ECONOMIA

ESTADISTICA

Los números índices

#239

Promedio geométrico.

El promedio geométrico es la raíz **n** del producto de **n** cifras que se quieren promediar.

Con la notación del cuadro I, la fórmula algébrica del promedio geométrico simple de los índices parciales es la siguiente:

$$\left(\frac{p_1'}{p_1}\;\frac{p_2'}{p_2}\;\frac{p_3'}{p_3}\;\cdots\cdots\;\frac{p_n'}{p_n}\right)^{1/n} \qquad (5)$$

Con la notación del cuadro II, la fórmula algébrica para el promedio geométrico ponderado es ésta:

$$\left[\left(\frac{p'_1}{p_1}\right)^{q_1}\left(\frac{p'_2}{p_2}\right)^{q_2}\left(\frac{p'_3}{p_3}\right)^{q_3}\cdots\left(\frac{p'_n}{p_n}\right)^{q_n}\right]^{1/\Sigma q_i}$$

El promedio geométrico satisface la prueba de reversión. Verifiquémosla para el promedio simple.

El índice del año que se considera con base del primero es:

$$\left(\frac{p'_1}{p_1}\;\frac{p'_2}{p_2}\;\frac{p'_3}{p_3}\cdots\cdots\frac{p'_n}{p_n}\right)^{1/n}$$

E, invirtiendo la base, tendremos como índice:

$$\left(\frac{p_1}{p'_1}\;\frac{p_2}{p'_2}\;\frac{p_3}{p'_3}\cdots\cdots\frac{p_n}{p'_n}\right)^{1/n}$$

Como estas dos expresiones son recíprocas, su producto es la unidad, luego el promedio geométrico simple cumple la prueba de reversión. Igual cosa sucede con el promedio geométrico ponderado.

Otra ventaja del promedio geométrico es que da los mismos resultados cuando los números índices se hallan directamente que por el sistema de "cadena". En efecto,

El índice del segundo año con base del primero sería como la expresión (5).

El índice del tercer año ('') con base del segundo, sería:

$$\left(\frac{p''_1}{p'_1}\;\frac{p''_2}{p'_2}\;\frac{p''_3}{p'_3}\cdots\cdots\frac{p''_n}{p_n}\right)^{1/n}$$

Multiplicando estos dos eslabones, se destruyen el numerador del primer radical con el denominador del segundo y hallaremos como índice del tercer año, con base del primero, pero a través del segundo, el siguiente:

$$\left(\frac{p''_1}{p_1}\;\frac{p''_2}{p_2}\;\frac{p''_3}{p_3}\cdots\cdots\frac{p''_n}{p_n}\right)^{1/n}$$

Que es el mismo que se hallaría directamente para el tercer año con base del primero.

El promedio geométrico, aconsejado por Jevons desde 1863, goza de mucho favor, con razón, entre los estadísticos, como procedimiento para hallar los números índices. Es muy aconsejable, principalmente, cuando se trata de una serie asimétrica y, si se funda en gran número de artículos, da resultados bastante exactos el promedio geométrico simple.

Relativos de posición

Dos son los números relativos usuales de posición: la mediana y el modo. Cuando se ha formado la serie de los índices parciales de los artículos que se consideran, puede tomarse como número índice del grupo la mediana o el modo de esa serie. Como estos relativos son los índices de artículos individuales, el procedimiento para hallar el número índice satisface la prueba de reversión.

Se sabe que la mediana es la variable que ocupa la posición central de una serie. El método de la mediana simple tiene la ventaja de que los artículos extremos apenas si influyen en el resultado final. Si, en el caso concreto del índice de los alimentos, un artículo sube mucho de precio, los consumidores se defienden sustituyéndolo por otro que cueste menos. Por lo tanto, en el número índice del grupo las grandes variaciones de precio de algunos artículos casi no tienen influencia en el resultado que se busca, que es el número índice del artículo que, en magnitud, ocupa el centro de la serie, sin que importe la cuantía de los otros términos de la misma serie.

Este método de la mediana no es aplicable prácticamente sino cuando se deduce de un gran número de artículos. Tiene fuertes partidarios, tales como Bowley y Mitchell. Fisher dice que es el más aconsejable entre los índices no ponderados.

También puede tomarse como número índice del grupo el modo de la serie formada con los índices parciales. Pero este procedimiento es poco empleado, por exigir número grande de artículos y por la dificultad de precisar el modo en una serie de esta naturaleza. Fue empleado por Mitchell con buen éxito sobre los precios durante la gran guerra, pero con base de 1.437 artíículos.

Tanto el método de la mediana, como el del modo, pueden ser simples o ponderados, unos y otros de cadena, o combinados con los resultados obtenidos por otros procedimientos (**crossing**). Pero no hay objeto en analizar estos diversos sistemas, que no debemos aconsejar en este país, por requerir gran número de elementos y porque hay otros métodos de resultados más exactos.

