

### Los números índices

# 239

para a 301, 361

Ingo. JORGE RODRIGUEZ

I

En su expresión más sencilla, los números índices son meros porcentajes. Si se quiere comparar dos cifras, y asimilamos a 100 una de ellas, por una simple proporción aritmética, se halla el equivalente de la otra. Si son  $p$  la primera y  $p'$  la segunda, el número índice correspondiente a la última

será  $\frac{p' \times 100}{p}$ . Puede también equipararse la base a la unidad y entonces el número

índice correspondiente a  $p'$  será  $\frac{p'}{p}$ .

Así lo consideraremos, a veces, en este estudio, para mayor simplicidad, toda vez que bastaría multiplicar esa relación por 100 para obtener los índices en la forma usual.

Los números índices facilitan la apreciación inmediata de las variaciones de un fenómeno en el tiempo o en lugares distintos, pues muestran cuánto por 100 son las cifras más altas o más bajas que las que se hayan tomado por base.

Los números índices tienen hoy un amplio empleo en las estadísticas. Se usan, por ejemplo, para los precios, la cuantía de la

producción, el numerario circulante, las importaciones y las exportaciones, los salarios y, en general, para todos los fenómenos económicos y sociales que pueden medirse en cifras.

Pero, si solamente se redujera la conveniencia de los números índices a facilitar la apreciación inmediata de las variaciones de un fenómeno, no sería muy grande su utilidad. Su objeto principal es expresar los cambios en la magnitud de un grupo de variables.

Para concretar, limitémonos, por ejemplo, al número índice de los precios de los artículos alimenticios. Influyen en esos precios causas generales, principalmente el valor adquisitivo de la moneda, pero hay también causas especiales, cuya influencia es diversa en los varios artículos que se consideran, tales como la cuantía de las cosechas, el costo de producción, las tarifas aduaneras, la intensidad de la competencia, las costumbres alimenticias y el uso de los sustitutos. Así resulta que tales precios no varían al unísono: unos suben y otros bajan, y eso en distintas proporciones. Con los números índices se encuentra, para cada año, una cifra que sintetiza o resume el movimiento heterogéneo de los precios de los diversos artículos que se han tenido en cuenta.

Desde este punto de vista, el profesor Allyn A. Young los define así: "Los números índices son series de números que



miden y expresan los cambios relativos — de tiempo a tiempo o de lugar a lugar — en la magnitud de grupos estadísticos o agregados de variables.

Los números índices son un inapreciable instrumento de investigación y por ello han adquirido tanto auge en los últimos tiempos y dado lugar a profundos estudios respecto a la manera de hallarlos.

Porque hay un sinnúmero de procedimientos para calcular los números índices de una serie de variables: el profesor Irving Fisher, en su importante obra "The making of index numbers" habla de 134 métodos distintos.

Esta diversidad de procedimientos y de fórmulas da lugar, naturalmente, a resultados diferentes, lo que hizo decir a N. G. Pearson en 1896: "La única conclusión posible parece ser que todos los intentos para calcular y representar el promedio de movimiento de los precios, sea por números índices o por cualquier otro medio, debe abandonarse". Hoy ningún economista se expresaría con tanto pesimismo. Lo conducente es analizar matemáticamente los diferentes medios para hallar los números índices, haciendo ver las ventajas e inconvenientes que cada uno presenta, para deducir cuál o cuáles de esos procedimientos conviene ser adoptado, a fin de hallar resultados de verdadero valor científico.

Para proceder con orden, y concretándonos al indicio de los precios, que es un caso típico del empleo de los números índices, analizaremos los siguientes puntos:

- 1o. Selección de los artículos que deben considerarse;
- 2o. Determinación del año base o punto de referencia;
- 3o. Importancia relativa de los artículos considerados; y
- 4o. Métodos para calcular los números índices.

