TECNOLOGIA

Cálculo de una viga continua de concreto armado

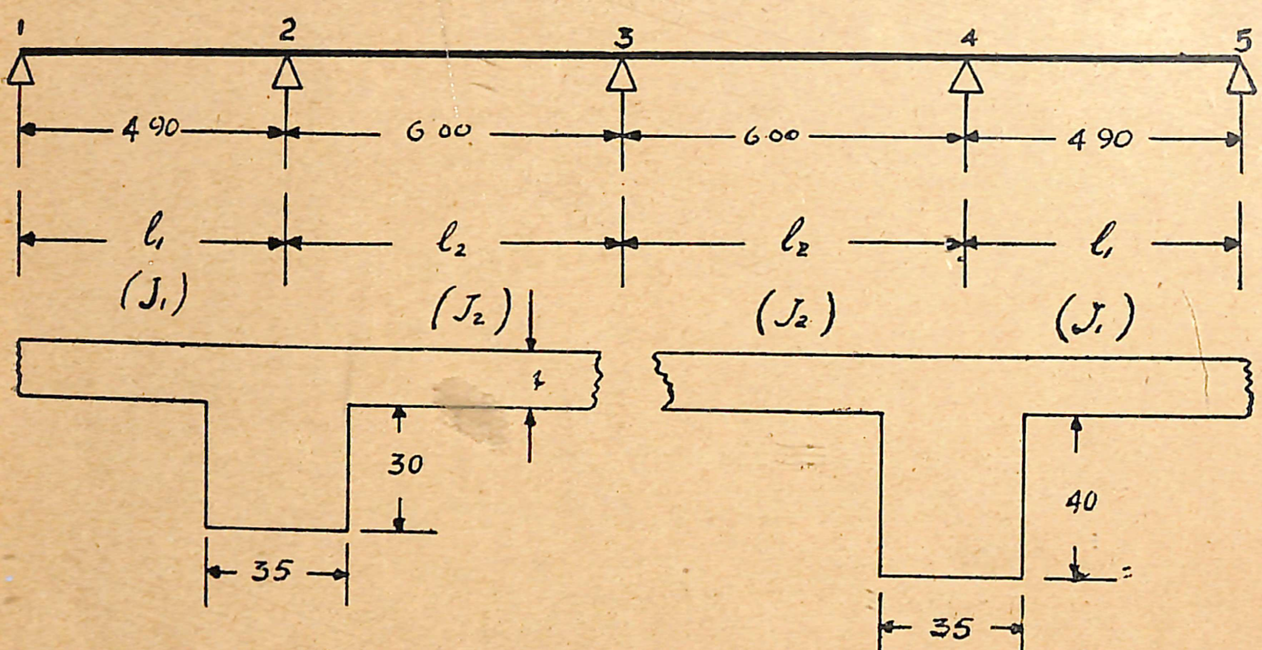
Como indica el esquema, se trata de una viga de cuatro tramos, cuyas luces valen, para los extremos, 4,90 mts., para los centrales 6,00 mts. Construcción: una losa de 14 cms. de espesor, revocada en sus dos superficies; con una luz entre centros de vigas de 3,77 mts.

Peso de la losa por metro cuadrado:	0,14.2400 = 336 kg.
Peso del revoque (tres centímetros)	64
Peso total	400 kg-m^2
Sobrecarga (según especificaciones)	600 kg-m^2

Secciones adoptadas.—Para los tramos extremos, 35 cms. de base y 30 de altura. Para los tramos centrales, igual base por 40 cms. de altura.

Cargas muertas.

Para los tramos extremos:



Por la viga	0,30.0,35.2400 = 252	
Por la losa:	3,37.400 = 1348	1600 kg-m²

Para los tramos centrales:

Por la viga:	0,35.0,40.2400 = 336	
Por la losa:	3,37.400 = 1348	1684 kg-m²

La ecuación de los tres momentos da, para el caso de apoyos a nivel, indeformables:

$$x_1 M_1 + 2 (x_1 + x_2) M_2 + x_2 M_3 + 6 x_1 m_{2a} + 6 x_2 m_{2b} = 0$$

y análogas. Tomando como viga tipo la l_1, J_1, se tendrá:

$$x_1 = \frac{J_1}{J_1} \times \frac{l_1}{l_1} = 1, \qquad x_2 = \frac{J_1}{J_2} \times \frac{l_1}{l_2}$$

o sea

$$x_2 = \frac{1/12 \times 35 \times 44^3}{1/12 \times 35 \times 54^3} \times \frac{600}{409} = 0,66$$

Análisis para las cargas muertas.

Teniendo en cuenta que $M_1 = M_5 = 0$ por ser apoyos simples, la ecuación (1) aplicada sucesivamente a cada grupo de tres tramos, da:

$$2 (1 + 0,66) M_2 + 0,66 M_3 + 6 m_{2a} + 6 \times 0,66 m_{2b} = 0$$

$$2.0,66 M_2 + 4.0,66 M_3 + 12.0,66 m_{3a} = 0$$

ya que por simetría $M_2 = M_4$, de donde

$$M_2 = - \frac{6 (2 m_{2a} + 2 . 0,66 m_{2b} - 0,68 . m_{3a})}{3 \times 0,66 + 4}$$

$$M_3 = - \frac{M_2}{2} - 3 m_{3a}$$

Por tratarse de cargas uniformes, será

$$m_{2a} = \frac{1}{24} 1600 \times 4.90^2 = 1600 \text{ k g m.}$$

$$m_{2b} = m_{3a} = \frac{1}{24} 1684 \times 6,00^2 = 2530 \text{ k} \times \text{m.}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -(12.1600 + 12.0,66.2530 - 6.0,66.2530)/5,98 \\ &= -(19200 + 20600 - 10300)/5.98 \\ &= -4900 \text{ kg-m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= 4900/2 - 3.2530 \\ &= -5140 \text{ kg-m.} \end{aligned}$$

Análisis para la carga viva.

