Sección de Matemáticas

Como no recibimos solución a los problemas siguientes, la obtuvimos del Ingo. Alejandro Delgado T., quien los había propuesto en uno de los números anteriores de Dyna.

1º Si m y n son enteros, demostrar que el cociente $a = \dfrac{(m\,n)!}{n!(m!)^{n}}$ es entero. Generalizar para k enteros, $m, n, p, \ldots$

Solución.—La demostración está basada en la proposición conocida, de que un producto de m números enteros consecutivos es divisible por el producto de los m primeros números, o sea por $m!$ (factorial m).

En $(mn)!$ cada grupo de m términos consecutivos es divisible por $m!$ y podemos formar n grupos en $1 \times 2 \ldots m \times (m+1) \times \ldots 2m \times \ldots 3m \times \ldots mn$, luego $(mn)!$, es divisible por $(m!)^{n}$

Ahora el primer grupo $m!$ al dividirlo por factorial m, da cociente 1; el segundo grupo $(m+1)(m+2)\ldots(m+m-1)\times 2m$ podemos considerarlo hasta el término $(m+m-1)$ y tenemos $(m-1)$ términos, entonces es divisible hasta este término por $(m-1)!$ y si lo multiplicamos por el siguiente término $2m$, quedará divisible por $2m!$ y su cuociente al dividirlo por $m!$ será un múltiplo de 2. Análogamente el tercer grupo de $(2m+1)(2m+2)\ldots 3m$ será divisible por $3 \times m!$ y el cuociente al dividirlo por $m!$ será un múltiplo de 3 y así sucesivamente hasta el último grupo que será múltiplo de $n \times m!$ dando cuociente múltiplo de n al dividirlo por $m!$, luego el producto de los cuocientes será múltiplo de 2, 3, ..., **n**, o sea de $n!$ y $(mn)!$ contiene a $(m!)^{n}$ y su cuociente a $n!$ luego la expresión

$$Q = \frac{(mn)!}{n!(m!)^{n}} \text{ es entero.}$$

GENERALIZACION

$$Q = \frac{(mn)!}{n!(m!)^{n}} \text{ si } n = ph$$

tendríamos $$Q = \frac{(mph)!}{(ph)!\,(m!)^{ph}} \text{ pero}$$

$$Q_1 = \frac{(ph)!}{p!(h!)^{p}} \text{ número entero} \qquad \text{luego } QQ_1 = \frac{(mph)!}{p!(h!)^{p}\,(m!)^{ph}} \text{ número entero}$$

si $p! = (rs)!$ $QQ_1 = \dfrac{(mhrs)!}{(rs)!\ (h!)^p\ (m!)^{ph}}$ y como $\dfrac{(rs)!}{r!(s!)^r} = Q^2$ número entero.

$QQ_1Q^2 = \dfrac{(mhrs)!}{r!(s!)^r\ (h!)^{rs}\ (m!)^{srh}}$ número y así sucesivamente.

2º Si m y n son dos primos relativos enteros el cuociente

$$Q = \frac{(m+n-1)!}{m!n!}$$ es entero.

Solución.—El numerador contiene m términos y luego $(n-1)$; es divisible por $m!(n-1)!$

También contiene n términos y luego $(m-1)$ luego debe ser también divisible por $(m-1)!\ n!$ y lo será por su M. C. M., ahora:

$m!(n-1)! = (m-1)! \times (n-1)!m$

$n!(m-1)! = (m-1)! \times (n-1)!n$

y el M. C. M. será el $m.\ c.\ m.$ de m y n

multiplicando por $(m-1)! \times (n-1)!$ pero $m.\ c.\ m.$ de m y n es mn porque son primos entre sí, luego M. C. M. es igual a $(m-1)! \times (n-1)!\ mn = m!\ n!$ y el valor de Q es entero.

Solución a los Problemas de Nros. anteriores

Aritmética: 1) Encontrar un cuadrado perfecto de 4 cifras que invertidas den también un cuadrado perfecto.

2) Encontrar los números iguales al cubo de la suma de sus cifras.

3) Encontrar un múltiplo de 49 que sea compuesto exclusivamente de cifras 1.

2º Si m y n son dos primos relativos enteros el cuociente

Solución.—El numerador contiene m términos y luego $(n-1)$; es divisible por $m!(n-1)!$

NITRACION DEL TOLUENO

Se aplica el proceso de presión parcial a la nitración del tolueno, para la producción de mononitrotolueno, en un aparato destilador que sólo emplea el ácido nítrico, Se exponen las velocidades de reacción, los grados óptimos de concentración del ácido nítrico, y la proporción de tolueno respecto al ácido nítrico. El buen éxito de esta operación sugiere la posibilidad de la nitración continua del tolueno para obtener mononitrotolueno por este procedimiento, y la separación subsiguiente del nitrotolueno en forma pura. Se analizan algunas de las ventajas, tales como el mayor rendimiento del tolueno, los menos costos de calefacción, la posibilidad de menores costos de la instalación, etc., del método continuo sin emplear el ácido sulfúrico.

(Industrial and Engineering Chemistry.)