Números relativos

Por JORGE RODRIGUEZ
(Rector de la Escuela)

El doctor Jorge Rodríguez prepara actualmente la segunda edición de sus lecciones de Estadística y nos ha hecho el honor de permitirnos la publicación del capítulo que más interés presenta para los ingenieros, sobre los números relativos, y que ha sido completamente reformado.

Del estudio de estas páginas sacará el lector conceptos claros y precisos sobre la esencia de la Estadística y quienes no hayan practicado esas disciplinas encontrarán la información necesaria que todo ciudadano debe tener sobre la contabilidad de los hechos sociales.

Las cifras que se obtienen en la estadística son de dos clases, **absolutas** y **relativas.**

Las **cifras absolutas** son las que se hallan directamente al contar los hechos o las cosas, y son, como si dijéramos, el producto bruto de la investigación. Son indispensables y de innegable utilidad; la totalidad de los habitantes de un país, el valor de las rentas, la cuantía del comercio exterior, de la producción agrícola, etc. etc. Sin embargo, carecen, por lo general, de una condición muy necesaria, la comparabilidad, y por esto ha habido quién les niegue la calidad de verdadero dato estadístico.

Para suplir esta deficiencia, ya que se ha dicho que la estadística no es útil por las comparaciones, se acude a los llamados **números relativos**, que se deducen de los absolutos por medio de operaciones aritméticas y que son la síntesis o el resumen de toda investigación.

Si decimos que en 1933 se registraron 43.603 nacimientos en Antioquia, citamos un número absoluto, importante sin duda, pero que no nos da idea alguna respecto a la medida de la natalidad, que, con esta sola cifra, no sabemos si es alta o baja. Como en el universo todo es relativo, una magnitud no es grande ni pequeña en sí misma, sino comparada con otras magnitudes. Ese número de nacimientos podrá ser alto o bajo, según la población de que provenga. De aquí la necesidad de relacionar los dos fenómenos, nacimientos y población. En el caso que analizamos, 43.603 nacimientos divididos por la población, 1.135.000 habitantes, y multiplicando lo que resulte por 1.000, tendremos que nacieron en el año 38,4 niños por cada 1.000 habitantes. Esta cifra es la que se llama **coeficiente** de natalidad. Si se compara con los números relativos análogos de otros países, sabremos si representa una natalidad alta o baja, y, comparado con los de años anteriores, conoceremos si la natalidad aumenta o disminuye en Antioquia. Todo esto sería imposible de averiguar con los números absolutos únicamente.

En 1929 tenía Bélgica 8.060.000 habitantes y Francia 41.290.000, datos muy importantes, es cierto, pero que no muestran en cuál de los países está más aglomerada la población. Ahora, si el número total de habitantes de cada país se divide por su superficie territorial (30.444 kilómetros cuadrados para Bélgica y 550.986 para Francia), tendremos lo que se llama **densidad de la población,** es decir, el número de habitantes por kilómetro cuadrado, en promedio: 265 en Bélgica y 75 en Francia. La población absoluta de Francia es más de cinco veces la de Bélgica, pero está mucho menos aglomerada, ya que en este último país viven casi cuatro veces más habitantes por kilómetro cuadrado que en Francia.

Se desea saber la variación del precio de los víveres en un lapso de tiempo. Siendo muchos los artículos, y presentándose el caso de que unos suben de valor y otros bajan, no tendríamos base segura y precisa para averiguar este dato tan importante de la variación de los precios. Pero, por medio de una cifra relativa, llamada **número índice,** reducimos los precios de diversos artículos alimenticios a una sola cifra, la que obtenida por el mismo procedimiento en distintas épocas, nos pone en evidencia el fenómeno que se estudia.

Estos pocos ejemplos muestran la importancia capital de los **números relativos** en la estadística.

Existen diversas clases de números relativos: coeficiente, promedio, mediana, dominante y número índice.

El **coeficiente** (porcentaje, pormilaje) es el número que resulta de dividir dos cifras absolutas más o menos íntimamente ligadas entre sí. El dividendo expresa el fenómeno que se estudia y el divisor otro relacionado con él. En el ejemplo de la natalidad dividimos el número de nacimientos (fenómeno que se estudia) por la población (causa productora de los nacimientos), y obtuvimos 38,4 por 1.000, que es el coeficiente de natalidad.

Como se ve, para hallar un coeficiente basta hacer una simple divi-ión aritmética. Lo importante en el particular es elegir convenientemente los dos términos de la división.

