

# NOCIONES ELEMENTALES SOBRE LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD

Sr. José M. Prada G.  
Alumno de 5º Año de Ing. Civil

542  
para  
pag. 33  
No. 79  
a 196

## INTRODUCCION — SISTEMAS INERCIALES

Sabemos que un punto del espacio queda completamente determinado cuando conocemos sus tres coordenadas  $X, Y, Z$ , con respecto a un sistema cartesiano, previamente establecido. Y vemos claramente que para fijar un hecho o fenómeno físico necesitamos además conocer el tiempo en que sucedió.

Supongamos ahora que observamos un mismo fenómeno desde un sistema inmóvil y desde un sistema dotado de movimiento rectilíneo uniforme y queremos saber por medio de qué relaciones entre las coordenadas y los tiempos podemos trasladar los resultados de nuestras observaciones de un sistema a otro.

En fig. 1,

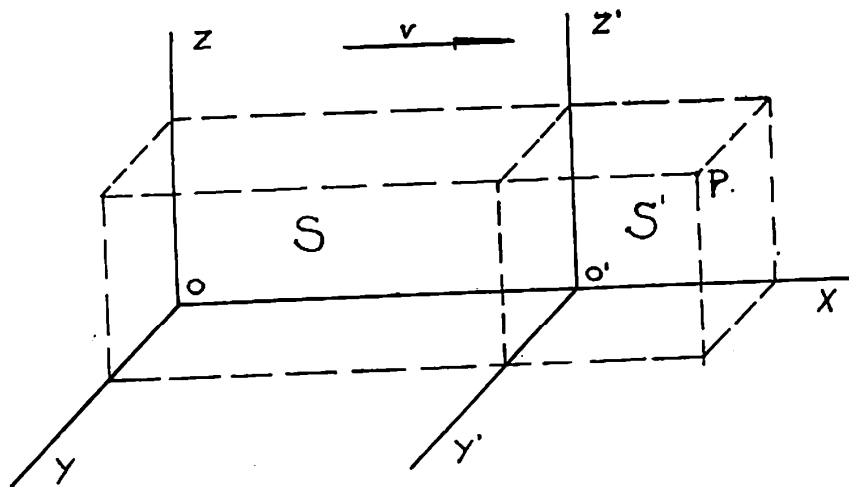


fig 1

sea  $S$  el sistema inmóvil y  $S'$  el sistema que se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme (en el sentido de la flecha). Sea  $P$  un punto en el espacio cuyas coordenadas en el sistema  $S$  sean  $X, Y, Z$ , y en el sistema  $S'$  sean:  $X' Y' Z'$ . Debido a la posición de los ejes y a que el movimiento es rectilíneo uniforme el plano  $ZY$  permanecerá siempre paralelo al plano  $Z' Y'$  y por lo

tanto  $Y = Y'$  y  $Z = Z'$  además  $X' = X - vt$  en el instante  $t$ .  
Por lo tanto pueden escribirse las relaciones:

$$\begin{array}{ll} X' = X - vt & X = X' + vt' \\ Y' = Y & Y = Y' \\ Z' = Z & Z = Z' \\ t' = t & t = t' \end{array}$$

a las que *Eistein* denominó *Grupo de Transformaciones de Galileo*.

Todos los sistemas inmóviles o móviles con movimiento rectilíneo uniforme, como los ya usados, —en los que evidentemente solo actúa la inercia—, se llama *Sistemas Inerciales o Galileanos*.

La distancia entre dos puntos, según las transformaciones anteriores no varía sea cual fuere el sistema desde el cual se mida, como puede apreciarse de lo siguiente: Si  $X_1, Y_1, Z_1$ , y  $X_2, Y_2, Z_2$ , son las coordenadas de dos puntos, en el sistema  $S$ , y  $X'_1, Y'_1, Z'_1$ ,  $X'_2, Y'_2, Z'_2$ , las coordenadas de los mismos puntos en el sistema  $S'$ , tendremos que la distancia entre ellos, según la Geometría Analítica, será:

$$\delta = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

$$\text{y } \delta' = \sqrt{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2}$$

y sustituyendo en la segunda, las relaciones de Galileo, ya deducidas, obtenemos:

$$\delta' = \sqrt{(x_1 - vt - x_2 + vt)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

$$\therefore \delta' = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

O sea  $\delta = \delta'$ . Así la distancia resulta un *Invariante* y lógicamente la forma de un cuerpo también. La aceleración, puesto que se trata de sistemas inerciales, será también un invariante, para esta clase de transformaciones.

