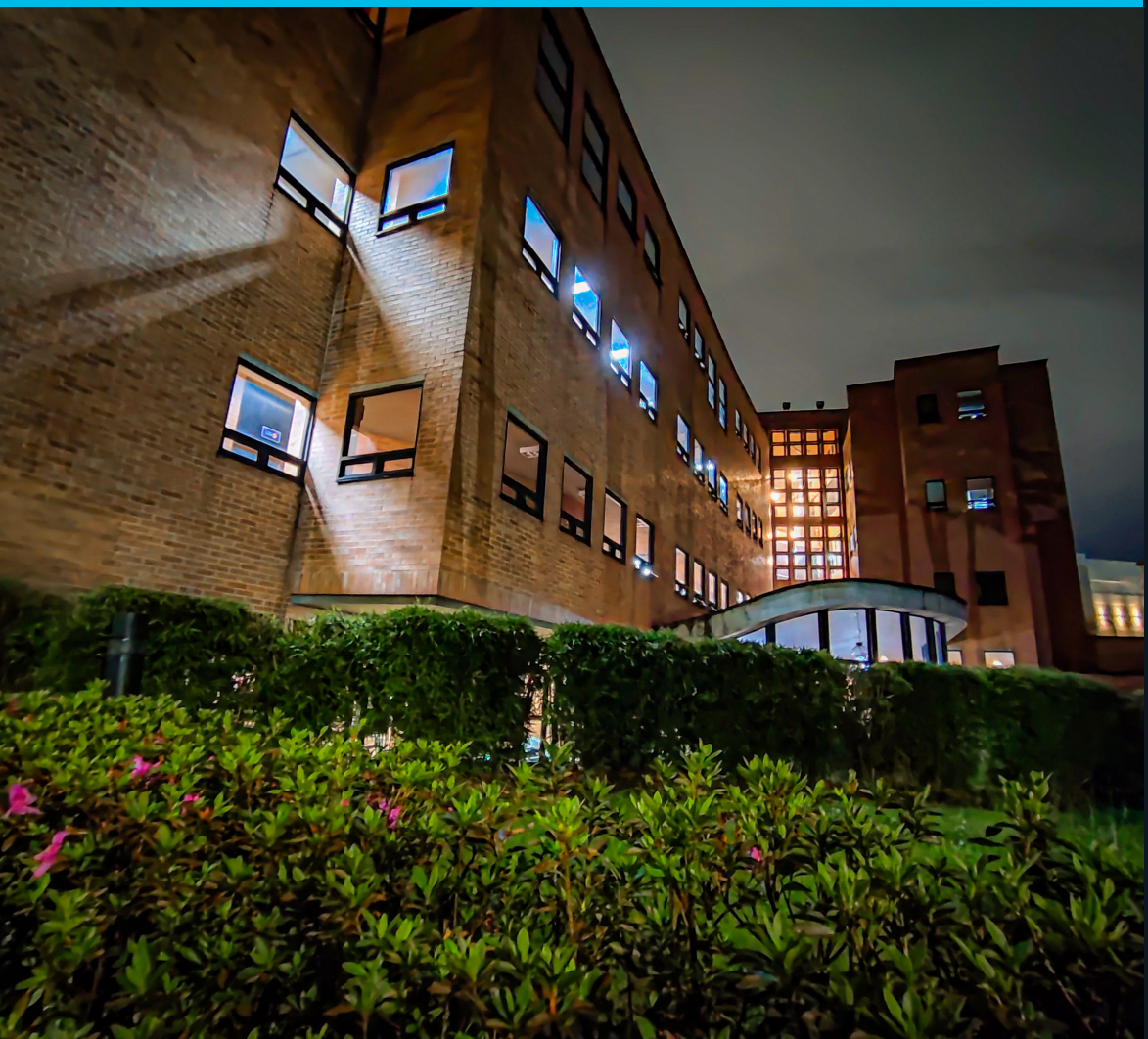




CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772



Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Economía
Sede Bogotá



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

ASESORES EXTERNOS

COMITÉ CIENTÍFICO

Ernesto Cárdenas
Pontificia Universidad Javeriana-Cali

José Félix Cataño
Universidad de los Andes

Philippe De Lombaerde
NEOMA Business School y UNU-CRIS

Edith Klimovsky
Universidad Autónoma Metropolitana de México

José Manuel Menudo
Universidad Pablo de Olavide

Gabriel Misas
Universidad Nacional de Colombia

Mauricio Pérez Salazar
Universidad Externado de Colombia

Fábio Waltenberg
Universidade Federal Fluminense de Rio de Janeiro

EQUIPO EDITORIAL

Daniela Cárdenas
Karen Tatiana Rodríguez

William David Malaver
Estudiante auxiliar

Proceditor Ltda.
Corrección de estilo, armada electrónica,
finalización de arte, impresión y acabados
Tel. 757 9200, Bogotá D. C.

Luis Tarapuez - Equipo de comunicaciones FCE
Fotografía de la cubierta

Indexación, resúmenes o referencias en

SCOPUS

Thomson Reuters Web of Science
(antiguo ISI)-SciELO Citation Index

ESCI (Emerging Sources Citation Index) - Clarivate Analytics

EBSCO

Publindex - Categoría B - Colciencias

SciELO Social Sciences - Brasil

RePEc - Research Papers in Economics

SSRN - Social Sciences Research Network

EconLit - Journal of Economic Literature

IBSS - International Bibliography of the Social Sciences

PAIS International - CSA Public Affairs Information Service

CLASE - Citas Latinoamericanas en Ciencias Sociales y Humanidades

Latindex - Sistema regional de información en línea

HLAS - Handbook of Latin American Studies

DOAJ - Directory of Open Access Journals

CAPEs - Portal Brasileiro de Informação Científica

CIBERA - Biblioteca Virtual Iberoamericana España / Portugal

DIALNET - Hemeroteca Virtual

Ulrich's Directory

DOTEC - Documentos Técnicos en Economía - Colombia

LatAm-Studies - Estudios Latinoamericanos

Redalyc

Universidad Nacional de Colombia

Carrera 30 No. 45-03, Edificio 310, primer piso
Correo electrónico: revcuaco_bog@unal.edu.co

