Apuntes sobre cálculo infinitesimal

Breve charla leída por radio en la hora de la Escuela Nacional de Minas por el suscrito, y que ahora al publicarla en DYNA la dedico a mis compañeros de clase.

Alberto HUYKE

Definición

Las cantidades infinitamente pequeñas son aquellas que se pueden hacer tan pequeñas como se quiera, sin que por esto sea necesario variar a las relaciones que ligan a las variables entre sí.

Esta definición encierra dos partes: 1a. Se pueden hacer disminuír cuanto se quiera, cualidad esencial dado el carácter de auxiliar que tienen. 2a. Esta propiedad no implica el cambio de las relaciones que ligan a las variables entre sí. En esta segunda propiedad está, como adelante veremos, la utilidad de dichas cantidades, y es esta propiedad la que diferencia asimismo esta definición, de la que ordinariamente se dá en ellas. (Cantidades cuyo valor es siempre más pequeño, que el de cualquier cantidad, por pequeña que concibamos a esta última).

En primer lugar notamos que la segunda definición sólo nos habla de su extrema pequeñez, de modo que según esta siempre cometemos un error al anularlas en el cálculo, error que será infinitamente pequeño, pero que desde un punto de vista metafísico subsiste. Considerado el cálculo que en dichas cantidades se basa (cálculo infinitesimal) desde este punto de vista, será siempre un cálculo de errores compensados.

Por la primera definición podemos esquivar la objeción arriba anotada, basándonos en la segunda propiedad, esto es que la indeterminación de las cantidades en cuestión no implica cambio alguno en las relaciones que ligan a las variables entre sí: de modo que si en las ecuaciones planteadas con auxilio de los infinitamente pequeños, encontramos una relación entre las variables, esta relación estará perfectamente determinada, cualquiera que sea el valor de aquellos. Podemos pues ayudándonos en el principio de continuidad, decir que lo mismo pasará cuando aquellas cantidades sean nulas; así obtenemos la solución buscada y no cometemos error, dado que las cantidades auxiliares o infinitamente pequeños, han desaparecido del resultado, puesto que los anulamos .En otras palabras: Al anularlos cometo un error, que puedo hacer tan pequeño como quiera, puesto que es función de dichas cantidades; ahora bien, este error no puede aparecer en el resultado, puesto que este no los contiene (a los i. p.) y es precisamente en este momento, cuando el cálculo pierde su carácter de infinitesimal para entrar en los dominios del álgebra.

Podríamos considerar (como algunos lo hacen) a las cantidades en cuestión, como absolutamente nulas, o también como cantidades intermedias entre las absolutamente nulas y las absolutamente efectivas. En el primer caso, encontramos una objeción, y es la de que una relación entre cantidades nulas es indeterminada, pues sabemos que cero, partido por cero, lo es. Tal vez el verdadero sentido de esta última concepción, sea el de considerarlas nulas, pero no como cantidades nulas cualesquiera, sino como cantidades nulas, cuya relación está fijada de antemano por una ley determinada (la ecuación de la curva) que determina y fija asimismo, entre los infinitos valores que puede dicha relación formar, uno sólo, que viene a ser la respuesta a solución. Demás está el decir que la imaginación, en su proceso, las considera primero como nulas, y luego (apoyándose inconscientemente en el principio de continuidad) las anula. Es lo que nos dice M. Lázaro Carnot". La ley de continuidad que obliga a compararlas antes de anularlas, es la que les fija y determina su relación, que continúa invariable después de anularlas". (Reflexiones metafísicas sobre cálculo infinitesimal).

Antes de entrar en el cálculo infinitesimal, veamos varios métodos que se pueden considerar ,por así decirlo, como sus antepasados.

Tomemos una circunferencia y un polígono regular de un número dado de lados, si aumentamos el número de lados de este polígono, su perímetro se acerca más y más a la circunferencia, y su área a la del círculo. Pero sabemos que la identidad es imposible, y esto lo expresamos diciendo que, en el límite, la circunferencia se confunde con el perímetro del polígono y el área de éste con la del círculo. De aquí sacamos que como el área del polígono es el producto del semiperímetro por el apotema, esto será válido en el límite y por tanto el área del círculo es el producto del semiperímetro por el apotema, que en este caso es el radio, obteniendo así la fórmula (pi erre dos). Al hacer esto hemos desechado la parte de área comprendida entre el perímetro del polígono y la circunferencia (partes que el cálculo infinitesimal desecha con el nombre de i. p.) razón por la cual este método se llama de exhudación. Arquimedes 287 a 212 A. C.)