### El principio de la relatividad en la mecánica clásica

Nos damos idea del movimiento de un cuerpo cuando su situación respecto de los objetos que lo rodean, cambia con el trascurso del tiempo. Si los objetos de referencia permanecen inmóviles, decimos que hay movimiento *absoluto* del cuerpo; pero si se mueven decimos que hay movimiento *relativo*. Todos los movimientos conocidos hasta el presente son relativos, es decir no se ha descubierto ningún punto inmóvil en el espacio.

Ya en los tiempos de Newton y Galileo se tenía el concepto de movimientos relativos y se reconocía la imposibilidad de saber por medio de fenómenos mecánicos, si se estaba en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, como lo muestra el siguiente problema conocido desde entonces: "Supóngase que una bola cae desde lo alto de un mástil sobre la cubierta de un barco, mientras este se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme. La bola alcan-



zará la cubierta al pie del mástil a la misma distancia de él que cuando se soltó? O quedará tan separada del mástil cuanto es, lo que el barco se ha desplazado en el tiempo en que la bola cae? Si esto último fuera cierto podríamos calcular la velocidad del barco. Pero lo cierto es que la bola cae guardando en cada momento una distancia al eje del mástil, igual a aquella con que se la soltó. (ya que al soltarla lleva la misma velocidad horizontal que el barco, componente horizontal que se mantiene constante en el transcurso de la caída). Así un observador situado en el barco en movimiento verá caer la bola sobre la cubierta verticalmente, es decir, exactamente lo mismo que como la vería caer si el barco estuviera quieto. De lo anterior se deduce que el fenómeno físico de la caída de la bola no sirve al pasajero del barco para saber si está quieto o en movimiento rectilíneo uniforme. Para salir de la duda tendría que observar algún punto inmóvil, V. gr. la costa.

Supongamos ahora que hay 2 barcos A y B. El barco A dotado de movimiento rectilíneo uniforme, y el barco B inmóvil. Si en el A hacemos el experimento anterior, un observador situado en él, vería caer la bola perpendicular a la cubierta, como ya se vió. Un observador situado en el barco B, ve que la bola al caer, describe una curva (Parábola), puesto que esta realiza un movimiento compuesto de uno horizontal uniforme, y otro de caída libre. Veamos que pasa si el mismo experimento lo hacemos con el barco A (inmóvil) y el barco B, dotado de movimiento uniforme. El observador de A ve caer la bola perpendicular a la cubierta, pero el observador de B, que refiere el movimiento a su propio sistema (móvil), recibe la impresión de que la bola describe, como en el caso anterior, una trayectoria curva. Se concluye que el observador situado sobre el barco B, ve siempre caer la bola en la misma forma, sea que esté quieto B y se mueva A o viceversa. O sea que del experimento de la caída de la bola no pueden los pasajeros deducir si están quietos o si se mueven. No sobra anotar que en este ejemplo los dos barcos son los dos sistemas de coordenadas que analizamos en las transformaciones de Galileo.

Hemos tratado de mostrar como le fenómeno mecánico de la caída de un cuerpo no nos capacita para saber si el sistema sobre el cual estamos situados está en reposo o se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme. Pues bien, el desarrollo de la mecánica ha llevado a reconocer, que sus leyes son exactamente iguales para un sistema en reposo o dotado de movimiento rectilíneo uniforme. Queda así justificado el siguiente principio:

*Las leyes que rigen los fenómenos de índole mecánica, permanecen invariables, tanto si el sistema de coordenadas es fijo, como si es móvil con movimiento rectilíneo uniforme.*

Que se llama principio de la relatividad en la mecánica clásica.

La consecuencia supone, por lo tanto, que las magnitudes con que trabaja la Mecánica: *Longitud, Masa, y Tiempo*, son invariantes en las transformaciones Galileanas y lógicamente sus derivadas como son: velocidad, aceleración, fuerza, trabajo, etc.



