

SECCION TECNICA

El diferencialismo en la regla de cálculo

Ingo. Lucio Chiquito

M. Sc. Tech; A. M. I. S. E.

Durante los últimos 30 años el arte de la Regla de cálculo ha tenido poco o ningún cambio. Los diversos modelos corrientes, (Manhein, Reitz, Universal, etc.) sólo han presentado arreglos diferentes de las conocidas escalas ortodoxas. Sin embargo, los científicos ingleses reclaman para sí un desarrollo de fundamental importancia para la mayoría de los que usan reglas de cálculo. Los últimos modelos introducen un nuevo principio en la técnica de la regla. Científicas en su concepto, las nuevas escalas que se incorporan suministran una extensión del margen matemático y proveen un grado de precisión mayor que el que se obtiene con las escalas standard solas.

Este nuevo principio que se introduce en la técnica de la regla de cálculo se conoce con el nombre de **el diferencialismo**. Los científicos ingleses han concentrado su atención en las escalas trigonométricas algo inefectivas y poco populares de los tipos corrientes de reglas de cálculo y han creado las escalas diferenciales que hacen por completo obsoletas las escalas ortodoxas del seno y tangente normalmente aplicadas. En los tipos corrientes de regla las escalas trigonométricas arregladas en varios tramos, son sólo parcialmente efectivas y por lo general son poco apreciadas por los que usan reglas de cálculo. En las reglas logarítmicas del modelo **Log-log**, ha sido necesario sub-dividir esta escala en muchos tramos de modo que se puedan usar las escalas **B.** y **C.** Su uso, para determinados casos impone operaciones preliminares más o menos complicadas. Las escalas diferenciales eliminan estos puntos débiles los cuales se hacen notorios para aquellos que usan con frecuencia este tipo de regla de cálculo.

Tratándose de las escalas trigonométricas si se desea mantener el mismo grado de precisión de las escalas **C** y **D**, se necesita por lo menos 3 veces la longitud de éstas. Estas escalas trigonométricas las cuales normalmente no pueden colocarse en el anverso de la regla, entre las escalas **B** y **C**, han sido relegadas al reverso lo cual hace que no sean rápidamente utilizables en combinación con las otras escalas en el anverso de la regla. Para muchos, estas escalas sirven simplemente como de referencia cuando no se dispone por el momento de tablas trigonométricas y esto sucede especialmente cuando se trata de las funciones directa e inversa del seno entre 75° y 90° , valores entre los cuales las escalas trigonométricas son prácticamente inútiles.

Las escalas diferenciales trigonométricas diseñadas en relación con la escala **D** dan constantemente un máximo de precisión y están colocadas entre las escalas **B** y **C** de modo que son fácilmente utilizables en combinación con las otras

escalas del anverso de la regla. En esta forma, las escalas diferenciales que vienen a ser una extensión de las escalas ordinarias proveen no sólo la variación angular sino que el grado de precisión es consistentemente más alto. Así las escalas C y D fuera de representar los números ordinarios representan también los ángulos que como es natural se van a leer en forma decimal. Las escalas diferenciales trigonométricas suministran los divisores de corrección que se han de aplicar a la lectura de ángulos en las escalas C ó D con el objeto de obtener funciones trigonométricas correspondientes. Igualmente, las escalas diferenciales inversas suministran los divisores de corrección que deben aplicarse a los valores en la escala C para suministrar el ángulo correspondiente en la escala D.

Al observar la regla se ve que el cero de las escalas diferenciales directas está en un punto U que coincide en la escala C con la lectura 57,30 o sea $180/\pi$. Las escalas diferenciales inversas tienen el cero en un punto V que corresponde en la escala C a 0.01745 es decir a $\pi/180$.

El uso de las escalas diferenciales es por otra parte muy sencillo. Si llamamos K el cursor, dS la escala diferencial directa para el seno; diS la escala diferencial inversa para el seno, dos ejemplos sencillos ilustran el uso y la ventaja de estas escalas.

Ejemplo 1. Hallar el valor del seno de 43° .

Colóquese K en D43 y córrase dS43 debajo de K. Léase el valor del seno en la escala D con el índice CIO (o CI). Se obtiene 0.6820.

Ejemplo. 2. Determinar el ángulo cuyo seno es 0.991.

Colóquese K en D 0.991 y córrase diSO.991 debajo de K. Léase el ángulo en D con el índice CI (o CIO). Se obtiene $82,3^\circ$ o sea $82^\circ 18'$. Obsérvese que con cualquier otra regla se obtiene solamente que el ángulo está entre 80° y 85° .