Método agregativo

Este procedimiento es totalmente distinto de los anteriores. Hemos visto que en ellos el índice del grupo se deduce de los índices parciales por los procedimientos usuales en la estadística para obtener Nros. relativos (**averages**), es decir, el promedio aritmético, el armónico, el geométrico, la mediana y el modo. En el método agregativo no se hallan los números índices parciales, sino que se suman los precios a los valores de los artículos que se consideran y el número ííndice del grupo es la relación entre esa suma y la análoga del año base (multiplicada por 100 usualmente).

Este procedimiento fue primeramente empleado por Dutot en 1737. Como en todos los tipos, el índice agregativo puede ser simple o ponderado. Pero, por el caráácter especial del método, no debe usarse nunca el simple, que conduce a resultados erróneos. Supongamos que, entre los artículos cuyo índice de precios se busca, figuraran, en cantidades iguales, una libra de oro y una libra de papas: una elevación de 10% en el precio del oro afectaría considerablemente el número índice del grupo, mientras que el mismo porcentaje de aumento en el precio de las papas apenas influiría en el resultado. No pasa lo mismo en los otros procedimientos para hallar números índices, en los cuales los datos que se tienen en cuenta son los índices relativos de cada artículo. Por esta razón, el método agregativo simple no debe emplearse nunca. Sin embargo es el usado en los números índices de Bradstreet, pero sobre un gran número de artículos.

Veamos la fórmula para el índice agregativo ponderado, con la notación del cuadro II:

$$\frac{p'_1 q_1 + p'_2 q_2 + p'_3 q_3 \ldots\ldots + p'_n q_n}{p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 \ldots\ldots + p_n q_n} = \frac{\Sigma p'_i q_i}{\Sigma p_i q_i} \qquad [7]$$

Este procedimiento satisface la prueba de reversión, porque, al trocar las bases, como son de una sola línea, multiplicados uno por otro los índices, el producto es igual a la unidad.

Tiene también la ventaja de que, si se emplea el método de cadena, da iguales resultados que con base fija. En efecto, tomando como base para cada año el índice anterior, tenemos:

2o. año con base del 1o.: $\dfrac{\Sigma p'_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$

3er. año con base del 2o.: $\dfrac{\Sigma p''_1 q_1}{\Sigma p'_1 q_1}$

4o. año con base del 3o.: $\dfrac{\Sigma p'''_1 q_1}{\Sigma p''_1 q_1}$

. . . .

Con estos "eslabones", al unirlos para formar la cadena, se multiplica cada uno por los años anteriores y tendremos:

Número índice del 2o.: $\dfrac{\Sigma p'_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$

Número índice del 3o.: $\dfrac{\Sigma p'_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1} \times \dfrac{\Sigma p''_1 q_1}{\Sigma p'_1 q_1} = \dfrac{\Sigma p''_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$

Número índice del 4o.: $\dfrac{\Sigma p'_1 q_1}{\Sigma p_1 p_1} \times \dfrac{\Sigma p''_1 q_1}{\Sigma p'_1 q_1} \times \dfrac{\Sigma p'''_1 q_1}{\Sigma p''_1 q_1} = \dfrac{\Sigma p'''_1 q_1}{\Sigma p_1 q_1}$

. . . .

Como se ve, estos números índices, hallados por el método de cadena, son los mismos que si se hubieran calculado directamente con base en el primer año.

Hasta ahora hemos supuesto que la importancia de los artículos considerados es la misma en el año cuyo número índice se busca que en el año base. Pero esa importancia, y, por lo tanto, los coeficientes que la miden puede variar de un año a otro.

Supongamos que en el año estuviera representada por los coeficientes

$$q_1 \quad q_2 \quad q_3 \ldots\ldots q_n$$

y en el año considerado por

$$q'_1 \quad q'_2 \quad q'_3 \ldots\ldots q'_n$$

Entonces el número índice, por este mé-todo agregativo se hallaría con la fórmula:

$$\frac{p'_1\, q'_1 + p'_2\, q'_2 + p'_3\, q'_3 \ldots\ldots + p'_n\, q'_n}{p_1\, q_1 + p_2\, q_2 + p_3\, q_3 \ldots\ldots + p_n\, q_n} = \frac{\Sigma p'_i\, q'_i}{\Sigma p_i\, q_i} \qquad [8]$$

Si se toman como coeficientes únicamente los del primer año, se obtiene la llamada fórmula de Laspeyres, quien la propuso en 1864.

$$\frac{\Sigma p'_i\, q_i}{\Sigma p_i\, q_i} \qquad (9)$$

Y si se toman los coeficientes del 2o. año, la fórmula sería la propuesta por Paasche, quien la propuso en 1874.

$$\frac{\Sigma p'_1\, q'_1}{\Sigma p_1\, q'_1} \qquad (10)$$

Pero se dice que tanta razón hay para tomar los coeficientes del primer año como los del 2o., por lo cual Fisher propone la que él llama fórmula "ideal", que es el promedio geométrico de las dos anteriores:

$$\sqrt{\frac{\Sigma p'_1\, q_1}{\Sigma p'_1\, q_1} \times \frac{\Sigma p'_1\, q'_1}{\Sigma p_1\, q'_1}} \qquad (11)$$

Esta fórmula es considerada como la mejor de todas para obtener números índices por eminentes autoridades, como Bowley, Walsh, Young y otros.