*En resumen:* Todos los sistemas de Galileo o inerciales, son equivalentes para la expresión de las leyes de índole mecánica.

### El "éter" y sus relaciones con la relatividad

Hacia fines del siglo pasado la gran mayoría de los Físicos tenían la esperanza de poder unificar todos los campos de la Física, dentro del campo de la Mecánica. Esperanza que se aumentaba con el hecho, ya conocido, de que las vibraciones acústicas eran movimientos mecánicos del aire y otros cuerpos, y los indicios de que el calor también consistía en un estado de movimiento de partículas pequeñísimas. Así como también con el reconocimiento del carácter ondulatorio de las vibraciones lumínicas y eléctricas.

Si se demostraba lo anterior, era preciso admitir que el principio mecánico de relatividad, era una ley universal. Bien pronto las investigaciones destruyeron aquella esperanza, y quedó por estudiar si el principio de relatividad era aplicable al campo de los fenómenos Optico-Eléctricos.

El hecho de que la luz se propaga no solo en el aire sino también en el vacío, y de que es un movimiento ondulatorio, ha hecho necesario reconocer la existencia de un medio en el cual se propague. A este medio hipotético se lo ha llamado "*Eter*" y se supone que llena todos los espacios siderales y que transporta las ondas lumínicas y eléctricas, así como el aire transporta las ondas sonoras. Existe también la acción de la Gravitación Universal, que aunque no se conoce nada de su estructura, sino escasamente sus efectos, parece requerir un medio para propagarse, ya que también actúa en el vacío, y la acción a distancia repugna a nuestra mente, no quedando más remedio que atribuirle su propagación también al éter. De estas razones y de muchas otras se ha presentado a muchos físicos la existencia del "*Eter*" como rayando en la certeza.

Pero, ¿qué papel juega este ente hipotético y desconocido en el desarrollo de las ideas que nos llevan hacia la relatividad Einsteiniana? Pues bien; si el éter existe pueden darse dos casos: Que sea inmóvil, es decir, que los astros se muevan dentro de él sin arrastrarlo, y sin que el éter les oponga resistencia sensible, (hasta ahora no se ha hallado retardo en ninguno de ellos por causa del éter). O que se mueva junto con los astros y sea arrastrado por ellos. Si la primera suposición es cierta, tendríamos ya el sistema inmóvil al cual podríamos referir nuestros movimientos y habría que buscar un medio de hacer exteriorizar nuestro movimiento con relación al éter supuesto fijo. Los físicos se lanzaron entonces a la búsqueda de experimentos que pusieran en evidencia el "viento de éter" llamado así por analogía con el viento producido por el aire sobre un cuerpo en movimiento en la superficie de la tierra.

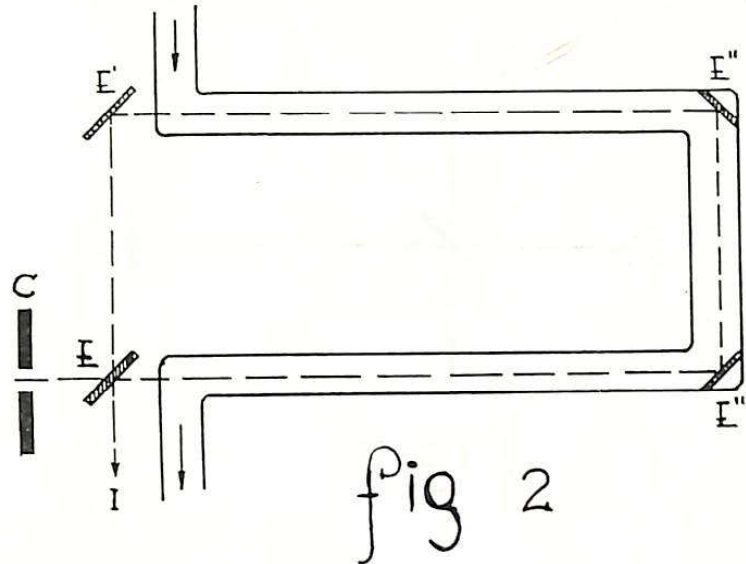
### Experimento de Fizeau

Fizeau se propuso la siguiente pregunta: el éter es arrastrado por los cuerpos celestes que se mueven en su seno, o permanece estacionario? Para con-



testarse ideó el siguiente experimento: Lanzó por C un rayo de luz que al llegar al espejo E se divide en dos:

Uno que se refleja en E luego en E', E'', E''' y llega a un interferómetro I; y el otro, atraviesa E y se refleja en E''', E'', E' y pasando por E llega también al interferómetro I.



