

Estudio de una forma de Equilibrio

Gracias a una buena disposición del Consejo Directivo de la Facultad Nal. de Minas, tuvimos el gusto de escuchar en días pasados al Profesor Belisario Ruiz Wilches, traído desde la Capital de la República a exponer a los ingenieros antioqueños sus investigaciones y teorías sobre Física Moderna.

El Profesor Ruiz Wilches ha venido estudiando desde hace muchos años el problema de la disparidad entre la obtención de alturas barométricas y la obtención directa mediante la nivelación; las contradicciones entre la gravedad teórica y la experimental y los diversos problemas ligados a estas materias.

Con sorprendente paciencia y consagración el Ingo. Ruiz Wilches ha llegado a obtener una fórmula original para la elíptica terrestre, y una deducción de ella para obtención de las densidades de los astros sujetos a aplanamiento.

Tuvimos oportunidad de escuchar al Profesor Ruiz en el Palacio de Bellas Artes, de Medellín. Luego en conversaciones particulares nos acabó de aclarar para la Revista DYNA sus investigaciones que como lo dice él mismo con modestia característica, propone a los hombres de ciencia del País no como una cosa cierta, pues a simple vista se observa que desde su iniciación empiezan con una suposición que revolucionaría las teorías físicas actuales, cual es la de suponer la

$$\text{fuerza centrífuga igual a } \frac{2mv^2}{r}.$$

Sin embargo, aplicada la fórmula obtenida por el Profesor Ruiz a la elíptica terrestre, y la fórmula para obtener las densidades de los astros, se obtienen una serie de "coincidencias" que dejan perplejo a cualquier observador y verdaderamente le hacen preguntarse: es posible que aplicando estas fórmulas se obtengan los mismos valores que han obtenido hasta ahora los astrónomos? Estará mal obtenida la fórmula de la fuerza centrífuga? Una fórmula aceptada desde hace tanto tiempo por todos los científicos podrá ser errónea? A qué conclusiones llegaríamos si esto fuera así? Estos interrogantes y los más que puedan presentarse, hacen que todos miremos con recelo y curiosidad los trabajos de investigación y estudio del Profesor Ruiz Wilches.

Resulta curioso el que las observaciones barométricas den siempre un error positivo para las alturas, observa el Profesor Ruiz. En el caso concreto de Bogotá tenemos:

Altura derivada de las observaciones barométricas	2.624.88 mts.
Altura deducida por nivelación	2.607.78 mts.
Diferencia	17.10 mts.

y hay que observar que la nivelación directa estuvo a cargo del Instituto Geográfico Militar y Catastral y chequeada con observaciones de nivel en los dos mares.

En el VIII Congreso Científico Americano, el Dr. Joaquín Gallo, Director del Observatorio de Tucubaya manifestó haber encontrado en Méjico diferencias semejantes en la obtención de alturas.

Se observan también diferencias en la obtención de la gravedad por métodos teóricos y experimentalmente. Otra anomalía resulta de la deducción de la gravedad para la tierra supuesta en reposo y en movimiento. En el Ecuador terrestre tenemos 9.780 para la tierra en reposo (según Helmert) y 9.773 para la tierra en reposo (según Hayford). Para Bogotá tendríamos 9.774 y 9.772, ambos resultados rarísimos, pues lógicamente debían ser a la inversa en cada caso.

En un viaje a los Estados Unidos el Profesor Ruiz visitó una Oficina de Coast and Geodetic Survey y discutió ampliamente los métodos seguidos en sus observaciones, llevando inclusive sus aparatos para hacerlos revisar y llegar al convencimiento de la exactitud de sus determinaciones. Chequeados sus procedimientos, se entregó a la ardua tarea de obtener una fórmula para la elíptica terrestre, partiendo de la ley de Newton y la fuerza centrífuga mediante el estudio d un cuerpo en equilibrio. Lo llevó este estudio a conclusiones rarísimas, discordes totalmente de la ecuación de la elipse de Clarke, aceptada comúnmente. Estudiando repetidamente su procedimiento matemático que encontraba correcto, se le ocurrió un día suponer que puesto que todas las medidas de la fuerza centrífuga se hacen