## Selección de los artículos.

Estos deben ser importantes, es decir, que sean objeto de transacciones considerables y que representen un papel real en la vida social. No deben ser en muy corto número, cuando se trata de sacar conclusiones sobre el movimiento general de los precios. Naturalmente, mientras se tome mayor número de artículos, hay mayor probabilidad de exactitud en los índices que se obtengan. Hemos visto citados números índices procedentes de diez artículos y aún de menos, y otros que llegan a utilizar hasta más de 1.000 (el número índice de **War Industries Board** de los EE. UU. se deduce de 1437 elementos **-commodities-**). El número de artículos depende, naturalmente, del índice que se quiera hallar: puede ser pequeño cuando se trata de la industria minera, por ejemplo, (9 artículos en "Harvard review of economics statistique", 7 en "Federal reserve buletin" de los Estados Unidos), pero deben ser más numerosos los artículos cuando se trata de un índice general de precios. Sin embargo, no hay que exagerar ese número, alargando inútilmente las operaciones aritméticas, desde luego que las causas generales que influyen en los precios —el poder de compra de la moneda, principalmente,— hacen que se obtengan, prácticamente, los mismos resultados, cualquiera que sea el número de artículos que se utilicen, partiendo de cierto límite. En Colombia, cuya estadística es incipiente, no se puede pretender la investigación del número índice de los precios con base en centenares de artículos, como se hace en algunas naciones civilizadas.

Hay que tener especial cuidado en que los datos primarios sean consistentes, es decir, que los precios se refieran siempre a la misma calidad de los artículos que se consideren. Además, deben escogerse esos pre-



cios de acuerdo con la investigación que se desea: al detal si se trata de artículos alimenticios para estimar el costo de la vida, o al por mayor sin han de ser utilizados por los negociantes. Conocemos un índice para el cual los precios son el promedio entre los al detal y al por mayor, lo que equivale a una estatua "entre ecuestre y pedestre".

### III

#### Determinación del año base o punto de referencia.

Mucha importancia dan algunos expositores a la escogencia del año base, diciendo que debe elegirse un año económicamente normal. Ha sido aceptado como normal el de 1913, inmediatamente anterior a la gran guerra europea. Para buscar esa normalidad, toman como base algunos economistas, no un año determinado sino el promedio de un período de años (Sauerbeck 1866 a 1877, "The Economist" 1845 a 1850, "The Analyst" 1890 a 1899). Aparte de que es difícil apreciar lo que es un año o un período **normal**, no vemos en la escogencia del año base importancia alguna, desde luego que el variar esa base, cuando se necesite, es cuestión de sencillas operaciones aritméticas, para las cuales, generalmente, no se necesita siquiera conocer los datos primarios.

### IV

#### Importancia relativa de los artículos considerados.

Este si es un punto capital en la determi-

nación de los números índices: si los varios artículos con que se calculan deben tener la misma influencia en el resultado final, considerándolos como iguales, o si esa influencia debe ser proporcional a la relativa importancia de tales artículos en la vida económica.

Enunciar la cuestión es resolverla. Hay en esto la diferencia entre el promedio simple y el promedio compuesto, y todos saben que el primero es inexacto cuando los datos de que se obtiene no son homogéneos. Es claro que, al tratarse de artículos alimenticios, por ejemplo, para averiguar el costo de la vida, debe tenerse en cuenta el consumo relativo de cada uno. En cantidad, el consumo de maíz en Antioquia es muchas veces mayor que el de la sal; por lo tanto, si el maíz duplica de precio se encarecerá mucho el costo de la alimentación, pero, si es la sal la que cuesta el doble, apenas se sentirá su influencia en ese costo. Con razón se han criticado los números índices de precios que publica "The Economist" desde 1845, en los cuales, no siendo los artículos ponderados, se da la misma importancia al índigo que al trigo, por ejemplo.

A pesar de ser tan evidente la razón para preferir el índice pesado o ponderado al simple, éste se usa mucho por la mayor facilidad para obtenerlo, y también porque, cuando se toma por base un gran número de artículos, hay cierta compensación que hace que los números índices, así obtenidos, sean suficientemente aproximados. Pero, cuando los artículos son pocos, como los que sirven de base a los índices publicados por la "Revista del Banco de la República", el error puede ser de mucha consideración.