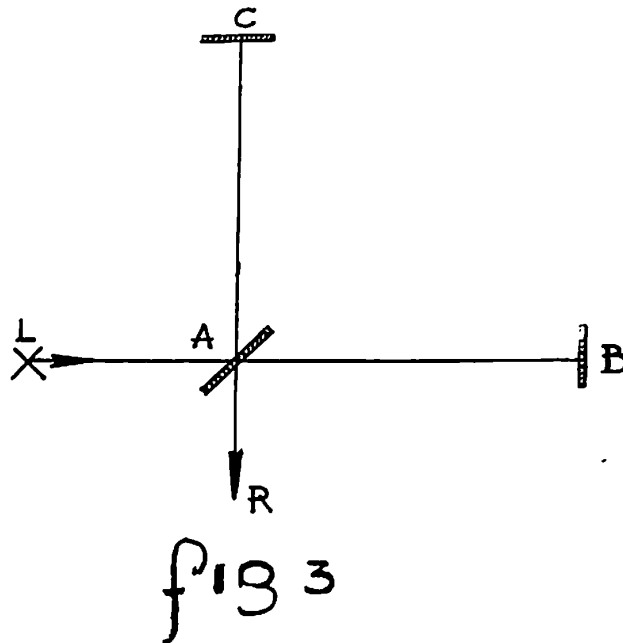
Los rayos recorren iguales distancias; entonces si el medio está quieto, los dos rayos llegan en igual tiempo al interferómetro; pero si el medio en el interior (aire, agua, aceite, . . . etc.) se mueve rápidamente en el sentido indicado en la figura 2, cabe suponer que el rayo que viaje en la misma dirección del fluido llegue antes que el que viaja en la dirección opuesta. Si el éter es arrastrado por el fluido en movimiento, las ondas que marchan en la misma dirección que éste llevarían mayor velocidad que las que marchan en sentido contrario, fenómeno que se observaría en el interferómetro en forma de desplazamiento de las franjas según la magnitud de la diferencia de velocidades.

El resultado fué: Que el "éter" no es arrastrado por el aire en su movimiento. Siendo preciso deducir que el "éter" es inmóvil y que la tierra se mueve dentro de él. Se trataba entonces de hallar un fenómeno en el que se hiciera resaltar el influjo del llamado "viento de éter" con suficiente intensidad como para que pudiera ser observado.

### El experimento de Michelson y Morley

El físico americano Michelson encontró un método para hacer sensible, si existía, el movimiento dentro del "éter". Su razonamiento fué el siguiente: Cuando escuchamos un sonido, la velocidad con que nos llega es diferente, de haber viento entre la fuente y nuestro oído, que de no haberlo. Análogamente en el caso de la luz (considerada como un movimiento ondulatorio que se propaga en el "éter"), si existe el "viento de éter", debe advertirse una diferencia en la velocidad de propagación de la luz, cuando ésta avanza en la di-

rección del movimiento de traslación de la Tierra que cuando lo hace en la dirección perpendicular a dicho movimiento.



La disposición del experimento fué la siguiente: desde un foco luminoso L (Fig. 3) se lanza un haz de rayos monocromáticos que, inciden en A sobre una lámina de cristal ligeramente plateado, que está inclinado formando un ángulo de  $45^\circ$  con relación a la dirección de los rayos. Una parte de éstos pasa a través de A, e incide sobre el espejo plano B, que la refleja sobre la lámina A. De esta es reflejada en parte sobre R.

