DIVULGACION CIENTIFICA

#233
pásese a p. 251, pasa 315

La intuición y la lógica en las matemáticas

I

Es imposible estudiar las obras de los grandes matemáticos, y aun las de los medianos, sin distinguir dos tendencias opuestas, o, mejor aún, dos especies de espíritus completamente diferentes. Unos se han preocupado, en primer término, de la Lógica, y *leyendo sus obras nos inclinamos a creer que no han avanzado más que paso a paso, con el método de un Vauban,* que adelanta sus trabajos de a-aproveche contra una plaza fuerte sin dejar nada a la casualidad. Otros se dejan guiar por la intuición y hacen desde el principio conquistas rápidas, pero algunas veces efímeras, como los atrevidos jinetes de vanguardia que preceden a un ejército en operaciones.

No es la materia que tratan la que impone sus métodos a unos y otros. Se dice con frecuencia de los primeros que son **analíticos,** y se llama a los segundos **geómetras;** pero esto no impide que algunos permanezcan siendo analíticos aunque practiquen la geometría, mientras los otros continúan siendo geómetras aunque se ocupen de análisis puro. La propia naturaleza de su espíritu los hace lógicos o intuitivos, y no pueden despojarse de esta cualidad sea cualquiera el asunto de que traten.

Tampoco es la educación la que desarrolla en estos espíritus una de ambas tendencias o sofoca la otra. El matemático se nace, no se hace y también parece que se nace geómetra, como se nace analítico. Quisiera citar ejemplos, que no faltan; pero para acentuar el contraste voy a empezar por un ejemplo extremo, rogando que se me perdone por tener que buscarlo entre dos matemáticos vivos.

M. Méray quiere demostrar que una ecuación binomia tiene siempre una raíz; o en términos vulgares, que siempre se puede subdividir un ángulo. Si hay alguna verdad que creamos conocer por intuición, es ésta. Quién dudará que un ángulo puede dividirse siempre en un número cualquiera de partes iguales? Pero M. Méray no lo juzga así; a sus ojos aquella proposición no es de ningún modo evidente, y para demostrarla emplea muchas páginas.

Obsérvese, por el contrario, a M. Klein, que estudia una de las cuestiones más abstractas de la teoría de las funciones, la de saber si sobre una superficie Riemann dada, existe siempre una función, admitiendo singularidades indicadas. Qué hace el célebre geómetra alemán? Pues empieza por reemplazar su superficie Riemann por una superficie metálica, cuya conductibilidad eléctrica varía, según ciertas leyes, poniendo dos de sus puntos en comunicación con los polos de una pila. Será preciso—dirá él—que la corriente pase, y la manera como esta corriente se distribuya sobre la superficie, definirá una función cuyas singularidades serán precisamente las que han sido previstas en el enunciado.

No ignora M. Klein que sólo ha dado con esto una ligerísima idea del asunto, porque no creería probablemente encontrar una demostración rigurosa sino una especie de certidumbre moral. Cualquier lógico hubiera rechazado con horror semejante concepción, o mejor dicho, no hubiese tenido necesidad de rechazarla, porque nunca habría surgido en su espíritu.

Permítaseme aún comparar dos hombres, que constituyen el honor de la ciencia francesa; ambos nos han sido arrebatados recientemente para entrar en el mundo de la inmortalidad. Quiero hablar de M. Bertrand y de M. Hermite, alumnos de una misma escuela, al mismo tiempo, sometidos a igual educación, dominados por idénticas influencias, y, sinembargo, qué divergencia tan absoluta entre ellos! No es solamente en sus escritos donde se la ve surgir, sino en la manera de enseñar, en el modo de expresarse, hasta en el aspecto mismo. En la memoria de todos sus discípulos, estas dos fisonomías se han gravado con rasgos indelebles; para aquellos que hemos tenido la suerte de seguir sus lecciones, el recuerdo es aún demasiado reciente y nos es fácil evocarlo.

