha$  idéntica. No obstante, aún corrigiendo el error de la invariante en la transformación de Bortkiewicz y sucesores, el Sistema Corregido (SC) seguiría siendo el sistema general, porque permite operar tanto con una tasa de salarios constante como variable, lo cual implica la flexibilidad de operar con una proporción entre ganancias y salarios ( $\alpha$ ) tanto fija como variable. Por el contrario, aún con una invariante corregida, el sistema de Bortkiewicz permanecería atado a la condición de la tasa de salarios y, por tanto, a una proporción  $\alpha$  siempre variable. Pero, además, esta variabilidad no guarda carácter general. Pues está circunscrita por la extrema restricción de compensar exactamente todo cambio de la composición orgánica proveniente de variaciones en el sector III, para dejar siempre invariable la tasa de ganancia ante tal circunstancia. Obviamente, como corolario de todo esto, una transformación de valores en precios que mantenga constante la tasa de salarios y, por tanto, la proporción entre ganancias y salarios, es absolutamente imposible con el sistema de Bortkiewicz, como se demostró en la sección 6. Y esto es cierto aún si se le enmienda la invariante. por el contrario, como se ha visto, el Sistema Corregido (SC) permite realizar correctamente la transformación, tanto con  $\alpha$  fija como con  $\alpha$  cambiando. En otros términos, como acaba de demostrarse con el último experimento, el Sistema Corregido puede operar con la restricción de Bortkiewicz y demás restricciones, mientras que el sistema de Bortkiewicz, aún con la invariante corregido, es incapaz de funcionar por fuera de una única restricción preestablecida. Esto le confiere una visible superioridad al SC, del cual el de Bortkiewicz es un mero caso particular.

## 10. EPILOGO

Se ha visto como, partiendo de una proporción constante entre salarios y ganancias ( $\alpha$ ), esto es, conservando fija la tasa de salarios,

la transformación de valores en precios con el sistema corregido (SC) arroja una masa constante de salarios y ganancias y, obviamente, un valor agregado invariable. No obstante, la suma total de precios se modifica al pasar de la tabla de valores a la de precios o, lo que es lo mismo, la suma total de valores *no* coincide con la de precios (875 frente a 966,27. Véanse cuadros de la sección 8 y Caso Original de la Sección 4). Este último resultado se mantiene asimismo, aunque la tasa de salarios y la proporción se alteren ya que este acontecimiento cambia obviamente la distribución del valor agregado entre salarios y ganancias pero de ninguna manera la magnitud real de aquel (875 frente a 954,20). También ocurre, como es lógico, en la transformación de Bortkiewicz si se utiliza la invariante correcta, puesto que aquella no es sino un caso especial -sujeto a una redistribución muy particular- de la transformación correcta (875 frente a 961,54).

Puesto que la magnitud real del valor agregado es idéntica en la tabla de valores y en la de precios, es evidente que la diferencia en la suma total de precios surge únicamente del cambio de magnitud del capital constante. En efecto, dado que

$$\text{Valor Agregado Real} = T = \text{Salarios} + \text{Ganancias},$$

y que,

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z = Cx + Vy + G = \text{Suma total de precios}$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = C + V + P = \text{Suma total de valores}$$

entonces,

$$W_1 x + W_2 x + W_3 z = Cx + T$$

$$W_1 + W_2 + W_3 = C + T$$

De donde,

$$W_1 x + W_2 y + W_3 z) - (W_1 + W_2 + W_3) = Cx + T - C - T = Cx - C$$

La diferencia entre la suma total de precios y la suma total de valores obedece, entonces, única y exclusivamente, a la diferencia entre el valor y el precio de los medios de producción consumidos durante el proceso productivo (375 contra 466,27 en los resultados del Sistema Corregido (sc); contra 454,20 en los del Sistema Corregido con Salarios modificados, y contra 461,54 en los del Sistema de Bortkiewicz con Invariante Correcta, diferencias que son idénticas a las del total de precios, según los cuadros respectivos).

Esto implica, en primer lugar, que la suma total de precios puede igualarse a la suma total de valores única y exclusivamente en caso de que se suponga que el valor y el precio de los medios de producción son idénticos. La transformación de Marx, con sus ejemplos del Capítulo IX, es deficiente precisamente porque parte de esta equivocada idea. Pero, es perfectamente lógico que, con base en dicho supuesto, Marx deduzca que la suma total de precios es idéntica a la suma total de valores. Lo que no tiene cabida dentro de ningún razonamiento lógico es mudar el supuesto que conduce precisamente a esa conclusión y, no obstante, pretender que ésta no sufra retoque alguno. Y, en efecto, para subsanar la deficiencia de la transformación de Marx lo primero que se hace con la transformación completa es cambiar el supuesto. Por tanto, de entrada, en la transformación completa se parte de la base de que la suma de los precios difiere de la suma de los valores, lo cual aparece como perfectamente lógico y natural al eliminar el supuesto injustificado.