Página web: www.ceconomia.unal.edu.co

Teléfono: (571)3165000 ext. 12308, AA. 055051, Bogotá D. C., Colombia

Cuadernos de Economía Vol. 45 No. 97 - 2026

El material de esta revista puede ser reproducido citando la fuente. El contenido de los artículos es responsabilidad de sus autores y no compromete de ninguna manera a la Escuela de Economía, ni a la Facultad de Ciencias Económicas, ni a la Universidad Nacional de Colombia.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Rector

José Ismael Peña Reyes

Vicerrectora Sede Bogotá
Olivia Lorena Chaparro Díaz

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Decana

Liliana Alejandra Chicaiza Becerra

ESCUELA DE ECONOMÍA

Director

Óscar Arturo Benavidez González

VICEDECANATURA DE INVESTIGACIÓN Y EXTENSIÓN

Hernando Bayona Rodríguez

CENTRO DE INVESTIGACIONES PARA EL DESARROLLO - CID

Carlos Osorio Ramírez

DOCTORADO Y MAestrÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y PROGRAMA CURRICULAR DE ECONOMÍA

Coordinador

Mario García Molina

CUADERNOS DE ECONOMÍA

EDITOR

Jonathan Daniel Gómez Zapata
Universidad Nacional de Colombia

CONSEJO EDITORIAL

Liliana Chicaiza

Universidad Nacional de Colombia

Juan Miguel Gallego

Universidad del Rosario

Mario García Molina

Universidad Nacional de Colombia

Iván Hernández

Universidad de Ibagué

Paula Herrera Idárraga

Pontificia Universidad Javeriana

Noemí Levy

Universidad Nacional Autónoma de México

Iván Montoya

Universidad Nacional de Colombia, Medellín

Juan Carlos Moreno Bríd

Universidad Nacional Autónoma de México

Manuel Muñoz Conde

Universidad Nacional de Colombia

Esteban Pérez Caldentey

Universidad de Pittsburgh

Matías Vernengo

Bucknell University

Marta Juanita Villaveces

Universidad Nacional de Colombia

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia.

Usted es libre de:

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

Bajo las condiciones siguientes:

- **Atribución** — Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** — No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** — No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



El contenido de los artículos y reseñas publicadas es responsabilidad de los autores y no refleja el punto de vista u opinión de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas o de la Universidad Nacional de Colombia.

The content of all published articles and reviews does not reflect the official opinion of the Faculty of Economic Sciences at the School of Economics, or those of the Universidad Nacional de Colombia. Responsibility for the information and views expressed in the articles and reviews lies entirely with the author(s).

**PREDICCIÓN DE LA RELACIÓN MARGINAL
CAPITAL-PRODUCTO PARA CHINA:
UNA APLICACIÓN DE LA CAMINATA
AL AZAR PROBABILÍSTICA**

José Reyes Bernal-Bellón
Javier Oswaldo Rodríguez Velásquez
Sandra Catalina Correa Herrera
Signed Esperanza Prieto Bohórquez
Jorge Eliécer Gaitán Méndez

Bernal-Bellón, J. R., Rodríguez Velásquez, J. O., Correa Herrera, S. C., Prieto Bohórquez, S. E., & Gaitán Méndez, J. E. (2026). Predicción de la relación marginal capital-producto para China: una aplicación de la caminata al azar probabilística. *Cuadernos de Economía*, 45(97), 73-86.

J. R. Bernal-Bellón

Universidad Antonio Nariño, Grupo de Estudios en Desarrollo Económico y Social (GEDES). Bogotá (Colombia). Autor de correspondencia. Correo electrónico: jose.bernal@uan.edu.co

J. O. Rodríguez Velásquez, S. C. Correa Herrera, S. E. Prieto Bohórquez

Grupo Insight. Insight Research Group S.A.S. Bogotá (Colombia). Correos electrónicos: grupoinsight2025@gmail.com; insight.star@yahoo.com

J. E. Gaitán Méndez

Universidad Agustiniiana, Grupo GEICOS. Bogotá (Colombia). Correo electrónico: joelgamen118@yahoo.es

Sugerencia de citación: Bernal-Bellón, J. R., Rodríguez Velásquez, J. O., Correa Herrera, S. C., Prieto Bohórquez, S. E., & Gaitán Méndez, J. E. (2026). Predicción de la relación marginal capital-producto para China: una aplicación de la caminata al azar probabilística. *Cuadernos de Economía*, 45(97), 73-86. <https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v45n97.102736>

Este artículo fue recibido el 18 de mayo 2022, ajustado el 4 de febrero de 2025 y su publicación aprobada el 3 de marzo de 2025.

Este artículo implementa la metodología de la caminata al azar probabilista para predecir la relación marginal capital producto del modelo de Harrod, y con ello realizar predicciones de la tasa de crecimiento de la economía de China a partir de la base de datos Penn World Table. Se analizó geoméricamente el comportamiento de la dinámica de la relación marginal para luego estudiar, por medio de espacios de probabilidad, su comportamiento probabilista. Finalmente se aplicó una ecuación de segundo grado con la que se predijo numéricamente la variable para 2017. El valor predicho físico-matemáticamente para la relación marginal capital producto del año 2017 en China tuvo una precisión de 96,9 %. La metodología aplicada sugiere que los órdenes matemáticos subyacentes en el crecimiento económico pueden ser caracterizados y predichos mediante enfoques acausales de la física teórica, lo cual contribuye potencialmente a la generación de métodos predictivos en economía.

