Construcción gráfica de una parábola que pase por tres puntos

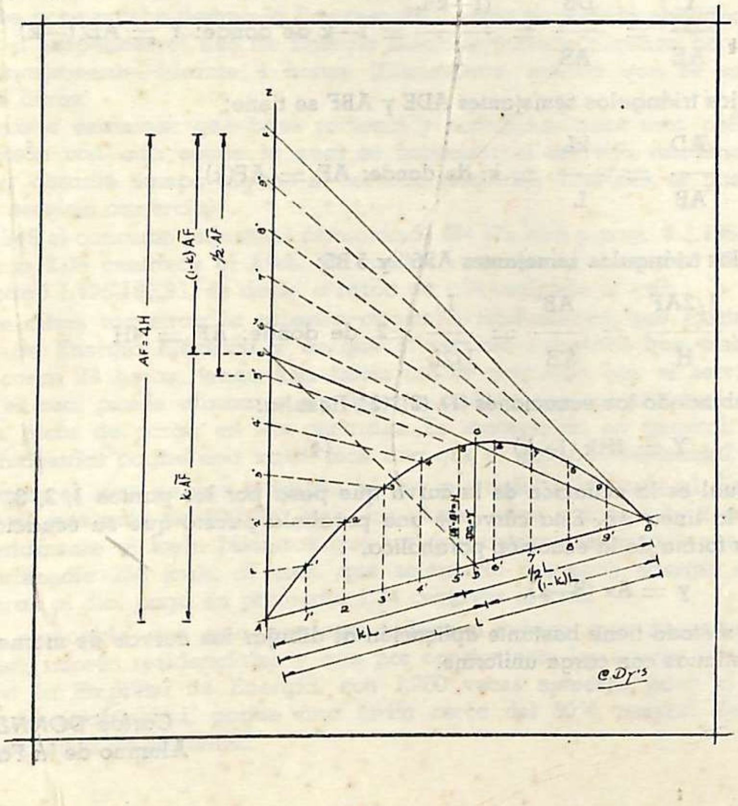
Especial para "DYNA"

La construcción de una parábola que es un proceso bastante largo si las ordenadas se deducen de una ecuación, puede hacerse gráficamente, con una apreciable economía de tiempo. La precisión depende únicamente del dibujante.

Los únicos datos son: la longitud e inclinación de la línea base, la dirección de las ordenadas respecto a esta base y el valor numérico de la ordenada de cualquier punto de la curva.

Puesto que los extremos de la línea base representan otros dos puntos de la curva, el problema se reduce sencillamente a la construcción gráfica de una parábola que pase por tres puntos y cuyas ordenadas tengan la dirección requerida.

Un ejemplo ilustrará mejor el método:



En la figura sean: A, B, C, los tres puntos fijos; AN la línea que fija la dirección de las ordenadas, es decir, las ordenadas de la parábola buscada deben ser paralelas a esta línea.

El procedimiento es el siguiente:

1º) Unanse los puntos A y B, más distanciados, para formar la línea base de la parábola.
2º) Por el punto C, trácese una paralela a AN, hasta que intersecte a AB en D.
3º) Por los puntos B y C trácese BC hasta que intersecte a AN en el punto E.
4º) Unanse los puntos D y E y trácese por B una paralela a DE, hasta que intersecte a AN en el punto F.
5º) Divídanse las líneas AB y AF en un mismo número de partes iguales. La exactitud de la curva dependerá del número de partes en que se dividan las anteriores líneas. Desde A hasta B llámense 1', 2', 3', etc., y desde A hasta F 1", 2", 3", etc.
6º) Por los puntos 1', 2', 3', etc., trácense paralelas a AN, luego únase el punto B con los puntos 1", 2", 3", etc.

La intersección de las líneas de numeración semejante llámese 1, 2, 3, etc. La sucesión de estos puntos es la parábola buscada.

La demostración es bastante simple: Por los triángulos semejantes ABE y DBC:

$$\frac{DC}{AE} = \frac{Y}{AE} = \frac{DB}{AB} = \frac{(1-k)L}{L} = 1-k \text{ de donde: } Y = AE(1-k) \qquad (1)$$

Por los triángulos semejantes ADE y ABF se tiene:

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB} = \frac{kL}{L} = k; \text{ de donde: } AE = AF(k) \qquad (2)$$

Por los triángulos semejantes AB5" y 5'B5:

$$\frac{A5''}{5'5} = \frac{1/2AF}{H} = \frac{AB}{5'B} = \frac{L}{1/2L} = 2, \text{ de donde: } AF = 4H \qquad (3)$$

Combinando las ecuaciones (1), (2), (3), Resulta:

$$Y = 4Hk\,(1-k) \qquad (4)$$

La cual es la ecuación de la curva que pasa por los puntos 1, 2, 3, etc., referida a la línea AB. Esta curva es una parábola puesto que su ecuación tiene la misma forma de la ecuación parabólica,

$$y = Ax\,(B-x).$$

Este método tiene bastante aplicación al dibujar las curvas de momentos de vigas continuas con carga uniforme.

Carlos DONNEY'S.
Alumno de la Facultad