ESCALAS LOGARITMICAS DIFERENCIALES DIRECTAS E INVERSAS

En el tipo corriente de regla de cálculo modelo Log-log, la práctica ha sido dividir la escala logarítmica en distintos tramos que varían de 10^5 a 2,7; de 2,7 a 1,1; de 1,1 a 1,01; de 0.999 a 0.91 y de 0.90 a 0.0001, o sea que son necesarias cinco escalas que en la regla Keuffel & Esser modelo 4080 —3 se denominan respectivamente LL3; LL2; LL1; LL0 y LL00.

En el nuevo tipo de regla logarítmica a base de escalas diferenciales, se elimina la escala uniforme de logaritmos, pues en realidad sería superflua ya que el diseño especial de la regla permite hallar rápidamente cualquier logaritmo. Hay dos escalas E1 (1,1 a 3,0) y E2 ($2,6$ a 10^5) y una extensión de éstas que es la escala diferencial logarítmica directa e inversa para valores menores de 1,1. Su colocación está hecha de tal modo que se usan en combinación con C y D y en forma tal que la posición del índice C de la reglilla indica directamente el número de cifras significativas del resultado. Esto naturalmente representa una ventaja especial para valores menores que 1,1 pues en los tipos corrientes de reglas se requiere hacer cálculos aproximados y usar las escalas logarítmicas en combinación con las escalas A y B. En esta forma, la escala diferencial sólo requiere 1/40 de la longitud adicional de escala y evita que haya que aumentar excesivamente el número de escalas logarítmicas.

CONSTRUCCION DE ESCALAS DIFERENCIALES

El principio de diseño de estas escalas es por cierto sencillo e ingenioso. Son escalas logarítmicas de $X/f(X)$ las cuales pueden usarse rápidamente como divisores de corrección en combinación con la escala logarítmica de x de modo que se elimina a x y deja solamente $f(x)$ como operador; es decir:

$$\frac{x}{x/f(x)} = f(x)$$

El modo de aplicar la escala diferencial a determinada función en la regla de cálculo es ventajoso cuando para los límites de variación de x la longitud de la escala logarítmica que se requiere para $x/f(x)$ es relativamente mucho más corta que la que se requeriría para x . Esto puede verse más claro al considerar una función especial, por ejemplo la del seno. Sea x el ángulo en grados y $f(x) = \text{sen } x$.

Para x entre 0° y 90° , $\text{sen } x$ varía de 0 a 1. Una escala logarítmica completa de $\text{sen } x$ sería infinitamente larga siendo necesario una longitud de regla para cada ciclo de cifra significativa tales por ejemplo de 0.001 a 0.01; 0.01 a 0.1 y 0.1 a 1 al que corresponden respectivamente a los ángulos $3' - 26''$ a $34' - 23''$; de $34' - 23''$ a $5^\circ - 44' - 21''$ y $5^\circ - 44' - 21''$ a 90° .

Para los ángulos correspondientes es fácil ver mediante cálculo infinitesimal que los límites de la expresión $x/\text{sen } x$ son 57.30 y 90 (1 a 1.571 en radianes) que como puede observarse fácilmente es sólo una parte del ciclo de cifra significativa y por tanto sólo se requiere una fracción de la longitud de la regla para expresarlos.

TABLA I

X	sen X	X/sen X	X/tan X
0°	0	57.30	57.30
10°	0.17365	57.59	56.72
15°	0.25882	57.96	55.99
20°	0.34202	58.48	54.94
25°	0.42262	59.15	53.61
30°	0.50000	60.00	51.95
35°	0.57358	61.02	49.98
40°	0.64279	62.23	47.68
45°	0.70711	63.64	45.00
50°	0.76604	65.27	41.96
55°	0.81915	67.14	38.51
60°	0.86603	69.28	34.64
65°	0.90631	71.72	30.31
70°	0.93969	74.49	25.48
75°	0.96593	77.64	20.09
80°	0.98481	81.23	14.11
85°	0.99619	85.32	7.44
90°	0.10000	90.00	0.