Palabras clave: probabilidad; relación marginal capital-producto; macroeconomía.

JEL: C02, C53, C82.

Bernal-Bellón, J. R., Rodríguez Velásquez, J. O., Correa Herrera, S. C., Prieto Bohórquez, S. E., & Gaitán Méndez, J. E. (2026). Predicting the marginal capital-output ratio for China: An application of probabilistic random walks. Cuadernos de Economía, 45(97), 73-86

This paper implements the probabilistic random walk methodology to predict the marginal product-capital ratio of the Harrod model and thus make predictions of the growth rate of China's economy with the Penn World Table database. The behaviour of the dynamics of the ratio was analysed geometrically to then study its probabilistic behaviour by means of probability spaces and, finally, a second-degree equation was applied to numerically predict the variable for 2017. The physico-mathematically predicted value for the marginal capital product ratio for the year 2017 in China had an accuracy of 96.9 %. The applied methodology suggests, that the mathematical orders underlying economic growth can be characterised and predicted by acausal approaches in theoretical physics, potentially contributing to the generation of predictive methods in economics.

Keywords: Probability; capital output marginal ratio; macroeconomics.

JEL: C02, C53, C82.

INTRODUCCIÓN

A partir de la teoría de la probabilidad, se ha posibilitado la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de distintos fenómenos (Laplace, 1995). Formalmente, la probabilidad se ha definido como una función que cumple con condiciones tales como que toda probabilidad siempre tiene un valor positivo; que la suma de las probabilidades de dos o más eventos corresponde a la probabilidad de la unión de eventos independientes entre sí; y que la probabilidad de un espacio muestral siempre se encuentra entre un valor de 0 a 1, donde 0 indica que el evento no sucederá mientras que 1 indica que el evento ocurre con seguridad (Feynman, Leighton y Sands, 1964; Laplace, 1995; Mood, Graybill y Boes 1974; Suárez, 2002).

En conjunto con la probabilidad, el estudio del movimiento browniano dio lugar al desarrollo de la caminata al azar, que ayuda a describir el movimiento de fenómenos que tienen trayectorias y longitudes aleatorias (Redner, 2001). Mediante esta teoría física (Lavenda, 1990), se han estudiado fenómenos de la ecología como los movimientos de los animales, o de otras áreas del conocimiento (como la economía) para estudiar la eficiencia de las criptomonedas y del mercado de valores; en física, el movimiento de partículas; y en las redes biológicas; entre otros (Acosta, Vera y Núñez, 2005; Apopo y Phiri, 2021; Dechant *et al.*, 2019; Goel y Richter-Dyn, 1974; Riascos *et al.*, 2020; Valdeolivas *et al.*, 2019). Producto de estos antecedentes de la caminata al azar, se ha mostrado que es posible realizar analogías geométricas aplicables en distintos comportamientos complejos y que sus dinámicas pueden ser acotadas.

A partir de lo anterior, se han estudiado comportamientos irregulares de fenómenos de interés biomédico, en particular las epidemias, y de esa forma se ha logrado realizar predicciones anuales altamente precisas por medio del desarrollo de una metodología denominada *caminata al azar probabilista*. Con este método, se predijo la cantidad de infectados por enfermedades como la malaria y el dengue en Colombia con porcentajes predictivos superiores al 90 % (Rodríguez, 2009; Rodríguez *et al.*, 2011) a través de una analogía con la caminata al azar, del fenómeno, junto con análisis de espacios de probabilidad y la aplicación de una ecuación de segundo grado. Este método también ha sido usado para predecir la disponibilidad de las reservas de carbón (Rodríguez *et al.*, 2019) e indicadores de seguridad vial (Rodríguez *et al.*, 2019) lo cual sugiere su extensión predictiva a otras áreas del conocimiento ajenas a la medicina, como el crecimiento económico.

Se ha postulado que el crecimiento económico relaciona fluctuaciones cada vez más marcadas a nivel global, y este fenómeno ha hecho necesario el desarrollo de teorías y enfoques que favorezcan el entendimiento y la predicción de las relaciones macroeconómicas de manera mucho más precisa para poder evaluar el crecimiento particular de cada país. Una de las variables que ha presentado mayor interés es la relación marginal capital-producto; se había presupuestado que sus valores se mantienen constantes. Sin embargo, las investigaciones han demostrado que esta relación puede ser altamente variable (Bernal, 2008a, 2008b, 2010).

El trabajo explícito de Bernal (2017) demuestra la alta volatilidad de la tasa de crecimiento económico y de la relación marginal capital-producto para China. Concluye, a través de estimaciones de mínimos cuadrados ordinarios, que estas dos variables están correlacionadas en un 96 %. En consecuencia, predecir la relación marginal conduce a predecir la tasa de crecimiento económico. Adicionalmente, el artículo abre la posibilidad de nuevas investigaciones sobre la variabilidad de la tasa de crecimiento económico de China. El artículo recomienda que, ante la enorme volatilidad del ICOR, habría que preguntarse si las reformas estructurales implementadas en algunos periodos en China —al igual que los impactos de la política económica— pueden haber reducido o aumentado esa variable y con ello definir los incrementos o las disminuciones de la tasa de crecimiento económico. De igual manera, el artículo también recomienda la necesidad de involucrar la dinámica de la demanda agregada y su impacto sobre el ICOR. Por hipótesis, podría plantearse desde ya que los incrementos importantes en la demanda agregada conducen a disminuciones en este indicador. En consecuencia, las políticas que favorecen mayor consumo, intervención del Estado o mayores exportaciones pueden generar reducciones importantes en el ICOR y esto puede verse reflejado en este cambio en mayores tasas de crecimiento económico.