Pretender que con la transformación completa o correcta, curada de la falla de la transformación de Marx, la suma de los precios siga siendo equivalente a la de los valores no es más que un absurdo lógico, cuya permanencia en la literatura sobre el tema sólo se explica por esa inercia propia de las ideas, en la cual Keynes veía el principal tropiezo al abordar la teoría del empleo. De hecho la corrección de la deficiencia de la transformación de Marx tiene como punto de partida la necesidad de que el valor y el precio de los medios de producción deben ser diferentes. Y, por otra parte, la pretensión de que la suma de los precios sea idéntica a la suma de los valores equivale al requerimiento de que el valor y el precio de los medios de producción sean iguales. Por consiguiente, exigir que corrigiendo la deficiencia de la transformación de Marx se mantenga la identidad entre la suma de los valores y la de los precios es como demandar que el valor y el precio de los medios de producción sean diferentes y simultáneamente idénticos. Lo cual es un absurdo abierto.

Por lo demás, y desde un punto de vista económico, la desemejanza entre el valor y el precio de los medios de producción no encierra un significado cabalístico. Lo primero que debe tenerse en cuenta es que los medios de producción consumidos constituyen lo que hoy se denomina consumo intermedio bruto. Y éste, como todos los economistas son obligados a entenderlo, desde el punto de vista del ingreso y su distribución no es otra cosa que una "doble o múltiple contabilización" de un mismo valor producido, debido al proceso de compras recíprocas entre las unidades productivas. En el caso específico de la transformación, la diferencia significa que los medios de producción se venderían a unos precios idénticos a los valores (en el sentido de Marx) si la ganancia media se estimara solamente con base en el capital variable,

pero a unos precios mayores o menores si la ganancia media se calcula sobre el capital variable *mas* el capital constante, es decir, sobre la inversión total. Al "pasar" de una situación a otra se modifican, pues, los precios de los medios de producción, aumentando (como en los ejemplos anteriores) o disminuyendo, de acuerdo con la estructura particular de las composiciones orgánicas. Al elevarse (o disminuir) el precio de los medios de producción, el nivel de acumulación que se requiere para adquirir los mismo medios de producción tiene entonces que variar por fuerza. He aquí la implicación de dicho movimiento.

Lo que Marx dijo o no dijo al respecto en nada aclara el asunto, pues es precisamente eso lo que se cuestiona al completar o corregir su deficiente transformación. Antes bien, dejando de lado la reverencia dogmática, que en nada contribuye a la ciencia y sólo la entraba, el punto de partida más natural y lógico debería ser el de que si su transformación es deficiente, también sus conclusiones lo serán. En consecuencia, habría que plantear alguna modificación de las conclusiones. Sería paradójico defender su invariabilidad.

Pero tampoco es lícito tergiversar a un autor, a Marx para el caso. En realidad, éste concluye que la suma de los precios equivale a la suma de los valores y que la suma de las ganancias (en la tabla de precios) es igual a la suma de las plusvalías (en la tabla de valores), única y exclusivamente sobre la base de que el precio y el valor de los medios de producción son idénticos entre sí y de que la masa de salarios es la misma en las dos tablas de valores y precios. Así lo expresa en el Capítulo IX del volumen III de *El Capital*. Sería una deformación evidente, entonces, afirmar que Marx sostuvo que la suma de los precios es igual a la suma de los valores cuando el valor y el precio de los medios de producción se tornan diferentes, o que la masa de ganancia permanece fija en las dos tablas aunque la masa de salarios varíe. No podrían exigirse entonces estas dos condiciones en la transformación completa, en nombre de Marx, sin tergiversarlo.

Pero el asunto no queda ahí. Va mucho más lejos. En efecto, Marx no dejó el problema de la transformación en el estado en que quedó el famoso Capítulo IX. En el Capítulo XII del volumen III retoma el problema, reconoce la deficiencia de su transformación del Capítulo IX y, consecuentemente, empieza a corregir las conclusiones de dicho capítulo. Así, por ejemplo, en el capítulo IX al admitir que su anterior supuesto es injustificado, afirma que las mercancías con una composición orgánica igual a la media tienen un precio de producción que coincide con su valor, ya que la plusvalía contenida y la ganancia media correspondiente son idénticas en este caso. No obstante, en el Capítulo XII, al anular las erróneas hipótesis del IX, asevera que, aparte de la disimilitud entre ganancia media y plusvalía contenida, hay