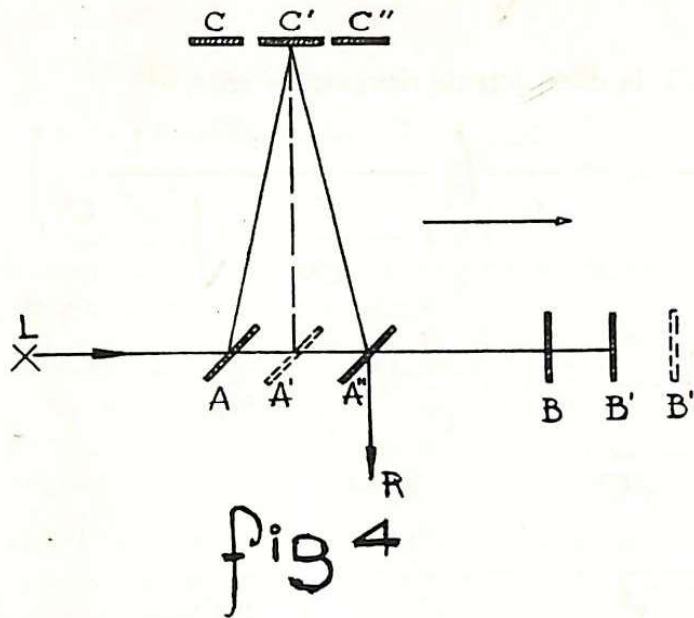
La otra porción de luz procedente de L se refleja en la lámina A y va hacia C, desde donde vuelve a A y en parte pasa hacia R.

Si el camino recorrido por los dos rayos es igual, las dos ondas llegarán a R en fase. Pero si son diferentes, éstas llegarán con una diferencia de fase a partir de la cual puede medirse la diferencia de caminos recorridos.

Es claro que si se logra colocar el aparato en tal forma que la trayectoria LAB, coincida con la dirección del movimiento de traslación de la Tierra el tiempo gastado por el rayo que la recorra es mayor que el tiempo gastado por el rayo que va en la dirección perpendicular; y por lo tanto debe esperarse un desplazamiento de las franjas. Veámoslo más claramente:

Supongamos que la distancia AB es igual a AC igual a L y que la Tierra se traslada en el espacio con una velocidad v. Entonces, mientras el rayo llega a B ya este se ha desplazado hasta B'. Si llamamos  $t'_1$  el tiempo que tarda la luz en ir de A a B', el desplazamiento será  $BB' = vt$ , y  $AB' = L' = L + vt'_1$ . Cuando la luz se devuelva de B' hacia A, esta lámina se desplaza a su encuentro y la distancia se acorta en una cantidad  $vt''_1$ , siendo  $t''_1$

el nuevo tiempo de recorrido de la luz, con lo cual, el espacio recorrido será  $A'' B'' = L'' = L - vt''_1$ . Pero resulta que ::



$$L' = C t'_1 \quad \text{y} \quad L'' = C t''_1$$

$$\therefore C t'_2 = L + v t''_1 \qquad \therefore t'_1 = \frac{L}{C - v}$$

$$\therefore C t''_1 = L - v t''_1 \qquad \therefore t''_1 = \frac{L}{C + v}$$

Siendo C la velocidad de la luz

El tiempo total será entonces:

$$t_1 = t'_1 + t''_1 = \frac{L}{C - v} + \frac{L}{C + v} = \frac{2LC}{C^2 - v^2} = \frac{2L}{C} \times \frac{1}{1 - \frac{v^2}{C^2}}$$

Para el rayo que va de A a C se tiene:

$$A C' = \sqrt{L^2 + AA'^2} = \sqrt{L^2 + (vt'_2)^2}$$

Y el tiempo que tardará la luz será:

$$t_2 = 2t'_2 = \frac{2AC'}{C} = \frac{1}{C} \sqrt{L^2 + (vt'_2)^2}$$

$$\therefore t_2 = \frac{2L}{C} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}$$

Llamando T la diferencia de tiempos se tiene:

$$T = t_1 - t_2 = \frac{2L}{C} \left( \frac{1}{1 - \frac{v^2}{C^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \right)$$

$$\text{Pero: } \frac{1}{1 - \frac{v^2}{C^2}} = 1 + \frac{v^2}{C^2} + \frac{v^4}{C^4} \dots\dots$$

$$\text{y } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} = 1 + \frac{v^2}{2C^2} + \frac{3}{4} \frac{v^4}{2! C^4} \dots\dots$$