Teniendo en cuenta que la relación marginal capital-producto es altamente variable en los países y entre países, y que inherentemente representa un comportamiento errático que no logra ser descrito de forma adecuada, se ha propuesto el uso de la caminata al azar probabilista para predecir el comportamiento de esta relación. Un ejercicio similar fue aplicado al caso colombiano y se logró una predicción del 97,7 % (Bernal *et al.*, 2023). Por lo anterior, el propósito de esta investigación consiste en aplicar la caminata al azar probabilista para predecir la relación marginal capital producto de China. Con el propósito de comprobar la capacidad predictiva de este método, se realizará una predicción para 2017, de manera que se realiza un contraste con valores ya reportados en la base de datos de la Penn World Table (Feenstra *et al.*, 2019).

METODOLOGÍA

Diseño del estudio

Estudio observacional de predicción del comportamiento de la relación marginal capital-producto entre los años 1996-2016 para China.

Definiciones

Longitud de la relación marginal capital-producto: definida mediante la ecuación (1):

$$L = \sqrt{(X_0 - X_o)^2 + (Y_1 - Y_o)^2} \quad (1)$$

donde X_0 y Y_0 son las coordenadas para el tiempo inicial; X_1 y Y_1 son las coordenadas para el año siguiente y L : es la longitud de una variación anual.

Probabilidad de la longitud de la relación marginal capital-producto: definida mediante la ecuación (2), donde se establece el cociente entre la longitud anual sobre el total de longitudes compiladas.

$$P(L) = \frac{\text{Longitud relación marginal capital producto}}{\text{Total longitudes}} = \frac{L}{TL} \quad (2)$$

Probabilidad de la relación marginal capital-producto anual: definida mediante la ecuación (3) al dividir el valor de la relación anual sobre el total de valores de los años relacionados.

$$P(N) = \frac{\text{Relación marginal capital producto}}{\text{Total relaciones}} \quad (3)$$

Desviación media cuadrática: definida mediante la ecuación (4), con la cual se busca comprobar la no equiprobabilidad del fenómeno.

$$P(R_n) = \frac{\text{Relación marginal capital producto}}{\text{Total relaciones}} \pm \frac{1}{2\sqrt{N}} \quad (4)$$

Ecuación de segundo grado: definida mediante la ecuación (5) y que tiene por finalidad la obtención de un rango de valores para encontrar el valor a predecir de la relación marginal capital-producto anual.

$$Y_{ap} = \frac{2Y_{ap} \pm \sqrt{(-2Y_{aa})^2 - 4\{Y_{ap}^2 + (X_1 - X_0)^2 - [P(L)^2 \times (TL)^2]\}}}{2} \quad (5)$$

Donde ap: año a predecir; aa: año anterior. TL es la sumatoria de las tres longitudes de los tres últimos años y PL es el promedio aritmético de la probabilidad para los tres. últimos periodos evaluados.

Procedimiento

Inicialmente, se graficó el comportamiento de la relación marginal capital-producto en un plano bidimensional, y en el eje X se dispusieron los años de los datos que se analizaron; mientras que en el eje Y se ubicaron las magnitudes de la relación para cada año a partir de los datos de la Penn World Table (Feenstra *et al.*, 2015). Posteriormente, se observó que el comportamiento de la dinámica fuese compatible con la caminata al azar, lo cual permitió aplicar la metodología propuesta.

Luego, se calculó la longitud anual de la relación marginal capital-producto mediante la ecuación (1). Posteriormente, se generó un espacio de probabilidad en el cual las longitudes obtenidas con la ecuación (1) se consideraron como eventos de probabilidad al dividirse las longitudes anuales mediante la sumatoria de las longitudes (ecuación 2). Después, se procedió a calcular la probabilidad de la relación anualmente $P(N)$ que equivale a la relación marginal capital-producto de dicho año dividida entre la suma total de estos cambios (ecuación 3). De forma complementaria, y con el propósito de comprobar que la dinámica de la relación marginal capital-producto tiene un comportamiento no equiprobable —es decir, que esta dinámica presenta cargamientos de probabilidad—, se calculó la desviación media cuadrática con la ecuación (4).

Para establecer las predicciones de la dinámica de la relación marginal capital-producto, se procedió a evaluar, por medio de un espacio de probabilidad, los últimos tres valores que se presentan de manera consecutiva y que corresponden a los tres años previos del año a predecir. Así, se calculó el promedio aritmético de estos tres períodos; a continuación, se tomó el valor de este promedio y se sustituyó en la ecuación (1), la cual fue despejada hasta obtener la ecuación cuadrática (5) en función de Y . La solución de esta ecuación arroja dos valores entre los cuales se encuentra la predicción.

Para determinar un solo valor de entre el rango previo, se generó un espacio de probabilidad para analizar la presentación de aumentos y disminuciones consecutivos de los valores de la relación marginal capital-producto con respecto a los años previos consecutivos. Al determinar cuál es el evento más probable a partir de este análisis, se efectuó un promedio aritmético adicional entre el valor promedio del rango con respecto al valor superior si el evento más probable fuera el aumento; o con el valor inferior si el evento más probable fuera el descenso, respectivamente.

Finalmente, con el propósito de verificar la precisión predictiva de la caminata al azar probabilista para predecir este fenómeno, se cotejó el valor predicho para 2017 con el valor reportado oficialmente de la relación marginal capital-producto por la base de datos Penn World Table.