Más parecido al método del cálculo infinitesimal es el de los indivisibles debido a Cavalerius. Según este método, podemos considerar a un círculo como compuesto de un número infinito de circunferencias, cuyos radios decrecen por grados insensibles. Si sumamos estas circunferencias obtenemos el área del círculo.

Se le ha objetado a este método que una circunferencia, o en general una línea añadida a otra, no dará, según el concepto que de línea tenemos, una superfi- por el de Sumación, que difiere del anterior en que transforma estas líneas en rectángulos de altura infinitamente pequeña, y cuyas bases son ellas.

Newton mismo dio dos métodos que comentamos a continuación.

El primero es el de los límites, que conocemos suficientemente, en álgebra y geometría. El segundo es el de las fluxiones, que considera a una curva como engendrada por el movimiento uniforme de un punto; descompone a cada instante la velocidad de este punto en otras dos paralelas a los ejes de las abcisas y ordenadas. La curva se llama fluente de la velocidad del punto que la engendra y las coordenadas son las fluentes de las dos velocidades componentes. A su vez las velocidades se llaman fluxiones de las entidades respectivas. Como la fluxión del arco no es constante, a menos que la trayectoria de dicho punto sea una recta, las fuxiones de las ordenadas serán variables y su relación dependerá de la naturaleza de la curva o sea de sus coordenadas. Recíprocamente, la relación entre estas dependerá de la que exista entre las fluxiones. El arte de calcular las relaciones de las fluentes, dadas las fluxiones, constituye este método, y el de calcular las fluxiones dadas las fuentes, es el método inverso de las fluxiones (métodos de las fluxiones y fluentes respectivamente). No sólo podemos considerar las fluxiones de las coordenadas, sino calcular las de la tangente, normal, etc. Podemos tomar a las fluxiones (que son cantidades finitas) como coordenadas de una curva, y calcular las fluxiones de estas (analogía con las derivadas sucesivas). Vemos además que las fluxiones no son las relaciones de los espacios recorridos por el punto en un tiempo dado, sino la primera o última razón (límite) de esta relación (derivada), así pues este método deriva del de los límites. Considerada una fluxión como principal, esta rige a las demás, ahora bien la elección de la principal es arbitraria.

Al analizar estos diferentes métodos, no encontramos distinción esencial en ellos, y así vemos que todos tienden un lazo comúún.

Podemos pues decir, extendiéndonos al cálculo, que este es en esencia lo mismo que los anteriores métodos. Así pues nos damos cuenta, con la exposición breve sobre las fluxiones, y un pequeño conocimiento del cálculo infinitesimal, de los distintos caminos seguidos por estos dos grandes genios (Newton y Leibniz) y que es seguro que ninguno plagió ni fue plagiado, sino que el cálculo surgió, porque necesariamente tenía que surgir, dado el estado de las matemáticas en ese entonces, y que en este estado no es muy raro, sino por el contrario frecuente, el descubrimiento de una cosa por dos personas, trayendo al caso el de Leverrier y Adams, con el planeta Neptuno. Para terminar diré con Lagrange que "lo grande del cálculo está en reunir la exactitud de los procedimientos ordinarios, con la simplicidad de un método de aproximación" añadiendo que "cuando uno se convence de la exactitud del cálculo, por el método geométrico de las últimas razones, o por el analítico de las funciones derivadas, lo puede emplear como un instrumento seguro y cómodo para abreviar y simplificar la demostración".

La expedición botánica

(V. nuestro número 6)

X

Al partir Caballero y Góngora para España, la Expedición contaba ya seis años de vida y había logrado reunir los medios precisos para la formación de la **Flora neogranadina,** obra con la cual se prometía Mutis sorprender al mundo científico, así por el acopio de conocimientos nuevos que debía contener como por su correcto estilo y la elegancia de sus tipos y dibujos.

Singular fué el esmero que desplegó Mutis en cuanto al dibujo de las plantas, y muchos estorbos hubo de remover para hacerse a buenos artistas. Cuando llegó a Bogotá no había en esta ciudad más hombre que supiera algo de pintura que don Joaquín Gutiérrez, discípulo del maestro Bandera, que se cree había recibido alguna enseñanza de los contemporáneos del divino Vásquez. La pintura, que tanto floreció en nuestro país en tiempo de este inmortal artista, había decaído hasta tal punto que ya no se veía