Cierto es que a veces, cuando no se trata de precios, como, por ejemplo, cuando se quiere averiguar el índice económico por medio de indicios, el valorar la importancia de tales indicios es cuestión de aprecia-



ción personal, más o menos arbitraria, y no queda al investigador más camino que hallar el número índice simple o no pesado.

Pero, cuando es posible estimar numéricamente la importancia de los elementos individuales, como sucede con los precios, es técnicamente inexcusable que se prescinda de ese factor para obtener números índices correctos, a no ser, como ya dijimos, que se trabaje sobre un gran número de artículos.

La importancia de los artículos que sirven para hallar el número índice de los precios se estima por diversos medios. En los países que tienen bien organizada su estadística agrícola e industrial se mide por la cantidad de su producción. Falkner propone que se aprecie por la cuantía que representen en los presupuestos obreros. Rawson la mide por el valor medio de la tonelada importada o exportada. Palgrave parte del principio de que la importancia de cada artículo es igual a la que tiene en la vida económica, desde el punto de vista del consumo. Es evidente que, cuando el índice de precios se investiga para averiguar el costo de la vida, la importancia de los diversos artículos debe ser proporcional a su consumo.

## V

### Métodos para hallar los números índices.

Dijimos antes que el profesor Fisher menciona y analiza 134 procedimientos distintos para hallar los números índices. Todos ellos pueden reducirse a seis tipos, en tres grupos así:

1o. El promedio de los índices parciales:

- a). Promedio aritmético;
- b). " armónico;

c). " geométrico.

2o. El relativo de posición de los índices parciales:

- a). Mediana;
- b). Modo.

3o. El método agregativo.

En los cinco primeros tipos se hallan separadamente los números índices de cada artículo, formando así una serie, y, luego, el número índice del grupo se halla por los medios que enseña la estadística para buscar el promedio aritmético, el armónico, el geométrico, la mediana o el modo de esa serie.

El método es totalmente distinto. No se hallan los índices parciales, si no que se suman las cifras correspondientes a los diversos artículos y luego se halla el número índice del total.

En cada uno de esos tipos el número índice puede ser simple o ponderado. Puede referirse a un año de base fijo o por el método de "cadena". Los índices ponderados pueden hallarse por cuatro medios distintos, cuando la importancia de los artículos varía de un año a otro. Se emplean también combinaciones de números índices hallados por distintos sistemas, buscando el promedio geométrico de los diversos resultados (*crossing*). De todo esto resulta el gran número de procedimientos diferentes para hallar números índices.

El llamado método de "cadena" consiste en hallar el número índice de cada año, no con una base fija, sino tomando como base el año inmediatamente anterior. Los índices así llamados son los "eslabones" de la cadena, y, para unirlos, se multiplica cada uno por todos los anteriores. Si estos eslabones son A, B, C, D....., al reunirlos para formar la cadena, quedarán así: A, AB, ABC, ABCD..... Tiene este procedimiento la ventaja de que, como los eslabo-



nes o índices hallados primeramente se deducen de dos años consecutivos, es fácil variar el número de artículos, agregando unos o quitando otros, y modificando su importancia relativa, si el número índice es ponderado. En otras palabras, los eslabones son más flexibles.

### Promedio aritmético.

Empleado desde 1766 por Carli, es de uso relativamente frecuente, a causa de su extrema sencillez, pues todo el mundo sabe lo que se entiende por promedio aritmético: la suma de varias cantidades divididas por su número. Puede ser simple o ponderado, como todos. Analicemos el promedio aritmético simple.