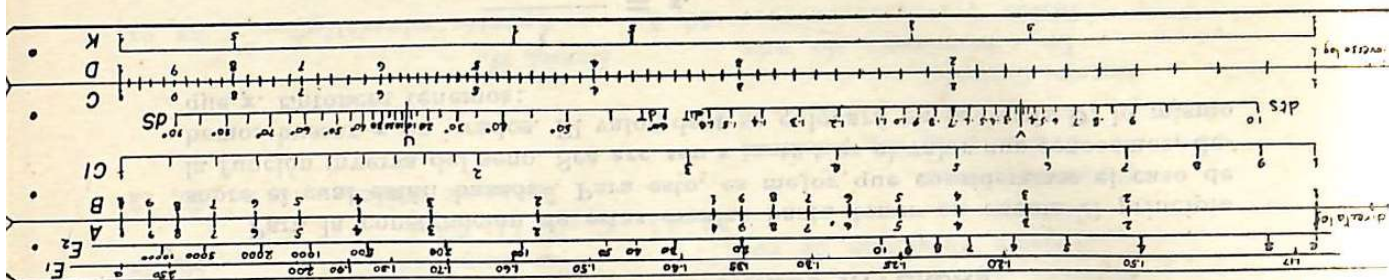


Fig 2

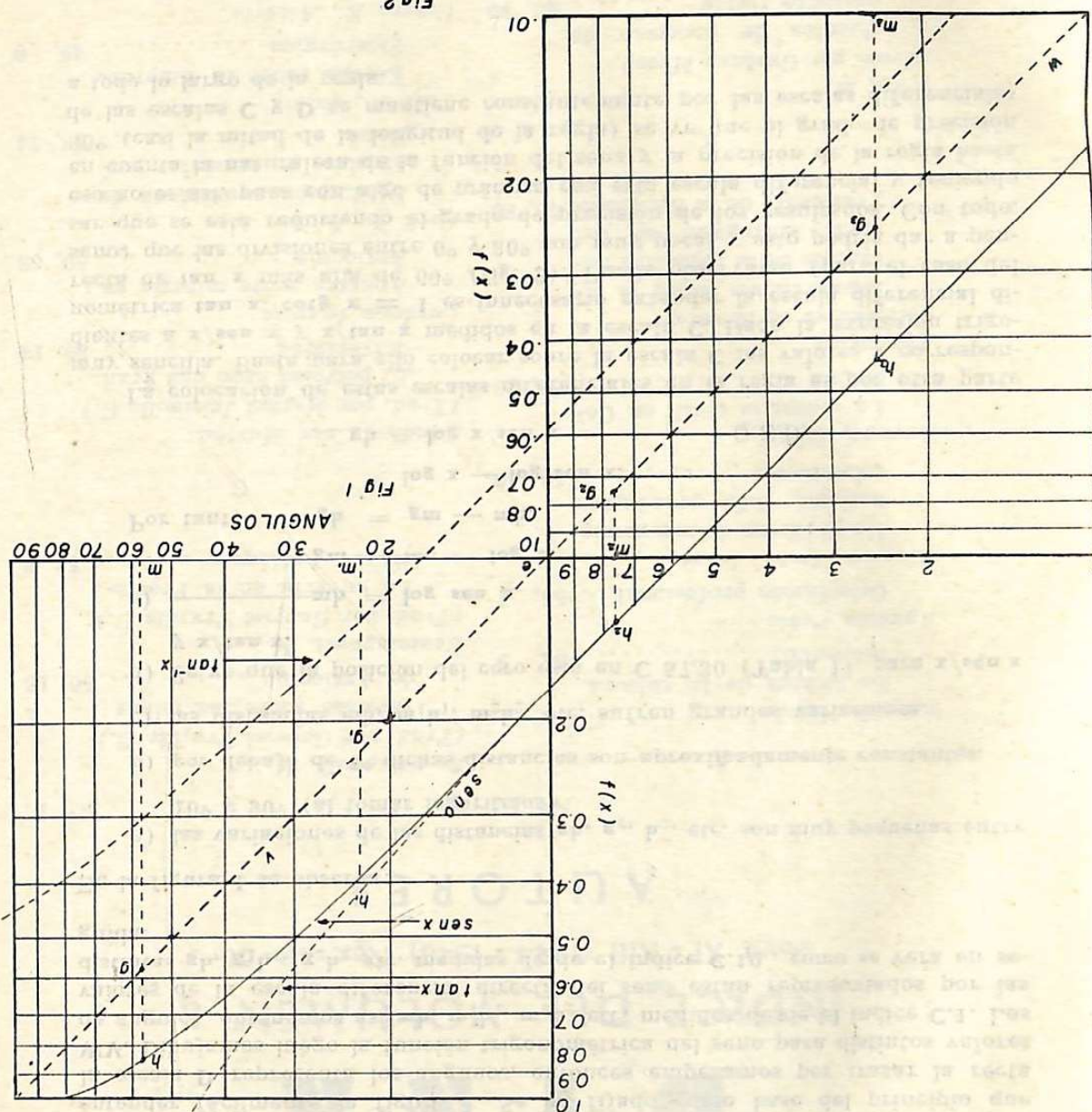


Fig 1

El diseño y naturaleza de la escala diferencial directa del seno se pueden entender fácilmente la figura 1. Se ha fijado como base del principio que la escala D representa los ángulos, entonces empezamos por trazar la recta WV. Dibujamos luego la función trigonométrica del seno para distintos valores de ángulos, obtenemos así mh , m_1h_1 , m_2h_2 etc. medidos desde el índice C.1. Los valores de la escala diferencial directa del seno están representados por las distintas gh , g_1h_1 , g_2h_2 etc. medidas desde el índice C.10., como se verá en seguida.

En la figura 1 se observa:

- a) las variaciones de las distancias gh , g_2 , h_2 , etc. son muy pequeñas entre 10° y 90° (al tomar logaritmos)
- b) por debajo de 5° dichas distancias son aproximadamente constantes.
- c) las distancias mh , m_1h_1 , m_2h_2 , etc. sufren grandes variaciones.
- d) Se ve que la posición del cero está en C 57.30 (Tabla 1). para $x/\text{sen } x$ y $x/\tan x$.

$$\begin{aligned} e) \quad \text{---}mh &= \log \text{sen } x. \\ gm &= me = \log x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Por tanto} \quad gh &= gm - mh. \\ &= \log x - \log \text{sen } x. \end{aligned}$$

$$\therefore gh = \log x / \text{sen } x \quad \text{Q.E.D.}$$

La colocación de estas escalas diferenciales en la regla es por otra parte muy sencilla. Basta para ello colotar sobre la escala C los valores x correspondientes a $x/\text{sen } x$ y $x/\tan x$ medidos en la escala C. Dada la expresión trigonométrica $\tan x \cdot \cotg x = 1$ es innecesario extender la escala diferencial directa de $\tan x$ más allá de 60° (fig. 2). Puede observarse (para el caso del seno) que las divisiones entre 0° y 30° son muy pocas y esto podría dar a pensar que se está reduciendo el grado de precisión de los resultados. Con todo, eso no es así, pues con algo de práctica con esta escala diferencial y teniendo en cuenta la naturaleza de la función del seno y la precisión de la regla hasta 30° (casi la mitad de la longitud de la regla) se ve que el grado de precisión de las escalas C y D se mantiene constantemente por las escalas diferenciales a todo lo largo de la regla.