Y como  $\frac{v^2}{C^2}$  es un quebrado pequeño (dada la magnitud de C con respecto a v),  $\frac{v^4}{C^4} \dots$  es despreciable y

$$\frac{1}{1 - \frac{v^2}{C^2}} = 1 + \frac{v^2}{C^2} \quad \text{y} \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} = 1 + \frac{v^2}{2C^2}$$

$$\therefore T = \frac{2L}{C} \left( \frac{v^2}{2C^2} \right) \quad \therefore T = \frac{L}{C} \times \frac{v^2}{C^2}$$

O sea que la diferencia de caminos será  $C \cdot T = \frac{L v^2}{C^2}$  cms. = H

Pero nos dice la óptica que por cada desfase de media longitud de onda ( $\lambda/2$ ), se desplaza una vez la franja en el interferómetro. De donde el número de desplazamiento será:

$$\frac{H}{\lambda/2} = \frac{2H}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{C^2}$$



Michelson usó en su experimento los siguientes datos:

$L = 11$  mts.  $= 1100$  cmts.  $\lambda$  la correspondiente a la línea roja del cadmio  $= 5.9 \times 10^{-5}$  cmts.  $v = 30$  kmts./seg. (Que es la velocidad de traslación calculada para la Tierra)

$Y \quad C = 300.000$  kmts./seg.

$$\therefore \frac{2L}{\lambda} \cdot \frac{v^2}{C^2} = \frac{2 \times 1100 \times (3 \times 10^6)^2}{5.9 \times 10^{-5} \times (3 \times 10^{10})^2} = 0.37$$

Esto quiere decir que era de esperarse un desplazamiento de más de un tercio de la separación entre dos líneas oscuras.

Para garantizar la mayor precisión Michelson y Morley, fijaron el aparato sobre una gran placa de piedra, la cual flotaba dentro de un gran tanque lleno de mercurio de modo que podía ser girada en cualquier dirección, moviendo solo la placa de piedra y sin sacudir ni tocar el dispositivo.

El resultado fue totalmente nulo es decir no se observó la más mínima desviación en las franjas de interferencia, aún cuando se hizo girar el aparato en todas las direcciones posibles.

De este experimento se sacan dos conclusiones: a) Que no existe el "viento de éter" y b) que la velocidad de la luz es igual, en la dirección del movimiento de la Tierra, que en la dirección perpendicular a dicho movimiento.

El resultado anterior dejó desconcertado a todo el mundo científico de esta época (1881), pues quedaba establecida una consecuencia muy importante: "Tan imposible es probar el movimiento de la tierra en el éter mediante señales luminosas, como lo fué lograrlo con medios mecánicos". Se necesitaba por lo tanto una explicación a este hecho ya que la Física Clásica no era capaz de ello. Estaba el campo abonado para la aparición de la teoría de Einstein.

### Ensayo de Interpretación de Lorentz

La primera reacción de los físicos fue de desconfianza ante la realización y resultados del experimento anterior, por eso una gran mayoría de ellos se dieron a la tarea de realizarlo por su propia cuenta poniendo el mayor esmero posible. Pero el resultado negativo persistió.

El primero que trató de hallar una interpretación para el problema fué H. A. Loretz (1895). El racionó así: Se puede seguir aceptando la inmovilidad del éter, si se supone que todas las longitudes se contraen en la dirección del movimiento en la relación de 1 a  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$ . O sea que los resultados de las experiencias de Michelson serían inteligibles si se supo-

ne que en el movimiento de los cuerpos celestes en el éter todas las medidas se acortan en la dirección del movimiento, mientras que las normales a dicho movimiento permanecen invariables.

Este acerto sería imposible demostrarlo puesto que todo aparato con el cual se quisiera evidenciarlo por estar en la Tierra se acortaría en la misma proporción, haciendo imposible la medida. Lorentz escogió la proporción

1 a  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}$  pues con ella se hacen iguales  $t_1$  y  $t_2$  en el experimento de

Michelson. Lorentz también quiso explicar desde el punto de vista físico el fenómeno de acortamiento y propuso que podía ser producido por la influencia del "viento de éter" sobre los electrones de los átomos.