por comparación, más bien podría ser la fórmula $\frac{kmv^2}{r}$, pareciéndole más lógica

esta suposición que ponerse en contradicción con la ley de la gravitación universal. Vino entonces el trabajo matemático pesado de la obtención de la fórmula para la elíptica. Haciendo múltiples suposiciones encontró un día un valor para k muy

cercano a 2 y resolvió poner el valor $\frac{2mv^2}{r}$ a la fuerza centrífuga. Obtuvo así

un sorprendente resultado que difiere en muy poca cosa con la fórmula de Clarke como veremos más adelante.

El objeto de este artículo era el de presentar a los aficionados a estas disciplinas una información detallada de la conferencia y las conversaciones con el Profesor Ruiz, pero estando en prensa la edición de DYNA se nos remitió su artículo publicado en la Revista de la Universidad Nacional y nos parece más lógico publicarlo íntegramente, dejando este comentario breve sobre el por qué del valor doble de la fuerza centrífuga, pues nos parece interesante el hacer resaltar cómo llegó a su obtención durante sus investigaciones.

Agradecemos al Profesor Belisario Ruiz Wilches la atención que ha tenido para con los lectores de DYNA y al felicitarlo por sus investigaciones le ofrecemos de nuevo estas páginas para sus posteriores artículos.

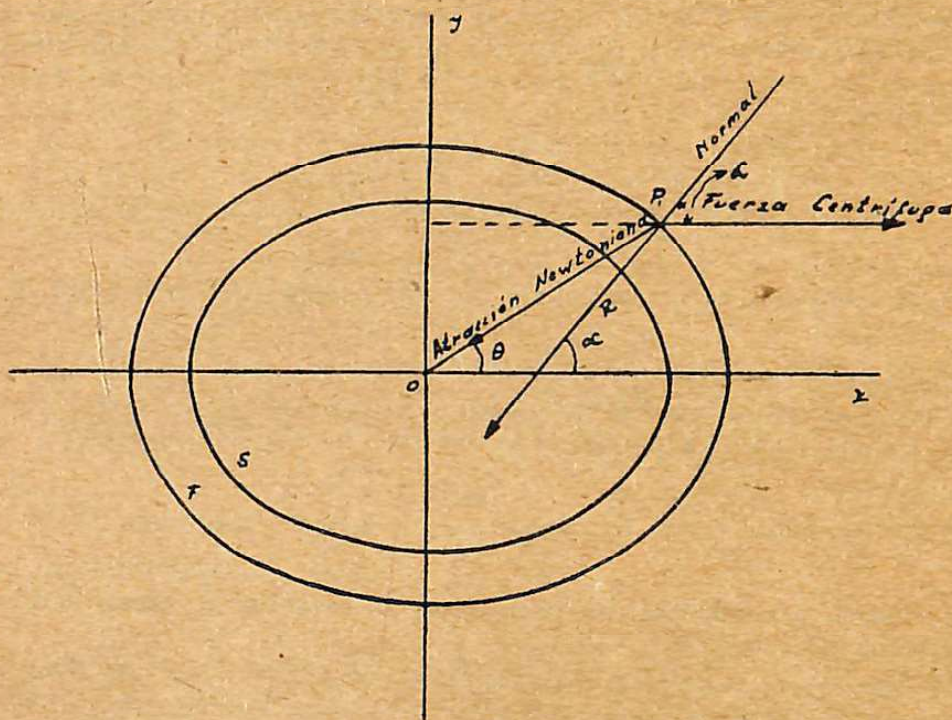
J. URIBE J.