Como de ejecución más rápida y de resultados casi idénticos a los de la fórmula "ideal", se ha propuesto la siguientete:

$$\frac{\Sigma(q_1 + q'_1)\, p'_1}{\Sigma(q_1 + q'_1)\, p_1} \qquad (12)$$

En la fórmula (9) los coeficientes son los del año base, en la (10) los del año considerado y, en ésta (12), el promedio aritmético de las dos. También en otros procedimientos ponderados podríamos haber considerado los casos en los cuales varían los coeficientes de un año a otro. Pero no consideramos de aplicación práctica entre nosotros estas *fórmulas en los cuales se tienen en cuenta las modificaciones en la importancia de los artículos considerados, por la dificultad de valorarla de un año a otro.* Los datos primarios que suministra nuestra incipiente estadística no permiten sutilizar demasiado y pretender resultados extremadamente exactos. Por otra parte, esas variaciones son insensibles o no existen en muchos casos. En Medellín, por ejemplo, no se han modificado las costumbres alimenticias en los últimos años, luego no hay para qué variar las cantidades que para los diversos artículos considerados *fijó* el doctor Alejandro López cuando inició, en 1918, la investigación de los números índices de los precios del mercado.

Además en la prueba de reversión de que hemos hablado ya, hay otra llamada "factor reversal test", que no creemos necesario exponer y analizar, pues se aplica cuando hay variación en las cantidades o coeficientes que midan la importancia de los diversos artículos, lo que no es práctico, ni posible, entre nosotros, como acabamos de decirlo.

De todo lo expuesto, y de acuerdo con la opinión de notables estadísticos, tales como Knibbs, Dun, Laspeyres, Fisher, deducimos que el método agregativo ponderado es el más lógico y aconsejable, principalmente, cuando se hallan los números índices para investigar el costo de la vida. Es el empleado por la oficina de estadística y trabajo de los EE. UU. y ha sido formalmente recomendado por el voto de la

Conferencia de estadísticos del Imperio Británico, en 1920.

Hemos indicado la fórmula (7) para hallar índice agregativo ponderado cuando no se varían los índices que indican la importancia de los artículos considerados, para acomodarnos a la notación adoptada en este estudio. Pero el cálculo de los coeficientes puede presentar dificultades y, en la práctica, se procede en forma más simple. Lo que interesa es hallar la suma de los valores de los diversos artículos y esos valores son los productos del precio por unidad por la cantidad para cada artículo. Por lo tanto, las unidades de medida pueden ser distintas, ya que lo que importa conocer es el valor de cada artículo en la cantidad considerada.

(Continuará)

Jorge Rodríguez

ECONOMIA POLITICA

El reino del consumidor

248

(Conferencia leída en la Universidad de Lausana, en un curso sobre la cooperación, por el ilustre economista Charles Gide, grande apóstol de ese sistema económico)

Señores:

Del productor y del consumidor, quién desempeña el papel económico social más importante? Se ha respondido, en muchas ocasiones, que la pregunta es ociosa, porque el productor y el consumidor no representan sino dos aspectos de un mismo individuo, de cada uno de nosotros.

Es evidente que no se puede imaginar un productor que no consumiera; es más fácil imaginar un consumidor que no produzca nada, pero sinembargo, el rentista mismo, si no produce nada por su trabajo personal, pretende por lo menos producir por sus capitales o sus tierras, es un oficio que no siempre es tan fácil como se le cree. En cuanto a la mujer, aun cuando ella no sea obrera y solamente cui de su hogar, sería injusto creer que no hace sino consumir: dirigir el hogar, educar los hijos, es hacer acto de producción y de primera clase. No hay sino los niños y los inválidos que sean únicamente consumidores, pero han de depender de algún productor.

Entendido! Pero no hé dicho: dos personajes,—he dicho: dos aspectos, dos papeles desempeñados, o si quereis dos funciones; ahora bien, esas funciones, aunque cada uno de nosotros sea llamado a ejercerlas sucesiva o simultáneamente, son mucho más divergentes que las del tío Jacobo, quien cambiaba de saco según que su amo se dirigía a él en calidad de cochero o de cocinero. Y llevamos al ejercicio de esas funciones ciertos intereses, ciertas maneras de ver las cosas, ciertos principios de moral, muy diferentes, y generalmente hasta opuestos. La pregunta del principio tiene, pues, su razón de ser; en las respuestas las opiniones son muy diivdidas.

I. La función del consumidor.—A pri-