Como regla principal debe dividirse el **efecto** por la **causa.** En el caso de los nacimientos son ellos el efecto y la población es la causa. Pero si, prescindiendo de esta regla, dividimos, por ejemplo, el número de kilómetros de ferrocarril por el de matrimonios en un año, obtendríamos una cifra inútil, porque los matrimonios nada tienen que ver con la longitud de las vías férreas.

Coeficiente en álgebra es el número que se multiplica por otro. El mismo significado tiene en estadística, porque siendo él el cociente de una división, al multiplicarlo por el divisor reproduce el dividendo. Así, en el ejemplo de la natalidad, el coeficiente multiplicado por la pobación nos da el número de nacimientos.

El **promedio,** o mejor dicho el **promedio aritmético,** es el resultado de sumar varias cantidades de una misma naturaleza y dividir la suma por el número de cantidades.

Queremos averiguar el promedio de las defunciones en Antioquia de 1920 a 1925:

Defunciones en 1920	13.625
Defunciones en 1921	15.227
Defunciones en 1922	16.370
Defunciones en 1923	14.008
Defunciones en 1924	14.681
Defunciones en 1925	14.377
Suma	88.288

que dividida por 6 (número de cifras sumadas) da 14.715, que es el promedio aritmético de la mortalidad en esos 6 años. Ese promedio resume el fenómeno del sexenio, y puede decirse que es lo normal, pues elimina las cifras más altas y las más bajas, que pudieran provenir de circunstancias especiales.

Este promedio aritmético se llama **simple,** porque se reduce a una suma y una división. Hay otro, llamado **compuesto,** que requiere mayor número de operaciones, también elementales. Si se quiere averiguar, por ejemplo, el promedio del jornal de un grupo de obreros, hay que empezar por hallar la suma total que ganan entre todos, para luégo dividirla por el número de esos obreros: si los 10 ganan a razón de \$ 1.00; 20 a \$ 1.20; 12 a \$ 1.30, y 8 a \$ 1.50 el jornal promedio será:

$$\frac{10\times 1{,}00+20\times 1{,}20+12\times 1.30+8\times 1.50}{50}=\frac{61{,}60}{50}=1{,}232$$

El promedio es de uso general en la estadística y en todas las ciencias experimentales.

La astronomía, que es de las ciencias que requieren mayor exactitud en las observaciones, se sirve del promedio, precisamente para lograr esa exactitud.

Por muy precisos que sean los instrumentos que se emplean y grande la habilidad del operador, hay muchas causas de error en las observaciones. Se eliminan esos errores haciendo la misma observación gran número de veces y tomando el promedio aritmético de los resultados. Los errores de observación serán unos en favor y otros en contra, más numerosos mientras más pequeños, y es lo natural que tiendan a compensarse; por ese motivo el promedio se considera como la expresión de la verdad, con mayor seguridad de acierto cuanto mayor sea el número de observaciones de que proviene. Y tan exactos son los datos así obtenidos que permiten prever con muchos años de anticipación ciertos fenómenos celestes, un eclipse por ejemplo, con aproximación de segundos de tiempo.

Este promedio, obtenido de diversas medidas de una cosa real, se llama **promedio objetivo.**

El que se usa generalmente en la estadística es de otro género, **promedio subjetivo,** porque no representa una media rea', sino que es una abstracción del espíritu, una cantidad hipotética, el resultado de una división.

El promedio de los jornales en el ejemplo que pusimos al hablar del promedio compuesto es subjetivo, porque, probablemente ninguno de los obreros gana \$ 1,232.

De la misma manera la densidad de la población es un promedio subjetivo. En el censo de 1928 tenía el departamento de Antioquia 1.011.324 habitantes distribuídos en un territorio de 64.800 kilómetros cuadrados, es decir, 15,6 habitantes por kilómetro. También es éste un promedio subjetivo, porque ningún kilómetro tiene realmente esos habitantes.

Veamos otro ejemplo, para entender mejor la diferencia de las dos clases de promedio de que venimos hablando. Si se mide la altura de un árbol, tomando por ella el promedio aritmético de diversas medidas, tenemos un promedio **objetivo.** Si se miden los árboles de un bosque y se toma el promedio aritmético de la altura de todos ellos, obtendremos un promedio **subjetivo.**

Dijimos antes que la densidad de la población era un coeficiente, y ahora hablamos de ella como de un promedio. Es que, en rigor, **todo coeficiente es un promedio.**

Si, en este caso, se conociera el número de habitantes de cada kilómetro, y se sumaran, para dividir la suma por el total de kilómetros, se aplicaría el procedimiento para hallar el promedio aritmético; pero, al conocer la población total del departamento, nos dan hecha la suma que sirve de dividendo.