### Teoría de la relatividad restringida

En el año de 1905 Albert Einstein, entonces de 26 años, propuso como una explicación al experimento de Fizeau y al de Michelson, admitiendo sus resultados como hechos sobre los cuales no cabía ninguna duda, la llamada Teoría de la relatividad restringida. Esta se basa sobre dos postulados y de ellos por lógica sucesión de ideas construye toda esa armoniosa teoría. Estos postulados son:

- 1º) *Los fenómenos físicos referidos a cualquier sistema inercial obedecen a las mismas leyes; ningún fenómeno interior permite conocer si el sistema de referencia está en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.*
- 2º) *Relativamente a todos los sistemas de inercia, la luz se propaga siempre en el vacío con la misma velocidad e independiente de si la fuente está en reposo o en movimiento.*

Analicemos la posición de Einstein:

El estado de movimiento de un sistema, vgr. la Tierra, debería mostrarse siempre por el hecho de que un fenómeno físico cualquiera se verificara diversamente, en el caso de moverse en el éter, que en el caso de estar en reposo. Pero no se ha encontrado un fenómeno ni mecánico ni óptico ni eléctrico que se verifique en distinta forma. Einstein afirma entonces: *No se encontrará nunca*, pues es una ley de la naturaleza, y así establece el primero de sus postulados que es el llamado Principio de Relatividad que más tarde, en 1915, generalizó, suprimiendo la restricción del movimiento rectilíneo uniforme.

Ahora bien: En el experimento de Michelson debería mostrarse una diferencia en la velocidad de propagación de la luz, cuando va en la misma dirección del movimiento de traslación de la Tierra que cuando va perpendicular a dicho movimiento. Pero no se ha encontrado. Einstein establece: *No se logrará jamás encontrarla*, pues la velocidad de la luz es *constante* para cualquier sistema. Llegando así al segundo postulado.



Se preguntará: Y el éter? Y Einstein responde, como el éter no puede ser a la vez arrastrado y no arrastrado (como se deduce de los experimentos de Fizeau y Michelson), es necesario concluir que no existe. Pero entonces cómo se explica la propagación de la luz? En este punto se adelanta Einstein genialmente a descubrimientos posteriores afirmando que su naturaleza debía ser corpuscular y que la constitución y movimiento de dichas partículas sería tal que provocara los fenómenos que nos hacen creer en que su naturaleza es ondulatoria. (El llamado "efecto Compton" y la teoría de los fotones han respaldado su afirmación).

Adentrémonos algo en el examen de esta teoría, cuyos fundamentos apenas hemos esbozado:

*La simultaneidad de dos sucesos.*

Es en este punto donde aparece el primer resultado nuevo de la teoría, pues Einstein cree haber hallado una laguna en nuestros principios tradicionales de medición. Veámoslo con un ejemplo:

Sea un tren que corre por un terraplén con movimiento rectilíneo uniforme. Cualquier fenómeno que suceda lo podemos referir con igual derecho al tren o al terraplén. O en términos más matemáticos, tenemos dos sistemas inerciales, siendo el terraplén el sistema fijo y el tren el sistema móvil. Se nos presenta el siguiente problema: Dos sucesos simultáneos respecto de la vía, serán también simultáneos con respecto al tren?