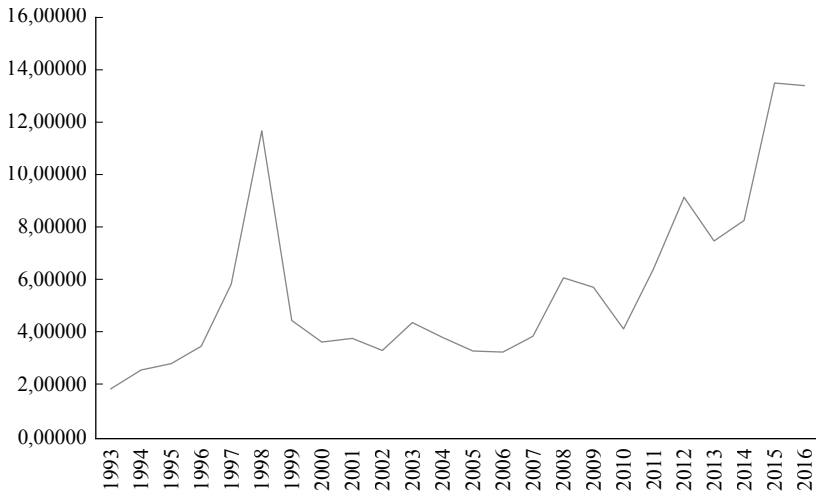
RESULTADOS

En el lapso evaluado, la relación marginal capital-producto tomó valores que fluctuaron entre 1,88886 y 13,50113 (figura 1). A continuación, se calcularon las distancias entre los puntos geométricos para cada año, las cuales tomaron valores entre 0,03368 y 7,19374 (ecuación 1).

Para continuar, se calculó la probabilidad para cada distancia con la ecuación (2), cuyos valores se encontraron entre 0,00088 y 0,18887. La proporción de las distancias respecto a la distancia mínima encontrada tomó valores en el rango de 1 a 213,59879 (tabla 1).

Figura 1.

Comportamiento de los valores anuales de relación marginal capital-producto para China entre 1993 y 2016



Fuente: elaboración propia.

Tabla 1.

Distancias entre puntos geométricos de la RMCP en China calculadas en el periodo 1993-2016 y probabilidad de cada distancia

| Año | Valor RMCP | L | Valor medio | P(L) |
|------|------------|---------|-------------|---------|
| 1993 | 1,88886 | - | - | - |
| 1994 | 2,59942 | 0,71056 | 21,09810 | 0,01866 |
| 1995 | 2,85042 | 0,25100 | 7,45288 | 0,00659 |
| 1996 | 3,50066 | 0,65024 | 19,30706 | 0,01707 |
| 1997 | 5,87147 | 2,37081 | 70,39486 | 0,06224 |
| 1998 | 11,67949 | 5,80802 | 172,45369 | 0,15249 |
| 1999 | 4,48576 | 7,19374 | 213,59879 | 0,18887 |
| 2000 | 3,67781 | 0,80795 | 23,98987 | 0,02121 |
| 2001 | 3,80338 | 0,12557 | 3,72845 | 0,00330 |
| 2002 | 3,34728 | 0,45610 | 13,54268 | 0,01197 |
| 2003 | 4,40202 | 1,05474 | 31,31776 | 0,02769 |
| 2004 | 3,85755 | 0,54447 | 16,16656 | 0,01429 |

(Continúa)

| Año | Valor RMCP | L | Valor medio | P(L) |
|------------|-------------------|----------|--------------------|-------------|
| 2005 | 3,32024 | 0,53731 | 15,95387 | 0,01411 |
| 2006 | 3,28657 | 0,03368 | 1,00000 | 0,00088 |
| 2007 | 3,89636 | 0,60980 | 18,10627 | 0,01601 |
| 2008 | 6,10664 | 2,21028 | 65,62822 | 0,05803 |
| 2009 | 5,75153 | 0,35511 | 10,54390 | 0,00932 |
| 2010 | 4,16326 | 1,58827 | 47,15954 | 0,04170 |
| 2011 | 6,44241 | 2,27915 | 67,67337 | 0,05984 |
| 2012 | 9,17811 | 2,73570 | 81,22927 | 0,07182 |
| 2013 | 7,50394 | 1,67417 | 49,70991 | 0,04395 |
| 2014 | 8,29403 | 0,79009 | 23,45949 | 0,02074 |
| 2015 | 13,50113 | 5,20710 | 154,61094 | 0,13671 |
| 2016 | 13,40630 | 0,09483 | 2,81562 | 0,00249 |

Nota. L: Longitudes, P(L): Probabilidad de las longitudes.

Fuente: elaboración propia.

Los resultados al calcular la desviación media cuadrática mediante la ecuación (4) fluctuaron en el rango de entre -0,02894 a 0,05655, y la diferencia esperada tuvo un valor máximo de 0,04275 y mínimo de -0,04275 (tabla 2).

Tabla 2.

Cálculo de valores de probabilidad y de desviación media cuadrática para la RMCP de China

| Año | P(N) | DMC+ | DMC- | DMC+ P(N) | DMC- P(N) |
|------------|-------------|-------------|-------------|------------------|------------------|
| 1993 | 0,01381 | 0,05655 | -0,02894 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1994 | 0,019 | 0,06175 | -0,02375 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1995 | 0,02083 | 0,06358 | -0,02191 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1996 | 0,02559 | 0,06833 | -0,01716 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1997 | 0,04292 | 0,08566 | 0,00017 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1998 | 0,08537 | 0,12811 | 0,04262 | 0,04275 | -0,04275 |
| 1999 | 0,03279 | 0,07553 | -0,00996 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2000 | 0,02688 | 0,06963 | -0,01587 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2001 | 0,0278 | 0,07055 | -0,01495 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2002 | 0,02447 | 0,06721 | -0,01828 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2003 | 0,03218 | 0,07492 | -0,01057 | 0,04275 | -0,04275 |

(Continúa)

| Año | P(N) | DMC+ | DMC- | DMC+ P(N) | DMC- P(N) |
|------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| 2004 | 0,0282 | 0,07094 | -0,01455 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2005 | 0,02427 | 0,06702 | -0,01848 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2006 | 0,02402 | 0,06677 | -0,01872 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2007 | 0,02848 | 0,07123 | -0,01427 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2008 | 0,04463 | 0,08738 | 0,00189 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2009 | 0,04204 | 0,08479 | -0,00071 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2010 | 0,03043 | 0,07318 | -0,01232 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2011 | 0,04709 | 0,08984 | 0,00434 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2012 | 0,06708 | 0,10983 | 0,02434 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2013 | 0,05485 | 0,09759 | 0,0121 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2014 | 0,06062 | 0,10337 | 0,01788 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2015 | 0,09868 | 0,14143 | 0,05594 | 0,04275 | -0,04275 |
| 2016 | 0,09799 | 0,14074 | 0,05524 | 0,04275 | -0,04275 |

Nota. DMC: Desviación media cuadrática, P(N): probabilidad del número de casos.
Fuente: elaboración propia.