En un ejemplo anterior dijimos que el coeficiente de natalidad de Antioquia en 1933 había sido 38,4 por 1.000 habitantes. El mismo hecho de que se exprese por una fracción decimal nos demuestra que el promedio subjetivo no tiene existencia real, pues sería absurdo suponer **cuatro décimos** de nacimiento. Por lo tanto, es esa una cifra abstracta, resultado de una división, que representa una magnitud hipotética. Pero, aunque sea una abstracción, suministra una indicación muy segura de la realidad; concentra o sintetiza un fenómeno, difícil de apreciar cuando proviene de un gran número de cifras. Pero no hay que perder de vista que es una cifra abstracta, para no caer en el error del sombrerero del cuento, que hizo todos los sombreros de igual tamaño—el promedio de las cabezas de sus clientes—y se arruinó.

El promedio aritmético es el que se usa generalmente y el más sencillo de todos, y de él se trata cuando se dice únicamente **promedio.** Sin embargo de ser muy lógico y racional no debe usarse sin discernimiento. Para que tenga valor científico debe deducirse de elementos homogéneos y no muy distanciados entre sí.

Si un fenómeno se mide por 21 en 1 año, por 8 en 2 y por 10 en 3, como los períodos de tiempo no son homogéneos, no puede tomarse el promedio así:

$$\frac{21+8+10}{3}=13$$

sino de esta manera:

$$\frac{21+8+8+10+10+10}{6} = 11,33$$

esto es, para períodos iguales de un año, lo que equivale a hallar el promedio compuesto.

Es también importante que las cifras que se van a promediar no sean muy distintas entre sí. Si se quisiera averiguar, por ejemplo, la riqueza media de 50 individuos, entre los cuales hay un millonario, con $ 2.000.000 y los otros 49 tienen en conjunto $ 100.000 el promedio aritmético sería:

$$\frac{2.100.000}{50} = 42.000$$

lo que sería irrisorio afirmarlo, desde el momento en que la casi totalidad (49 en 50), tienen, en promedio, poco más de $ 2.000. cada uno. En casos como éste se deben emplear otra clase de números relativos, o, mejor aislar el millonario y encontrar el promedio de los otros individuos cuya fortuna personal no difiera considerablemente.

Otra regla muy importante, que no siempre se tiene en cuenta es ésta: **los promedios no se promedian,** y, al decir promedios, decimos también coeficiente y porcentajes, que son promedios.

Como en el error de promediar promedios se cae con frecuencia, creemos necesario insistir con algunos ejemplos:

De 100.000 habitantes saben leer el	52%
De 20.000 habitantes saben leer el	20%
De los 10.000 habitantes saben leer el	80%
De los 2.000 habitantes saben leer el	100%

Para el conjunto de las cuatro poblaciones no pueden promediarse los porcentajes:

$$\frac{52+20+80+100}{4}$$

y decir que sabe leer el 63% de sus habitantes. Para no dividirlo en grupos homogéneos, lo que sería muy largo, es mejor averiguar el total de los que saben leer, y hallar el porcentaje en relación con el total de habitantes, es decir, el promedio aritmético compuesto:

El 52%	de	100.0000 =	52.000
El 20%	de	20.000 =	4.000
El 80%	de	10.000 =	8.0000.
El 100%	de	2.000 =	2.000
	Suma	132.000	66.000

66.000 es el 50% de 132.000 y es el promedio real, muy distinto del 63%, hallado erróneamente promediando los promedios.

Una población de 1.000.000 de habitantes ocupa 100.000 kilómetros cuadrados (10 por kilómetro) y otra de 2.000.000 está en 50.000 kilómetros (40 por kilómetro). Sería errado promediar 10 y 40 y decir que la densidad de las poblaciones tomadas juntas es 25. Lo correcto es dividir el total de habitantes (3.000.000) por el total de kilómetros cuadrados (150.000) y deducir que la densidad para el conjunto es de 20 habitantes por kilómetro cuadrado (promedio aritmético compuesto).

Unicamente pueden promediarse los promedios cuando se trata de cifras homogéneas. Por ejemplo, la temperatura media mensual es el promedio de las temperaturas medias diarias, porque cada una de éstas se refiere a un día.

(Continuará)