CUADRO Nro. I

Precio de los artículos		Índices parciales
Año base	Año considerado	
$p_1$	$p'_1$	$\frac{p'_1}{p_1}$
$p_2$	$p'_2$	$\frac{p'_2}{p_2}$
$p_3$	$p'_3$	$\frac{p'_3}{p_3}$
$p_n$	$p'_n$	$\frac{p'_n}{p_n}$

El promedio aritmético simple será la suma de las cifras de la última columna dividida por  $n$ , es decir,

$$\frac{\frac{p'_1}{p_1} + \frac{p'_2}{p_2} + \frac{p'_3}{p_3} + \dots + \frac{p'_n}{p_n}}{n} = \sum \frac{p'_i}{p_i} \quad (1)$$

El procedimiento es sencillísimo, pero, a veces, da resultados notoriamente inexactos, y aun absurdos, hasta el punto de que,

al analizarlo, el profesor Fisher, en su obra citada, se expresa así: "Si este libro no tuviera otro efecto que conducir al total abandonado del promedio aritmético simple para hallar números índices, serviría para un fin útil".

Para mostrar los errores a que su empleo puede conducir, veamos un ejemplo numérico elemental, promediando aritméticamente los índices parciales de solamente dos artículos:

	Año 1930	Año 1935
Precio de una lb. de maíz	\$ 0.10	0.20
Precio de una lb. de carne	\$ 0.50	0.25

Si se toma como base el año de 1930 (igual 100) tendríamos como índice en 1935:

maíz	200	} promedio aritmético 125
carne	50	

Pero, si invertimos la base y tomamos como tal el año de 1935, tendremos, como índice para 1930:

maíz	50	} promedio aritmético 125
carne	200	

En el primer caso los precios de 1935 resultan 25 % más elevados que los de 1930; en el 2o. caso son los precios de 1930 los que resultan 25 % más altos que los de 1935. Resultados absurdos, pues son contradictorios.

Se dirá que no es lo mismo el tiempo contado hacia adelante que hacia atrás. Pero, si en lugar de dos años, tomamos dos ciudades en las cuales, simultáneamente, los precios de la carne y del maíz fueran los de nuestro ejemplo, aparece claro el absurdo de que se obtienen resultados contradictorios cuando se toma una u otra por base.

Cuando se trata de un solo artículo, el producto de los números índices obtenidos trocando las bases, es igual a la unidad. Es-



to es evidente, porque los índices serán  $\frac{p'}{p}$  y  $\frac{p}{p'}$ , cuyo producto es la unidad, por ser cantidades recíprocas.

No pasa lo mismo en muchos casos con el número índice deducido de un grupo de artículos. La verificación es lo que en español podemos llamar "prueba de reversión" (reversal test). El índice que no satisfaga esta prueba es incorrecto.

Tal sucede con el promedio aritmético simple, como acabamos de verlo en el ejemplo numérico anterior.

Algebricamente, con la notación del cuadro I, el número índice del segundo año con base del primero es

$$\frac{\sum p'}{n}$$

y el del primero con base del segundo es

$$\frac{\sum p}{n}$$

El producto de estos dos índices no es la unidad, porque los dos factores no son recíprocos entre sí.

Por no satisfacer esta prueba y porque no se tiene en cuenta la importancia de los artículos, el método del promedio aritmético simple no debe seguirse para los números índices. Ciertamente es que, por su sencillez, es el empleado por "The Economist" y "The Estadistic" de Londres, por el "Anuario Statistico Italiano", por "The Analyst", de los EE. UU. y por otros. Pero eso no quiere decir, ni mucho menos, que sea un procedimiento correcto, ya que, en asuntos técnicos de esta índole, debemos atenernos a la razón y no al criterio de autoridad.

En el promedio aritmético pesado o ponderado se tiene en cuenta la importancia de los artículos que se consideran y, aunque tampoco satisface la prueba de reversión,

es más aceptable que el promedio aritmético simple.

No se trata de fijar determinada cantidad a cada artículo en los dos años que se

son  $\frac{p'}{p}$ , la relación es la misma si  $p'$  y  $p$

analizan, pues, como los índices parciales son los precios por libra, por arroba o por tonelada. Lo que debe hacerse es afectar cada índice parcial por un coeficiente calculado de acuerdo con la importancia del artículo respectivo.