Los valores obtenidos para la desviación media cuadrática y la diferencia esperada muestran un comportamiento cargado en la secuencia de valores que toma la RMCP entre 1993 y 2016. Al calcular la probabilidad del evento más posible para el año 2017 entre un aumento o disminución del valor de la RMCP, se encontró una mayor probabilidad para la disminución calculada en 0,538 (tabla 3).

Tabla 3.

Cálculo de probabilidades para aumentos y disminuciones consecutivas para el periodo 1993-2016 para China

| Periodos consecutivos | A | | D | |
|-----------------------|---|-------|---|-------|
| | V | P | V | P |
| 1 | 0 | 0,000 | 2 | 0,154 |
| 2 | 3 | 0,462 | 1 | 0,154 |
| 3 | 0 | 0,000 | 1 | 0,231 |
| 4 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 |
| Total | 6 | 0,462 | 7 | 0,538 |

Nota. A: aumentos, D: disminuciones, P: probabilidad
Fuente: elaboración propia.

Simultáneamente se reemplazaron las incógnitas en la ecuación (5) con los datos de 2014 a 2016. Al resolver la ecuación, se obtuvo un valor mayor que representa el límite superior del rango que contendrá la predicción y un valor menor que representa el límite inferior.

Con los cálculos probabilistas realizados para definir el evento más probable en 2017, fue posible afinar la predicción al promediar los valores obtenidos al resolver la ecuación (5) hacia el límite inferior. Luego de este refinamiento, se obtuvo una predicción de 12,39097 para 2017 con un porcentaje de acierto de 96,91389% al comparar el valor predicho con el valor reportado por la Penn World Table: 12,00856968.

DISCUSIÓN

Este es el primer trabajo en el cual se realizó una aplicación de la caminata al azar probabilista para predecir la relación marginal capital-producto anual de China en 2017 a partir de las series temporales compiladas en la Penn World Table. La alta precisión predictiva obtenida con esta metodología revela que el crecimiento económico expresado mediante la relación marginal capital-producto de un país presenta órdenes matemáticos que pueden ser predichos desde una perspectiva acausal, independiente del estudio de las causas que sustenten las fluctuaciones de la relación anualmente.

Desde la perspectiva macroeconómica, uno de los modelos que ha buscado estudiar el crecimiento económico fue desarrollado por Harrod, quien establece inicialmente la tasa de crecimiento económico como la relación entre la tasa de ahorro o de inversión sobre la relación incremental capital-producto (Harrod, 1939). Uno de los componentes de esta ecuación, denominado G_y , y que representa la tasa de crecimiento del producto, corresponde a la tasa de inversión i , que a su vez debe corresponder a la tasa de ahorro de la economía. Así, es posible explorar la relación incremental capital-producto que establece la relación incremental capital-producto expresada en la ecuación 6:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta K} = \frac{\Delta Y}{I} \quad (6)$$

Esta ecuación enlaza como equivalentes las variaciones de capital con respecto a la inversión —figurado por $\Delta K=I$ —. A pesar de las potenciales implicaciones de esta ecuación con respecto al análisis de la relación marginal capital-producto, se ha encontrado que esta relación no se mantiene constante en la escala regional de países que conforman la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, Centroamérica y Suramérica, así como en Asia y África (Bernal *et al.*, 2023).

Los hallazgos de Bernal (2010) muestran que efectivamente la relación marginal capital-producto se mantiene como una variable muy volátil que difiere significativamente de la relación capital-producto. Además, se resalta que, a pesar de su inherente volatilidad, es la relación marginal la que determina la tasa de crecimiento económico y de la cual se detalla que valores altos de la tasa se relacionan con bajos valores de $\frac{\Delta K}{\Delta Y}$.

Esta clase de comportamiento altamente volátil ha sido descrito y predicho por la caminata al azar probabilista en otros contextos. Por ejemplo, se ha evidenciado que el comportamiento de la cantidad de casos de personas infectadas por malaria y dengue, al igual que las variaciones anuales de los casos de estas enfermedades, comparten una trayectoria que puede ser descrita por la caminata al azar, lo cual ha permitido la aplicación de esta metodología predictiva con valores de acierto superiores al 90 %. Es importante destacar que estas predicciones han sido alcanzadas al superar las estimaciones de modelos estadísticos tradicionales que se ven limitados por las consideraciones poblacionales y sociodemográficas, entre otras.

La perspectiva físico-matemática sobre la cual se desarrolló esta investigación ha sido útil para estudiar fenómenos complejos de otras áreas del conocimiento. Ejemplo de ello resulta un método diagnóstico de la dinámica cardíaca basado en las relaciones de la entropía (Rodríguez *et al.*, 2020) y un método predictivo de la unión molecular al HLA clase II (Rodríguez, 2008). Similarmente, se han desarrollado métodos de caracterización del cáncer de tiroides mediante la geometría fractal y euclidiana (Rodríguez *et al.*, 2020) al igual que se ha predicho la mortalidad de personas hospitalizadas en la unidad de cuidados intensivos, y la precisión de este estudio fue del 100 % (Rodríguez *et al.*, 2019).

