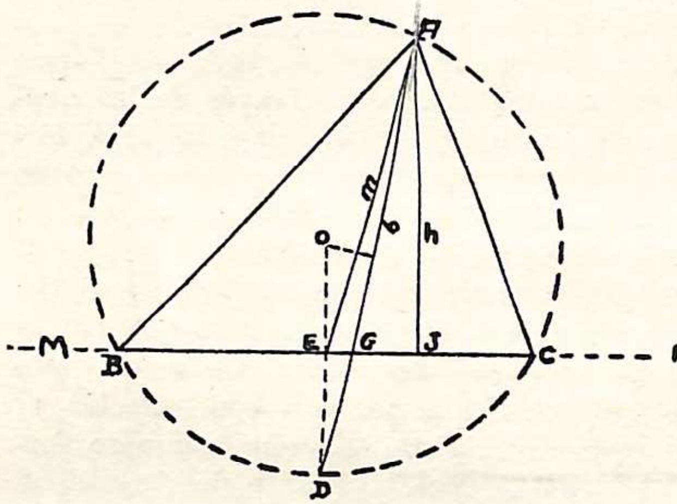
# Sección de Matemáticas

## Soluciones a algunos Problemas de la Revista anterior

**Cuestión.** Construír un triángulo conociendo la bisectriz, mediana y altura que parten del mismo vértice.

**Solución** enviada por el Dr. **Jorge Rodríguez.**

En un punto J de una recta MN se eleva una perpendicular JA de la longitud h de la altura dada. Con centro en A y radios AE y AG iguales a la mediana *m* y a la bisectriz b dadas, se corta la línea MN en dos puntos E y G. Por lo tanto, AJ, AE y AG son respectivamente la altura, la mediana y la bisectriz del triángulo buscado.




En el punto E se levanta una perpendicular a MN que encuentra en D la prolongación de la bisectriz AG. En el punto medio I de la recta AD se traza una perpendicular a esa línea, que encuentra en O la prolongación de ED. Entonces O es el centro del círculo circunscrito al triángulo pedido, y con radio OA se obtienen sus otros dos vértices B y C.

**Demostración.** Supongamos el problema resuelto. Como AE es mediana EB = EC. Como AG es bisectriz del ángulo A arc. DB = arc DC porque subtienden ángulos iguales BAD y CAD. Por lo tanto, la línea ED es perpendicular a BC en su punto medio E y el centro del círculo circunscrito al triángulo debe hallarse en su prolongación. Como dicho círculo pasa por A y por D, se hallará en la perpendicular elevada en I, en su punto medio. La intersección O de esas dos rectas es, pues, el centro del círculo circunscrito del triángulo buscado.

**Discusión.** Por lo general, la altura tiene que ser más corta que la mediana y la bisectriz, porque la perpendicular es menor que las oblicuas bajadas de un punto a una recta. También la mediana tiene que ser más larga que la bisectriz: de otra manera el punto D quedaría encima de la recta BC, del mismo lado que A, y sería entonces imposible trazar el círculo por los 4 puntos A, B, C, y D. Si fueran iguales la mediana y la bisectriz, los puntos B, D y C quedarían en línea recta y el problema sería imposible.

Si las tres longitudes dadas —altura, mediana y bisectriz— fueran iguales, el triángulo sería isósceles, con vértice en A. En ese caso el problema es indeterminado, pues cualquier triángulo isósceles con AJ por altura (que entonces se confunde con la mediana y la bisectriz), satisface la cuestión.

**Cuestión:** Encontrar los números de tres cifras que divididos por el producto de sus cifras, den la cifra de las centenas.

Solución de **Jorge González P.**

Sea N el número que cumple la hipótesis.

c la cifra de las centenas
d la cifra de las decenas.
u la cifra de las unidades.

1º N = el producto de las cifras por la cifra de las centenas.