ESCALAS DIFERENCIALES INVERSAS

Para la construcción de estas escalas basta tener en cuenta el principio sobre el cual están basadas. Para esto, es mejor que consideremos el caso de la función inversa del seno. Sea $\text{arc. sen } x = t$; t es el valor que conocemos, debemos buscar x en grados. El valor de t se colocará en la escala D, lo mismo que x . Entonces tenemos:

$$\frac{t}{t/x} = x.$$

y con el objeto de hallar el valor t/x que constituye la escala diferencial elaboramos la siguiente tabla:

TABLA II

t	X°	t/x
1.00	90.00	0.0111
0.95	71.83	0.0132
0.90	64.17	0.0140
0.85	58.17	0.0146
0.80	53.17	0.0150
0.70	44.50	0.0157
0.60	36.87	0.0163
0.50	30.00	0.0167
0.40	23.58	0.0170
0.30	17.50	0.0172
0.20	11.53	0.0174

Los valores de t/x los colocamos sobre la escala C poniendo en su lugar los correspondientes valores de x . (Fig. 2). De manera análoga se procede para construir la escala diferencial inversa de la tangente.

Las escalas diferenciales logarítmicas directa e inversa se calculan siguiendo el mismo procedimiento. Se hacen respectivamente con las funciones $\log_e (1 + x)$ y $(e^x - 1)$. Su colocación está en el extremo izquierdo, como extensiones de las escalas A y D.

Creo que en esta forma se ha esbozado brevemente el nuevo principio de "el diferencialismo en la regla de cálculo" y el cual los Ingenieros coincidirán en aceptar que es muy sencillo, altamente ingenioso y que viene a resolver una dificultad que habrán notado de seguro en el uso diario de la regla de cálculo. No dudo de que este nuevo tipo de regla, llamado P. I. C. Differential Slide Rule, modelo C N° 121 fabricado por A. G. Thornton Ltd. Manchester, Inglaterra; habrá de ser muy bien aceptado por los ingenieros y demás amantes de este maravilloso instrumento que es la regla de cálculo.