M. Bertrand, explicando en su cátedra, está siempre en acción. Como si tuviera que combatir con algún enemigo exterior, levanta los brazos, se agita y dibuja con enérgico ademán las figuras que examina. Evidentemente no comprende la enseñanza sin el objeto plástico, y por esto emplea todos los recursos de la mímica. En M. Hermite se nota todo lo contrario: sus ojos tranquilos parecen huír del contacto del mundo; no es fuera, sino dentro, donde busca la visión de la verdad.

Entre los geómetras alemanes de este siglo (el XIX), hay dos personalidades sobresalientes, y son las de los sabios ilustres que han establecido la teoría general de las funciones: Weierstrass y Riemann. El primero lo retrotrae todo a la consideción de las series y sus transformaciones analíticas; mejor dicho, reduce el análisis a un especie de prolongación de la aritmética, y se pueden recorrer todos sus libros sin encontrar en ellos una sola figura. Riemann, por el contrario, apela en toda ocasión a la geometría, y cada una de sus concepciones es una imagen que nadie puede olvidar cuando ha comprendido su sentido .

En época más reciente, Lie fue también un intuitivo. Se podría poner en duda esta condición leyendo sus obras; pero después de hablar con él, resultaba imposible negarla, porque se veía en el acto que discurría con imágenes. Madame Kowaleski era una lógica.

Las propias diferencias observamos en nuestros estudiantes; algunos prefieren siempre tratar sus problemas "por el análisis", los otros "por la geometría". Los primeros son incapaces de "ver en el espacio", los segundos se cansarían y hasta se embrollarían con los largos cálculos.

Pero ambas clases de espíritus sin igualmente necesarias para el progreso de la ciencia; lógicos e intuitivos han hecho grandes cosas que otros no hubieran podido realizar. Quien se atrevería a decir si prefería que no hubiese escrito nunca Weierstrass o no hubiera existido Riemann? El análisis y la síntesis desempeñan una misión de igual importancia; pero es interesante estudiar de más cerca cuál es en la historia de la ciencia la parte que a cada una corresponde.

Henri Poincaré

"El Valor de las Ciencias"

Notas

Primera.—Sobre Vauban véase "Los grandes ingenieros "en la sección correspondiente de este número de DYNA.

Segunda.—Para dilucidar aun más el concepto de Poincaré sobre la división de los matemáticos en analíticos y geómetras, imaginemos que a los espíritus de una y otra especie se les presente el problema de estudiar las variaciones de una función matemática. Sabemos que una función en matemáticas es un número variable cuyo valor depende del de otro u otros núeros también variables. Fué Euler el primero en emplear la notación **y=f(x)**, expresión en la cual **x** es la "variable" de cuyo valor depende el de la función **y**. *Esta se representa geométricamente por la ordenada del punto de una curva cuya* abscisa es el valor dado a la variable. Sea el caso de la función **y=sen x.** Un espíritu analítico procederá, para estudiarla, a desarrollar en serie mediane la aplicación del conocido teorema de Mac Laurin, que conduce en el caso presente a una serie convergente: así habrían procedido, según Poincaré, los matemáticos franceses M.M. Méray y Hermite y el alemán Karl Weierstrass, mientras que Mr. Joseph Louis Bertrand, de espíritu geómetra, lo mismo que los alemanes Klein y Riemann, habrían procedido en primer lugar a trazar la sinusoide que representa la variación de la función dada, para estudiarle sus propiedades geométricas.

Tercera.—J. L. Bertrand eminente matemático, distinguidísimo miembro de la Academia de Ciencias de París, nuestros ingenieros antiguos deben de recordarlo como autor de sus célebres Tratados de Algebra, que se seguían en los cursos de matemáticas superiores; autor igualmente de un tratado de aritmética. Mostró sus vastos y profundos conocimientos matemáticos en su Informe sobre los progresos del análisis matemático, su cálculo de probalidades, su tratado de Análisis infinitesimal y principalmente en las Notas sobre mecánica analítica al hacer en 1853 la tercera edición de la obra de Lagrange.