## CUADRO II

Año base	Año considerado	Coeficientes	Indices parciales
$p_1$	$p'_1$	$q_1$	$\frac{q_1 p'_1}{p_1}$
$p_2$	$p'_2$	$q_2$	$\frac{q_2 p'_2}{p_2}$
$p_3$	$p'_3$	$q_3$	$\frac{q_3 p'_3}{p_3}$
$p_n$	$p'_n$	$q_n$	$\frac{q_n p'_n}{p_n}$

Con esta notación, la fórmula algebrica del promedio aritmético ponderado es la siguiente:

$$\frac{q_1 p'_1 + q_2 p'_2 + q_3 p'_3 + \dots + q_n p'_n}{q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n} = \frac{\sum q_i p'_i}{\sum q_i} \quad (2)$$

**Promedio armónico.**

Como todos saben, el promedio armónico es el recíproco del promedio aritmético de los recíprocos de las cifras que se quieren promediar.

Con la notación del cuadro I, el promedio armónico simple de los índices parciales de la última columna es:

$$\frac{1}{\frac{p_1}{p'_1} + \frac{p_2}{p'_2} + \frac{p_3}{p'_3} + \dots + \frac{p_n}{p'_n}} = \frac{n}{\sum \frac{p_i}{p'_i}} \quad (3)$$



De una manera análoga, el promedio armónico ponderado será, con la notación del cuadro II:

$$\frac{\sum q_i}{\sum \frac{q_i p_i}{p_i}} \quad [4]$$

Ninguno de los dos promedios armónicos —simple y ponderado— satisficé la prueba de reversión, como podría demostrarse fácilmente.

Sin embargo, este promedio ha tenido sus adeptos, como F. Coggeshall, principalmente a causa de que es el que mejor se presta para apreciar el valor adquisitivo de la moneda, desde luego que su poder de compra es inverso de los precios y esos recíprocos son los que se tienen en cuenta pa-

ra hallar el promedio armónico.

Pueden aplicarse al promedio armónico el sistema de "cadena" y otros, pero no nos extendemos sobre el particular, por no estimar aconsejable este promedio para hallar números índices.

En efecto, el promedio armónico no es sino el recíproco del aritmético que se hallaría para el primer año tomando como base el segundo, como puede observarse al comparar las fórmulas correspondientes (1) y (3) para los promedios simples y (2) y (4) para los ponderados. Por lo tanto, son aplicables al promedio armónico las tachas que se hacen al promedio aritmético.

(Continuará)

## EL ORO

### Los destinos del oro

(Aunque este artículo se publicó hace ya algunos años en la revista francesa LE MOIS, sus aspectos de permanente actualidad le confieren muy grande interés para los lectores de la sección de economía de DYNA).

Como todos los metales, el oro tiene una doble historia: geológica y económica. Pero es sobre todo un metal precioso, padre y patrón de la moneda. Eso le confiere una originalidad particular y su historia económica se dramatiza, se enriquece de peripecias múltiples cuyas consecuencias sociales son profundas.

Por finalista que se sea, es preciso reconocer que al crear los yacimientos de minerales de que se ha apoderado nues-

tra industria, la Naturaleza nunca pensó en el Hombre. Fuerzas ciegas han determinado y concentrado en algunos puntos de la superficie del globo sustancias diversas; merced a erupciones de terrenos ígneos, al trabajo de los gases, y de las fuentes hidrotermales, a los procesos de sedimentación por la acción de las aguas, se han formado yacimientos, filones, capas mineralizadas, aglomerados, lentes. Las riquezas minerales no pueden ser útilmente explotadas sino allí donde fueron localizadas por ese trabajo natural. El ilustre geólogo francés A. Lapparent veía en las características de las formaciones hulle-  
ras los signos de un plan providencial que preveía las necesidades de una humanidad que no debía aparecer sino decenas de millones de años más tarde. Si semejante