ESTUDIO DE UNA FORMA DE EQUILIBRIO

Por Belisario Ruiz Wilches

Vamos a estudiar la forma de equilibrio que toma un cuerpo parcial o totalmente flúido, cuando gira alrededor de un eje que pasa por su centro de gravedad, estando sujeto, por una parte, a la atracción Newtoniana y por la otra, a una acción que tiende a darle una forma de equilibrio dinámico, diferente del estático. Esta acción trata de alejar del eje de rotación las moléculas del cuerpo y suponemos

que esa fuerza está representada por la expresión $F_2 = \frac{2mv^2}{r}$, es decir, por un valor doble del que hasta hoy se ha adoptado para la fuerza centrífuga.



Estudiaremos solamente la curva que representa la sección meridiana del cuerpo, pues como la superficie de éste es engendrada por la rotación de dicha curva alrededor de un eje, se conocerá también la superficie engendrada por ella en su revolución.

Consideremos en la figura un núcleo sólido S , sobre el cual hay una capa flúida F . Supongamos que el eje de las ordenadas sea el de rotación y consideremos establecido el equilibrio. Sea en el punto P de la superficie una molécula de masa m que ya está en reposo, pues se han equilibrado las acciones que se ejercen sobre ella. Por tanto, la suma de las fuerzas exteriores dará una resultante que sigue la dirección de la normal a la curva de equilibrio.

Las dos fuerzas son pues: $F_1 = -\frac{KMm}{r^2}$ $F_2 = \frac{2mv^2}{x}$

Proyectándolas sobre los ejes coordenados se tiene:

$$-\frac{KMm}{r^2} \cos \Theta + \frac{2mv^2}{x} + R \cos a = 0$$

$$-\frac{KMm}{r^2} \sin \Theta + R \sin a = 0$$

o sea:

$$-R \sin a = -\frac{KMm}{r^2} \sin \Theta$$

$$-R \cos a = -\frac{KMm}{r^2} \cos \Theta + \frac{2mv^2}{x}$$

Dividendo miembro a miembro:

$$\begin{aligned} \text{tg } a &= \frac{-\frac{KM}{r^2} \sin \Theta}{-\frac{KM}{r^2} \cos \Theta + \frac{2v^2}{x}} \end{aligned}$$

Pero como el coeficiente angular de la normal es $-\frac{dx}{dy}$:

$$\begin{aligned} -\frac{dx}{dy} &= \frac{-\frac{KM}{r^2} \sin \Theta}{-\frac{KM}{r^2} \cos \Theta + \frac{2v^2}{x}} \\ \frac{KM}{r^2} (\cos \Theta dx + \sin \Theta dy) &= \frac{2v^2}{x} dx \end{aligned}$$

$$\text{Pero como: } \cos \Theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin \Theta = \frac{y}{r}$$

Pero teniendo en cuenta que: $x^2 + y^2 = r^2$, $2x dx + 2y dy = 2r dr$
Ahora bien: $v = Wx = 2\pi w x$ (Siendo w el número de revoluciones por segundo).

$$\frac{K M}{r^2} dr = \frac{2 v^2}{x} dx = 8 \pi^2 w^2 x dx$$

Integrando:

$$\int \frac{K M}{r^2} dr = \int 8 \pi^2 w^2 x dx$$

$$-\frac{K M}{r} = 4 \pi^2 w^2 x^2 + C$$

El valor de C se puede fijar así: para $x = 0$, y llamando $r = b$

$$-\frac{K M}{r} = -\frac{K M}{b} = C$$

por tanto:

$$\frac{K M}{r} = \frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 x^2$$

despejando a r :

$$r = \frac{K M}{\frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 x^2} \quad (1)$$

y elevando al cuadrado:

$$r^2 = \frac{K^2 M^2}{\left(\frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 x^2 \right)^2}$$

De donde:

$$y^2 = \frac{K^2 M^2}{\left(\frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 x^2 \right)^2} - x^2$$

y por tanto, teniendo en cuenta que en el segundo miembro aparece una diferencia de cuadrados, se tendrá:

$$y^2 = \frac{\left(K M - \frac{K M}{b} x + 4 \pi^2 w^2 x^3 \right) \left(K M + \frac{K M}{b} x - 4 \pi^2 w^2 x^3 \right)}{\left(\frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 x^2 \right)^2}$$

Esta es la ecuación de la curva meridiana del cuerpo.