2º N debe ser múltiplo de c, o sea
*m (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81).*

3º $N = c^2\, du$ siendo $\dfrac{100c}{c^2} < du < \dfrac{100\,(c+1)}{c^2}$

Ahora si

| | | |
|---|---|---|
| $c = 9$ | $N = 81 \times 12 = 972$ | no cumple porque $2 \times 7 \neq 12$ |
| $c = 8$ | $N = 64 \times 14 = 896$ | " " |
| $c = 7$ | $N = 49 \times 16 = 784$ | no cumple |
| | $= 49 \times 15 = 735$ | cumple, pues $5 \times 3 = 15$. |
| $c = 6$ | $N = 36 \times 18 = 648$ | no cumple |
| $c = 5$ | $N = 25 \times 21 = 525$ | no cumple |
| | $= 25 \times 20 = 500$ | " " |
| $c = 4$ | $N = 16 \times 30 = 480$ | no cumple |
| | $= 16 \times 28 = 448$ | " " |
| | $= 16 \times 27 = 432$ | " " |
| | $= 16 \times 25 = 400$ | " " |
| $c = 3$ | $N = 9 \times 42 = 378$ | no cumple |
| | $9 \times 40 = 360$ | " " |
| | $9 \times 36 = 324$ | " " |
| | $9 \times 35 = 315$ | " " |

$c = 2 \qquad N = 4 \times 72 = 288$

$\qquad\qquad\qquad\quad 63 = 252$

$\qquad\qquad\qquad\quad 56 = 224$

$\qquad\qquad\qquad\quad 54 = 216$

$c = 1$ se descarta. Luego la única solución es 735.

**Cuestión:** Encontrar los números de 4 cifras que son iguales a 11 veces el cuadrado de la suma de sus cifras.

Solución de **Jorge González P.**

Sea S la suma de las cifras.

N el número que cumple la condición.

Tenemos:

1º Del enunciado del problema se deduce que

$$1.000 < S^2 < \frac{10.000}{11}$$

$100 < S^2 < 900$ por ser S entero, luego $10 < S < 30$

2º Como $S = m9 + R$, $N = m9 + R$ y $11 = m9 + 2$ tenemos

$$(m9 + R)^2\,(m9 + 2) = m9 + R$$

| 3º $S$ | $S^2$ | $S^2\,(m9 + 2)$ |
|---|---|---|
| $= m9$ | $= m9$ | $= m9$ |
| $= m9 \pm 1$ | $= m9 + 1$ | $= m9 + 2$ |
| $= m9 \pm 2$ | $= m9 + 4$ | $= m9 - 1$ |
| $= m9 \pm 3$ | $= m9$ | $= m9$ |
| $= m9 \pm 4$ | $= m9 - 2$ | $= m9 - 4$ |

De la primera y última columna coinciden m9 y m9 — 4, luego

| | | | |
|---|---|---|---|
| $S = 18$ | $S^2 = 324$ | $11\,S^2 = 3.564$ | $3 + 5 + 6 + 4 = 18$ |
| $= 27$ | $= 729$ | $= 8.019$ | $8 + 1 + 0 + 9 = 18$ |
| $= 14$ | $= 196$ | $= 2.156$ | $2 + 1 + 5 + 6 = 14$ |
| $= 23$ | $= 529$ | $= 5.819$ | $5 + 8 + 1 + 9 = 14$ |

de los últimos cumplen: *3.564, 2.156, 5.819.*

---

## PROBLEMAS DE CALCULO

1) Con centro sobre una circunferencia trazar un arco que divida a un círculo en dos áreas iguales.
2) Un perro sale en seguimiento de una zorra desde un punto A que se encuentra a 100 yardas al Este del punto de partida de la última. La velocidad de ambos es constante y el perro corre siempre en dirección hacia la zorra la cual huye hacia el Norte. Qué longitud de camino hace el perro si le da alcance a su presa cuando ésta ha recorrido 300 yardas.

Quedan pendientes las cuestiones 3 y 4 del número anterior.