Jorge Federico Riemann, ilustre geómetra alemán (Hanover). Desde muy niño mostró facultades especiales para las matemáticas, superaron muy pronto sus conocimientos en aritmética y geometría a los de sus maestros. Hizo su liceo en Hanover y Luneburg, donde su profesor de matemáticas le dio a conocer los libros de Euler y Legendre (Teoría de los números), que leyó y asimiló en un santiamén. De la última ciudad nombrada siguió a la facultad de teología y filología de la Universidad de Goettingen, más por darle gusto a su padre, que era un pastor, que por seguir el suyo. Entre los profesores se hallaba el eminente Gauss y pronto fué evidente que el estudio de las matemáticas era el norte de su vida universitaria. Brillaba a la sazón en Berlín una constelación de genios de la matemática, especialmente Jacobi y Dirichlet, que no podía menos de atraer poderosamente a Riemann, y para allá siguió al principiar el año de 1847. De las lecciones de tan sabios maestros nacieron sus primeras ideas sobre la teoría de las funciones de variable compleja, que posteriormente lo había de conducir a sus grandes descubrimientos matemáticos. En 1850 regresó a Goettingen a preparar su tesis de doctorado, "Grundlagen fur eine allgemeine Theorie der Fuctionen einer veraenderlichen complexen Groesse", (Fundamentos para una teoría general de las funciones de variable compleja), tesis que causó admiración a Gauss y colocó a Riemann en primera línea entre los grandes matemáticos del siglo diecinueve.

Las funciones matemáticas son de dos especies: la primera comprende las funciones de variables reales, en las que entran solamente números reales, y su teoría general se estudia en los cursos de análisis matemático; la segunda especie comprende las funciones en que las variables son números de la forma $x+yi$ en la cual i es la uniadd de las cantidades imaginarias, símbolo que se combina consigo mismo y con números reales conforme a las leyes conmutativas, asociativa y distributiva. Riemanrn estableció la teoría general de las funciones de esta especie, pero al mismo tiempo se ocupaba de su aplicación a la solución de complicados problemas de "Filosofía natural", lo que dio origen a esa importante rama de las matemáticas que en las universidades de Europa llaman "Física matemática".

Elogio de las matemáticas

En la noche del lunes 28 de marzo falleció en Bogotá el doctor José Alejandro Bermúdez, ilustrado sacerdote que prestó grandes servicios a la educación pública y fué rector durante muchos años del colegio de la segunda enseñanza "Antonio Nariño". DYNA rinde homenaje a la memoria de este benemérito ciudadano, publicando los siguientes párrafos de un discurso pronunciado en un acto público del colegio de la Salle.

"Acontece con harta frecuencia, y vosotros ahora mismo lo entendéis muy bien, que los estudios más provechosos suelen, durante el tiempo de los cursos escolares, engendrar cierto género de fastidio que, si viniera, para vuestra desgracia, a prolongarse más allá de la vida estudiantil, os sería en extremo perjudicial. Para ver de evitar, siquiera en parte, este peligro, quiero ponderaros ahora las muchas ventajas que del estudio de las matemáticas y de las ciencias naturales se desprenden.

Son las matemáticas tan antiguas como la civilización humana; en cambio, las ciencias naturales—como hoy se las estudia—son de ayer, no más. El consorcio de unas y otras en vuestras inteligencias, os hará prudentes, como el padre de familia, de que nos habla el evangelio, y os dará los medios *para sacar más tarde del tesoro de vuestro entendimiento, lo viejo* y lo nuevo que hay en el saber humano.

Para remontarnos, por ejemplo, a los orígenes y comienzos de las matemáticas, menester es irlas a buscar en las periódicas crecientes del Nilo portentoso. Apareció la geometría, como Moisés, en la corriente fecundadora de esas aguas, creció y medró luégo en Grecia, madre, no sólo de las artes y de la literatura, sino de las ciencias y la filosofía: peregrinó por la India misteriosa o por los desiertos arábigos, para llegar por último a Europa que la recibió juntamente con la civilización de los pueblos asiáticos.

A esta especie de continuidad del humano ingenio en el estudio de las matemáticas, conviene añadir la unidad de los principios que en ellas se exponen. Ved en efecto, cómo la aritmética prepara al