CONCLUSIONES

Este es el primer trabajo que se ha hecho para predecir la dinámica temporal de la relación marginal capital-producto en China para 2017 con base en una caminata al azar probabilista que genera una predicción de acierto del 97 %, y que es útil para la toma de decisiones en política económica. En general, es la primera predicción de la eficiencia de la inversión o la relación marginal capital-producto a través de esta metodología acausal realizada para un país. Es importante predecir el comportamiento de esta variable porque es la que explica las diferencias de crecimiento entre países y porque define la tasa de crecimiento de un país.

LIMITACIONES

La caminata al azar probabilística es una metodología acausal y es la primera vez que se usa para predecir una variable económica con alto grado de acierto. El grado de acierto equivale al 97 %. No obstante, en teoría económica se han establecido una serie de relaciones entre variables macroeconómicas que explican

cada uno de sus comportamientos. Cada relación entre variables tiene un sustento teórico desde distintas escuelas de pensamiento, y muchas veces han sido validadas empíricamente. Con esta metodología de la caminata al azar se desconoce esa contribución teórica porque la predicción de la variable es acausal, es explicada por sí misma, como se vio anteriormente, pero su comportamiento contribuye a la predicción de la tasa de crecimiento de las economías.

Como la relación marginal capital-producto o eficiencia de la inversión siempre se ha considerado relativamente constante, no era necesario su estudio. Por esta razón, son escasos los estudios que muestran la endogenización —a no ser por el trabajo de Bernal *et al.* (2008a) o el de Nell y Thirlwall (2017)—. Su predicción a través de la caminata al azar probabilística puede ofrecer una primera aproximación a la comprensión de esta variable, a pesar de que no involucre una sustentación teórica desde ninguna de las escuelas de pensamiento. Lo que sí es importante es que una predicción con un acierto elevado puede permitir predecir la tasa de crecimiento de las economías a través del modelo de Harrod porque la tasa de ahorro —que es la otra variable explícita en este modelo— permanece relativamente constante.

FINANCIACIÓN

Producto derivado del proyecto 201717 financiado por la Universidad Antonio Nariño, sede Bogotá.

AGRADECIMIENTOS

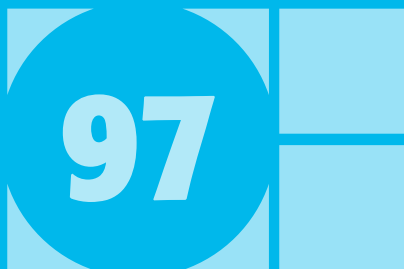
Agradecemos a la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad Antonio Nariño por apoyar nuestras investigaciones. Igualmente, agradecemos a Insight Research Group S. A. S. por su apoyo administrativo y asistencial para ejecutar este estudio.

REFERENCIAS

1. Acosta, R., Vera, R., & Núñez, A. (2005). Fauna de anuros en la ciudad de Salta, Argentina. *Rev. biol. Trop.*, 53(3-4), 569-575. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-77442005000200024
2. Apopo, N., & Phiri, A. (2021). On the (in)efficiency of cryptocurrencies: Have they taken daily or weekly random walks?. *Heliyon*, 6-7(4), e06685. <https://ideas.repec.org/p/pramprapa/94712.html>
3. Bernal-Bellon, J. R., Rodriguez, J., Rodriguez Velasquez, J. O., Correa Herrera, S. C., Prieto Bohórquez, S. E., & Gaitán Méndez, J. E. (2023). Predicción matemática de la relación marginal capital producto anual con base en una metodología fundamentada en la caminata al azar probabilística.

- Economic Analysis Review*, 38(1), 137-147. <https://www.rae-ear.org/index.php/rae/article/view/897>
4. Bernal, J. R. (2008a). La tasa de crecimiento garantizada de Harrod como ley del crecimiento económico: una comprobación empírica. *Cuad. Econ.* 27(49).
 5. Bernal, J. R. (2008b). Inversión, progreso técnico y crecimiento económico. Más allá de Hussein y Thirlwall. *Revista CIFE*, 13, 227-234.
 6. Bernal, J. R. (2010). Un nuevo hecho estilizado del crecimiento: la relación marginal capital producto es muy volátil y determina la volatilidad de la tasa de crecimiento de la economía. *Global Journal of Management and Business Research*, 4-17.
 7. Bernal, J. R. 2017. An explanation of the variability of the economic growth rate of China. *Journal of Economics and Trade*, 2(1), 15-27.
 8. Dechant, A., Kindermann, F., Widera, A., & Lutz, E. (2019). Continuous-time random walk for a particle in a periodic potential. *Phys Rev Lett.*, 123(7), 070602. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1812.09050>
 9. Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2015). The next generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150-3182. www.ggd.net/pwt
 10. Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1964). Probabilidad. En R. P. Feynman, R. B. Leighton & M. Sands, *Física* (pp. 6-1, 6-16). Addison-Wesley Iberoamericana.
 11. Goel, N. W., & Richter-Dyn, N. (1974). *Stochastic models in biology*. Academic Press.
 12. Harrod, R. F. (1939). La teoría dinámica. En A. Sen, *Economía del crecimiento* (pp. 43-62). FCE.
 13. Laplace, P. (1995). *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*. Altaya.
 14. Lavenda, B. (1990). *Orden y caos* (pp. 28-37). Prensa Científica.
 15. Mood, A., Graybill, F., & Boes, D. (1974). *Introduction to the theory of statistics* (3a ed.). McGraw-Hill.
 16. Nell, K., & Thirlwall, A. (2017). *Why does the productivity of investment vary across countries?* (School of Economics Discussion Papers, 1703). University of Kent, School of Economics. <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/175514/1/1703.pdf>
 17. Redner, S. (2001). *A guide to first-passage process*. Cambridge University Press.
 18. Riascos, A. P., Boyer, D., Herringer, P., & Mateos J. L. (2020). Random walks on networks with stochastic resetting. *Phys Rev E*. 101(6-1), 062147. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.062147>
 19. Rodríguez, J. O., Villamizar, M. L., Correa, S. C., Laguado, E., Prieto, S. E., & Pernet, F. B. (2020a). Aplicación de una metodología diagnóstica de los sistemas cardiacos en pacientes hipertensos fundamentada en las