Sin entrar en un análisis completo de tal curva, muy laborioso dado el grado de la ecuación, la simple inspección de ella nos suministra una serie de datos interesantes, suficientes para sacar una serie de conclusiones útiles respecto a la rotación de los cuerpos:

- 1)—La ecuación de la curva es de sexto grado en x .
- 2)—La curva es simétrica respecto al eje de las x y al de las y .
- 3)—La curva no se extiende más allá de la última raíz real de ecuación de sexto grado del numerador igualado a cero.
- 4)—Como la curva es simétrica, basta estudiar la parte comprendida en el primer cuadrante.
- 5)—Dada la forma de la ecuación que resulta de igualar a cero el numerador, ésta no puede tener sino, o dos raíces reales, una positiva y otra negativa, iguales en valor absoluto y cuatro imaginarias; o seis raíces reales, tres positivas y tres negativas, iguales dos a dos en valor absoluto.
- 6)—En el caso de dos raíces reales el cuerpo tiene una forma muy semejante a la de un elipsoide de revolución.

Vamos a tratar de estudiar numéricamente algunos aspectos de la ecuación que representa la curva que limita la sección meridiana.

Dividiendo el numerador y el denominador por la cantidad $(4\pi^2 w^2)^2$ y llamando

$C = \frac{KM}{4\pi^2 w^2}$ la ecuación quedará:

$$y^2 = \frac{\left(C - \frac{C}{b}x + x^3\right) \left(C + \frac{C}{b}x - x^3\right)}{\left(\frac{C}{b} - x^2\right)} \quad (2)$$

Como el valor de C depende solamente de la masa del cuerpo en movimiento y de su rotación; y como además de este valor solamente figura en la ecuación el valor de b , resulta que conocida la masa, la rotación y el eje menor, quedará definida mecánicamente la forma del cuerpo que gira.

Si damos valores numéricos a los parámetros a que se ha hecho referencia se podrán encontrar para el caso singular que dichos parámetros representan, las soluciones de las ecuaciones de tercer grado del numerador y construir la curva por puntos. Bastará hacerlo en el primer cuadrante. Esto permitirá un completo análisis de todos los casos posibles y un estudio particular de cada uno de ellos; pero para ciertos casos especiales que vamos a estudiar resulta mucho más sencillo proceder de otra manera.

Supongamos, en primer lugar, que se trata de la TIERRA. Sustituyamos en el valor de C a w por el valor de la rotación en la tierra, o sea:

$$w = \frac{1}{86164,1}$$

Este valor es esencialmente experimental y no interviene en su determinación otra magnitud que el tiempo. Además podemos determinar otros dos valores ex-

perimentales en el ecuador, sin que en ellos intervenga para nada la forma de la tierra; estos dos valores son: el radio ecuatorial de la tierra determinable por una operación geodésica y el valor de la gravedad determinable directamente por el péndulo. Con estos tres valores experimentales podemos, mediante la ecuación de equilibrio, determinar la forma que mecánicamente correspondería a la tierra así:

$$\text{En la ecuación (2) hacemos } x^3 - \frac{C}{b}x + C = 0$$

para obtener tres de las soluciones del numerador.

Pero si a es una de las raíces de la ecuación (radio ecuatorial que conocemos experimentalmente), entonces tendremos

$$a^3 - \frac{C}{b}a + C = 0$$

y por consiguiente:

$$b = \frac{Ca}{C + a^3} \quad (3).$$

Todos los valores que figuran en el segundo miembro son experimentales. El valor de $K M$ lo deducimos directamente de la gravedad g . Si aceptamos que el valor de a es de 6378429 metros (elipsoide de Clarke) y verificamos operaciones encontramos el siguiente resultado:

Valor de b deducido de operaciones geodésicas:	6356515 mtrs.
Valor de b deducido de la fórmula de equilibrio:	6356390 mtrs.
Diferencia	125 mtrs.