La carga viva vale por metro lineal de viga

$$600.3{,}37 = 2020 \text{ kg.}$$

Para encontrar el momento negativo más desfavorable en el apoyo central (3), la sobrecarga debe incidir en los tramos segundo y tercero. Aplicando la ecuación de los tres momentos se obtiene:

$$2\ (1 + X_2)\ M_2 + X_2\ M_3 + 6\ X_2\ 2020.\ 6{,}00^2\ /\ 24 = 0$$

$$X_2\ M_2 + 4\ X_2\ M_3 + X_2\ M_4 + 2.\ 6\ X_2\ .\ 2020.\ 6^2\ /24 = 0$$

$$X_2\ M_3 + 2\ (X_2 + 1)\ M_4 + 6\ X_2\ .\ 2020.6^2 = 0$$

ya que por simetría

$$X_3 = X_2 = 0{,}66 \text{ y } X_4 = 1.$$

Teniendo en cuenta que

$$M_2 = M_4$$

lo que hace innecesaria una de las ecuaciones anteriores, se llega a

$$M_2 + 2\ M_3 + 18180 = 0$$

$$3{,}32\ M_2 + 0{,}66\ M_3 + 12362 = 0$$

que, resueltas, dan

$$M_2 = -\ 2260 \text{ kg-m};\ M_3 = -8067 \text{ kg-m}.$$

En definitiva, para calcular la sección en el apoyo (3) se tiene

— 5140 — 8067 = — 13207 kilográmetros.

Análisis para el apoyo intermedio, (2).

La sobrecarga debe incidir en los tramos primero, segundo y cuarto. Las ecuaciones que resuelven este caso son:

$$3{,}32\ M_2 + 0{,}66\ M_3 + 2020.\ 4{,}9^2\ /4 + 0{,}66.\ 2020.\ 6^2\ /4 = 0$$

$$M_2 + 4\ M_3 + M_4 + 2020.36/4 = 0$$

$$0{,}66\ M_3 + 3{,}32\ M_4 + 2020.4{,}9^2\ /4 = 0$$

y cuya solución da:

$$M_2 = -6820 \text{ kg-m};\ M_3 = -2050 \text{ kg-m};\ M_4 = -3160 \text{ kg-m}.$$

En definitiva, el momento de cálculo para el apoyo (2) ha de ser

$$-6820 - 4900 = -11720 \text{ kgm}.$$

Momentos en los tramos.

Tramo central.—La sobrecarga debe incidir en los tramos segundo y cuarto para que se produzca el momento máximo en algún punto del segundo tramo.

Planteamiento de las ecuaciones:

$$3{,}32\, M_2 + 0{,}66\, M_3 + 0{,}66\ 2020.36 = 0$$

$$0{,}66\, M_2 + 4.0{,}66\, M_3 + 0,\, M_4 + 0{,}66.\ 2020.36/4 = 0$$

$$0{,}66\, M_3 + 3{,}32\, M_4 + 2020.24 = 0$$

La solución de estas ecuaciones da

$$M_2 = -2910 \text{ kg-m};\ M_3 = -3020 \text{ kg-m}.$$

de manera que en este caso el momento total en (3) viene a ser

$$-3020 - 5140 = -8160 \text{ kgm.},$$

y en (2):

$$-2910 - 4900 = -7810 \text{ kgm}.$$

El esfuerzo cortante a la derecha de (2) vale:

$$\tfrac{1}{2}\ (1684 + 2020)\ 6{,}00 +)-8160 + 7810)/6{,}00$$
$$= 11054 \text{ kg}.$$

La distancia a que se produce el momento máximo, que está muy cerca del centro del tramo, vale

$$11054/3704 = 2{,}98,$$

y el valor del momento es

$$37.046\ 2/8 - \tfrac{1}{2}\ (8160 + 7810) = 8715 \text{ kgm}.$$

Tramos extremos.—Sobrecarga en los tramos primero y tercero.

$$2\,(1.660)\,M_2 + .66\ M_3 + 6 \times \frac{1}{24} \times 2020 \times 36 = 0$$

$$.66\ M_2 + 2 \times 1.66\ M_3 + .66\ M_4 + 6 \times \frac{1}{24} \times .66 + 2020 + 36 = 0$$

$$.66\ M_3 + 2 \times 1.66\ M_4 \mp 6.0{,}66\,.\,2020\,.\,36/24 = 0$$

ecuaciones que simplificadas se escriben así:

$$3{,}32\ M_2 + 0{,}66\ M_3 + 18180 = 0$$

$$0{,}66\ M_2 + 3{,}32\ M_3 + 0{,}66\ M_4 + 11920 = 0$$

$$0{,}66\ M_3 + 3{,}32\ M_4 + 11920 = 0$$

y que resueltas dan:

$M_2 = -5100$ kg-m; $M_3 = -1790$ kg-m; $M_4 = -3230$

El esfuerzo cortante a la derecha de (1) tiene por valor

$\frac{1}{2}$ (1600 + 2020) 4,90 + (—4900 — 5100)/4,90 = 6830 kg

Es igual a la reacción en A.

El punto de momento máximo se encuentra a la distancia

y = 6830/3620 = 1.88 mts.,

y su valor es

$\frac{1}{2}$.3620 (4,90,1,88 — 1,88^2) — 1,88.1000/4,90
= 6420 kgm.

El esfuerzo cortante a la izquierda de (2) vale

8870 + 2040 = 10910 kg.

(Continuará)

Profesor Luis de Greiff