otra causa de divergencia entre valores y precios que, ¡precisamente!, la que se da entre el valor y el precio de los medios de producción que entran (como insumos) en el precio de costo!. De acuerdo con tal deducción, sólo cabe concluir que si la ganancia media y la plusvalía contenida en una mercancía son idénticas, no por ello puede decirse que su valor y su precio sean iguales, ya que el valor y el precio de producción de los insumos que entran en dicha mercancía difieren entre sí y esto constituye una segunda causal de diferencia entre el precio y el valor de la mercancía respectiva. Es decir, debido a la segunda causa, el valor y el precio de producción *no* pueden coincidir, aún en el caso de mercancías con composición orgánica equivalente a la media. Desafortunadamente, aquí sí quedó definitivamente el asunto, pero cabe preguntarse de qué lado se hubiera inclinado la conclusión de Marx sobre la relación entre el precio total y el valor total (de todas las mercancías), en las nuevas circunstancias, teniendo en cuenta que por la naturaleza misma de su sistema el precio total de la economía en su conjunto se comporta de manera similar al precio de las mercancías con composición orgánica igual a la media. Un razonamiento lógico no conduce sino a una respuesta: valor y precios totales coinciden únicamente cuando el valor y el precio de las mercancías con composición orgánica igual a la media también coinciden, es decir, solamente en el caso de los injustificados supuestos sobre los que se levanta la deficiente transformación del Capítulo IX. Pero *no* pueden coincidir cuando estos equivocados puntos de partida son explícitamente modificados o abandonados. Sea como fuere, lo absolutamente seguro es que extrapolar ilógicamente las conclusiones obtenidas de unos supuestos a la situación en que éstos han sido eliminados totalmente significa un procedimiento abiertamente ilícito, con el agravante de que en forma explícita Marx mismo inició de manera consecutiva una revisión de sus deducciones, planteadas a la luz del defectuoso procedimiento del capítulo IX. Esta es la historia verdadera con respecto a las famosas igualdades sobre los agregados de la transformación. Aunque las conclusiones anteriores no se hayan apoyado en ella para nada, y se señale aquí como una mera curiosidad histórica.

---

\* para una generalización de la transformación corregida a  $n$  sectores, y un análisis detallado de la misma y sus implicaciones teóricas, véase Cuevas, 1984, ii.

## REFERENCIAS

MARX K., *El Capital*, Vol. III, Capítulo IX y XII, 1984.

BORTKIEWICZ L., "Sobre la Corrección de la Construcción Teórica Fundamental de Marx en el Tercer Volumen de El Capital", 1907, i, en *Economía Burguesa y Economía Socialista*, Paul Sweezy. Ed. Cuadernos de Pasado y Presente, No. 49, 1974.

Value and Price in the Manxian System, 1907, ii, Reimpreso en *International Economic Papers* No. 2, 1952.

SWEEZY P., *Teoría del Desarrollo Capitalista*, Cap. VII, 1942, F.C.E. Value and Price.

MARX K., "Value and Price of Production: A note in Winternitz's Solution", E.I., Dic. 1942.

MEEK P., "Some notes on the Transformation Problem", E.I., Marzo 1956.

SETON F., "The Transformation Problem", *Review of Economic Studies*, Jun. 1957.

SRAFFA P., "Producción de Mercancías por medio de Mercancías", 1960.

SAMUELSON P., Understanding the Manxian Notion of Exploitation. Sun any of the So-Called Transformation problem between Manxian Values and Competitive Prices. *Journal of Economic Literature*, Jun. 1971.

EMMANUEL A., *El Intercambio Desigual*, Apéndice, 1972. Siglo XXI Ed.

DOBB M., *Teorías del Valor y la Distribución desde Adam Smith*, parte III, 1973, Siglo XXI Ed.

DESAI M., *Lecciones de Teoría Económica Marxista*, Cps. III a XII, 1974. Siglo XXI, Ed.

MEEK P., *Smith, Marx y Después, Segunda Parte*, 1977, Siglo XXI, ed.

SHAIKH A., "Marx's Theory of value and the Transformation Problem", en *The Subtle Anatomy of Capitalism*, J.S. Schwartz Ed., 1977.

CUEVAS H., *La Teoría del Valor - Trabajo y el Sistema de Precios*, offset ed.,

- Universidad Nacional de Colombia, Depto. de Economía, Bogotá, 1980.

- "On Sraffa's Standard Commodity and the rate of Profit", en *Revista de Econometría*, Sociedade Brasileira de Econometria, Brasilia: No. 1984, i; abril 1985, i.

- "La transformación correcta", en *Cuadernos de Economía*, No. 7. Bogotá, 1984, ii.

- "Sraffa, La Tasa de Ganancia y la Mercancía Patrón", en *Cuadernos de Economía*, No. 8, Bogotá, 1985, ii.