- proporciones de la entropía. *Revista Latinoamericana de Hipertensión*, 15, 339-344.
20. Rodríguez J. (2008). Teoría de unión al HLA clase II teorías de Probabilidad Combinatoria y Entropía aplicadas a secuencias peptídicas. *Inmunología*, 27(4), 151-66.
 21. Rodríguez, J. O., Grisales, C., Barrios, F., Correa, S., Prieto, S., & Jattin, J. (2020b). Application of fractal and Euclidean methods to differentiate normal and neoplastic thyroid cells. *Indian J Med Paediatr Oncol*, 41, 874-878.
 22. Rodríguez, J. O., Medina, S., Soracipa, M. Y., Jattin, J. J., Páez, K., & Guzmán, E. (2019). Confirmación de la metodología diagnóstica diseñada para evaluar la dinámica cardiaca aguda durante 15 horas. *Gac Med Bilbao*, 116(1), 09-15.
 23. Rodríguez, J. (2009). Dinámica probabilista temporal de la epidemia de malaria en Colombia. *Rev. Fac. Med.*, 17(2), 214-221.
 24. Rodríguez, J., Vitery, S., Puerta, G., Muñoz, D., Rojas, I., & Pinilla, L. (2011). Dinámica probabilista temporal de la epidemia de dengue en Colombia. *Rev Cubana Hig Epidemiol*, 49(1), 74-83. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1561-30032011000100009
 25. Rodríguez, J., Correa, C., Oviedo, E., Sandoval, N., & Prieto, S. (2019). Prediction of the availability of carbon reserves through the probabilistic random walk for the year 2015 in Colombia. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1160, 1-6.
 26. Suárez, J. F. (2002). *Introducción a la teoría de probabilidad* (1ª. Ed.) Universidad Nacional de Colombia (sede Manizales).
 27. Valdeolivas, A., Tichit, L., Navarro, C., Perrin, S., Odelin, G., & Levy, N. (2019). Random walk with restart on multiplex and heterogeneous biological networks. *Bioinformatics*, 35(3), 497-505 https://hal.science/hal-01946427v1/file/Valdeolivas_BioRXIV2018.pdf



CUADERNOS DE ECONOMÍA

ISSN 0121-4772

ARTÍCULOS

- JESÚS ALBERTO PARADA PÉREZ Y CAMILO ALMANZA RAMÍREZ
¿Involución o evolución en la competitividad de los sectores económicos en Colombia?:
Una mirada desde la teoría de la complejidad económica 1
- JOSÉ LUIS MARTÍNEZ CAMPO, NOÉ VELÁZQUEZ-ESPINOZA Y HÉCTOR CUEVAS-VARGAS
Relación entre capacidad de reconfiguración y capacidad de innovación:
una aplicación en el sector hotelero 41
- JOSÉ REYES BERNAL-BELLÓN, JAVIER OSWALDO RODRÍGUEZ VELÁSQUEZ, SANDRA CATALINA CORREA HERRERA,
SIGNED ESPERANZA PRIETO BOHÓRQUEZ Y JORGE ELIÉCER GAITÁN MÉNDEZ
Predicción de la relación marginal capital-producto para China: una aplicación de la
caminata al azar probabilística 73
- JESÚS FERNANDO BARRIOS ORDÓÑEZ
Brecha digital en Colombia: ¿quiénes se conectan, cómo y para qué? 87
- OMAR NEME CASTILLO Y CESAIRE CHIATCHOUA
FDI and poverty in Mexican states (2010-2020) 133
- RICARDO ANTONIO SÁNCHEZ CÁRCAMO Y JOHNKER AUGUSTO SANTAMARÍA RAMOS
Aproximaciones hacia una economía para la paz. De la seguridad ontológica a la
seguridad diacrónica en Colombia 2000-2018 173
- ANA FLÁVIA MACHADO, MARIANGELA FURLAN ANTIGO, ALICE DEMATTOS GUIMARÃES, JONAS SULURICO,
FERNANDO UBA CARIÊLO VIEIRA Y MARIA EDUARDA GUIMARÃES
Survival in art occupations: The case of Brazilian state capitals 203
- MARCOS TOSTES LAMONICA Y SERGIANY DA SILVA LIM
Fragilidade financeira no setor industrial brasileiro, 2007-2018: uma análise usando VEC
com painel cointegrado 231
- LIBARDO ROJAS-VELÁSQUEZ, CAMILO FABIAN GÓMEZ SEGURA Y ÓSCAR HERNÁN CERQUERA LOSADA
Exclusión laboral y educativa de los jóvenes en Colombia antes y después del COVID-19 265
- LEOPOLDO GÓMEZ-RAMÍREZ Y JORGE QUINTERO OTERO
A model for teaching oil shocks in a small, open, oil-exporting, and developing economy 295
- JOSÉ CARLOS GONZÁLEZ NÚÑEZ Y FERNANDO MARINÉ OSORIO
Las variables de comportamiento que determinan la tenencia de crédito en México:
un análisis empírico 329
- JHON ALVARO PÉREZ CRUZ, CLAUDIA MILENA PICO BONILLA Y SUELEN EMILIA CASTIBLANCO MORENO
Modelación del *scoring* de crédito: una revisión sistemática de literatura de
sus determinantes psicológicos 359

ISSN 0121-4772



9 770121 477005 97