Si en vez de aceptar el valor de la gravedad de 9.78 en el ecuador para determinar a $K M$ de acuerdo con la ley de Newton, aceptamos como bueno para tal fin el valor deducido para el polo de la fórmula de Helmert, considerado siempre el elipsoide de Clarke, tendremos:

Valor de b deducido de operaciones geodésicas:	6356515 mtrs.
Valor de b deducido de la fórmula de equilibrio:	6356503 mtrs.
Diferencia	12 mtrs.

Es notable la concordancia de valores entre los deducidos de la medida geodésica de la tierra y los que se derivan de valores exclusivamente experimentales de acuerdo con la fórmula que se obtiene de las tesis propuestas.

Pero la concordancia no es solamente en los ejes entre el elipsoide de comparación y la figura producido por la fórmula de equilibrio que se ha establecido; lo es en toda la extensión de la curva.

Supongamos que concuerdan los ejes del elipsoide de comparación con los de la figura de sexto grado y encontremos el radio vector en ambas figuras a los 45° , donde es presumible que pueda encontrarse la mayor diferencia.

$$\text{El radio vector de la elipse es: } r = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}} \quad \text{Tomando la fórmula (1)}$$

y haciendo $x = \frac{b}{\sqrt{2}}$ (lo que da para la elipse un ángulo de $45^\circ 5'54''$), tendremos:

$$r = \frac{K M}{\frac{K M}{b} - 4 \pi^2 w^2 \frac{b^2}{2}} = \frac{b}{1 - \frac{4 \pi^2 w^2 b^2}{2 K M}}$$

pero teniendo en cuenta que $w^2 = \frac{1}{T^2}$ (Siendo T el período) y que la fuerza de

la gravedad en el polo es $g = \frac{K M}{b^2}$ nos queda:

$$r = \frac{b}{1 - \frac{2 \pi^2 b}{g T^2}}$$

Encontrando el valor numérico, hecha la comparación con el elipsoide de Hayford que da una diferencia mayor que el de Clarke, tendremos:

Radio vector en la curva:	6367278 metros
Radio vector en la elipse:	6367294 metros
Diferencia	16 metros

Como la concordancia en la tierra, en donde las medidas geodésicas se han practicado con tan riguroso esmero, es tan perfecta como se acaba de ver y como la fórmula es general para todo cuerpo en rotación, es fácil ensayar cómo resulta la comparación con JUPITER.

Sustituyendo valores en la ecuación (3) se obtiene el siguiente resultado:

Valor de b deducido de medidas micrométricas:	66617910 m. (Sampson)
Valor de b deducido de la fórmula de equilibrio:	65497800 m.
Diferencia:	1120110 m.

Esta diferencia no es exagerada pues como masa de Júpiter hemos tomado la masa total del sistema, incluyendo satélites; y para rotación, ya que las rotaciones observadas son varias, un promedio probable que es muy seguro no corresponda a la rotación verdadera del globo.

Pero todavía encontramos una relación de valores muy original y que se presta para otra comprobación.

$$b = \frac{Ca}{C + a^3}; \text{ de donde: } ba^3 = C(a - b); \text{ o sea: } ba^2 = C \frac{a - b}{a} \text{ de donde,}$$

teniendo en cuenta que $\frac{a - b}{a}$ es aplanamiento:

$$ba^2 = C. apl; \quad ba^2 = \frac{K M}{4 \pi^2 w^2} apl.$$

Sabiendo que la figura de equilibrio es muy semejante a un elipsoide de revolución, podemos suponer que no cometemos un gran error al sustituir su volumen por el del elipsoide de ejes iguales y poner por tanto:

$$\frac{M}{4} \pi a^2 b = \frac{K M}{3 \pi w^2} apl; \quad \text{o sea: } \frac{1}{3 \pi} = \frac{4}{K} \pi ba^2$$

pero como $\frac{M}{V}$ es densidad absoluta (Δ), nos quedará finalmente:

$$\frac{M}{V} T^2 apl = \frac{3 \pi}{K}$$

Como el segundo miembro es un número cuyo valor es idéntico para todo cuerpo en rotación, llamado T el número de segundos que gasta el cuerpo en dar una revolución tendremos:

$$\Delta T^2 apl = \frac{3 \pi}{K}$$

Esta relación que nos parece muy interesante puede enunciarse así: "EN TODO CUERPO TOTAL O PARCIALMENTE FLUIDO QUE GIRE ALREDEDOR DE UN EJE QUE PASE POR SU CENTRO DE GRAVEDAD, EL PRODUCTO DE SU DENSIDAD MEDIA POR EL CUADRADO DEL NUMERO DE SEGUNDOS QUE INVIERTE EN UNA REVOLUCION Y POR SU APLANAMIENTO ES IGUAL A UNA CONSTANTE".

$$\text{Aplicando esto a la tierra tendremos: } \Delta t T t^2 aplt = \frac{3 \pi}{K}$$

Si aplicamos valores encontramos densidad de la tierra de 5,5765 la que está muy cerca de la encontrada por otros procedimientos.

$$\text{Aplicándolo a Júpiter se tendrá: } \Delta j T j^2 aplj = \frac{3 \pi}{K}$$

$$\text{Dividiendo la una por la otra: } \frac{\Delta t}{\Delta j} \cdot \frac{T t^2}{T j^2} \cdot \frac{aplt}{aplj} = 1$$

$$\text{de donde: } \frac{\Delta t}{\Delta j} = \frac{T j^2}{T t^2} \cdot \frac{aplj}{aplt}$$

luego, sustituyendo valores, encontramos como resultado numérico que la densidad de Júpiter es de 0,29995, tomando la de la tierra como unidad.

Pero si tomamos como masa del globo de Júpiter la de todo el sistema, incluyendo satélites (no tenemos dato del valor de la masa aisladamente) y la dividimos por su volumen supuesto elipsoide, tendremos como densidad 0,30172, tomando la de la tierra como unidad.

La diferencia es muy pequeña máxime si se tiene en cuenta que en el segundo cálculo hemos cometido un error.

Por ahora nos contentamos con la presentación de la fórmula general de equilibrio de acuerdo con las hipótesis que hemos enunciado al principio y con haber mostrado unas coincidencias, no nos atrevemos a llamarlas comprobaciones, entre los números teóricos deducidos de la fórmula presentada y los números experimentales deducidos de las medidas verificadas.

En un próximo estudio haremos ver que las coincidencias con respecto a Saturno son aún más imprevistas y que las fórmulas (1), (2) y (4) dan todavía muchos motivos de esparcimiento para quienes tengan la afición a estos estudios. A ellos les indicamos que si quieren deducir algo con respecto a Saturno, no deben olvidar que el anillo gira en un tiempo mucho menor que el planeta.

Nos hemos atrevido a presentar estas hipótesis especialmente por tres razones:

1ª—Porque la hipótesis presentada en la forma en que lo hemos hecho, no obliga a nadie a creer en ella; pero sí puede mover la curiosidad para investigar el por qué de las coincidencias encontradas; nosotros no hemos podido hallar la razón.

2ª—Porque no hemos encontrado ninguna fórmula en la cual se deduzca la forma del geoide directamente de las leyes mecánicas, de tal manera que coincida con la realidad experimentada.

3ª—Porque la gravedad deducida experimentalmente en la tierra resulta mayor de la que correspondería a un elipsoide en reposo de la figura del de Clarke o del de Hayford, de acuerdo con la ley de Newton solamente.

No creemos haber hallado una verdad. Aspiramos, sí, a que la curiosidad que despierte este asunto, haga que los demás la encuentren. Tal vez al rectificar los errores que este escrito pueda contener, nos hagan conocer una verdad para nosotros desconocida y con ello habremos tenido una gran satisfacción.

INGO. BELISARIO RUIZ WILCHES.