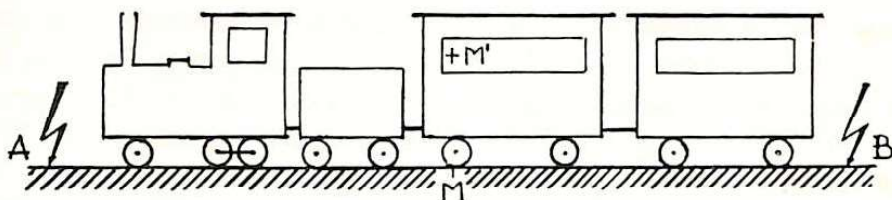


fig 5

Supongamos que los dos sucesos simultáneos respecto de la vía sean dos rayos que caen sobre ella en los puntos A y B (Fig. 5). Si un observador permanece fijo en M punto medio entre A y B sobre la vía, recibirá simultáneamente los dos rayos; pero si el observador está en M' sobre el tren que corre al encuentro del rayo luminoso B, alejándose de A, verá antes el rayo B que el A. Por lo tanto aquel cuyo sistema de referencia sea el tren en movimiento afirmará que el rayo ha caído antes en B que en A, mientras que el observador de M dirá que los dos rayos fueron simultáneos. Supongamos ahora que por cualquier circunstancia le es imposible al observador de M' ver la tierra (sistema fijo) y por consiguiente no teniendo referencia y hallán-

dose en movimiento rectilíneo uniforme no sabrá si está quieto o en movimiento como ya se dijo antes. Entonces para este observador los dos sucesos no serán simultáneos y estará incapacitado para darse cuenta de su error.

Se sigue de lo anterior que nosotros concluimos la simultaneidad de los hechos por la simultaneidad de nuestras experiencias, pero tenemos derecho a ello? Einstein sintetiza con las siguientes palabras el concepto anterior: "No hay simultaneidad absoluta sino relativa a un sistema determinado. Fenómenos simultáneos respecto de la vía no lo son respecto del tren. Por tanto a cada sistema de referencia corresponden tiempo propio y darlo carece de significado si a la vez no se da el sistema a que está referido".

Como la medida del tiempo se basa sobre la simultaneidad de un suceso con la posición de la manecilla indicadora del reloj. El tiempo no es el mismo cuando se mide a partir de dos sistemas inerciales diferentes. Es decir que el tiempo, que en la mecánica clásica considerábamos como invariante para todos los sistemas inerciales, es en realidad variable con cada sistema. Nótese que para llegar a esta conclusión no hemos empleado todavía ninguno de los postulados de la teoría de la Relatividad.

### Formulación Matemática

Siguiendo nuestra incursión en tema tan interesante expondremos sin profundizar mucho, la formulación matemática que ha servido para desarrollar la teoría.

Establezcamos dos sistemas inerciales S y S' (fig. 1). Supongamos S fijo y S' dotado de movimiento rectilíneo uniforme. Volveremos a anotar que cualquier acontecimiento, en cualquier sitio y en cualquier época en que se haya verificado, queda completamente determinado si se dan las cuatro coordenadas X, Y, Z, t con relación al sistema S o las correspondientes X', Y', Z', t' en el sistema S'.

Partamos del instante en que S y S' coinciden, o sea que el tiempo es igual entre sí, e igual a cero:  $t = t' = 0$

Según el primer postulado se tiene: A toda igualdad en que intervengan las coordenadas X, Y, Z, t junto con otras magnitudes físicas (como Q, E, V . . . etc.), que expresan un proceso natural cualquiera, con respecto a S, debe corresponder otra igualdad exactamente constituida, con las coordenadas X', Y', Z', t' y las mismas magnitudes físicas, que represente el mismo proceso natural con relación al sistema S'.

Se trata entonces de buscar que relaciones existen entre las coordenadas X, Y, Z, t y X', Y', Z', t' para que lo anterior se cumpla, y de tal manera que sea posible pasar de un sistema a otro.

$$\text{Sean: } X' = f_1 (X, Y, Z, t) \text{ y } Y' = f_2 (X, Y, Z, t)$$

$$Z' = f_3 (X, Y, Z, t) \text{ y } t' = f_4 (X, Y, Z, t)$$



Ahora bien: estas funciones tendrán que ser lineales para  $X, Y, Z, t$  (es decir no aparecer en grado distinto del primero), pues de lo contrario significaría que un mismo hecho es apreciado en distinta forma por el solo hecho de observarlo desde dos sistemas diferentes, lo cual va contra el primer postulado.

2) Ya que partimos de la condición de que cuanto  $t = 0, t' = 0$ , se sigue que a una condición  $X = Y = Z = t = 0$  corresponderá  $X' = Y' = Z' = t' = 0$ , lo cual nos indica que las funciones ya citadas no podrán tener términos independientes.

3) De la disposición adoptada para los ejes (Plano  $ZY$  paralelo a  $Z' Y'$ ), se deduce que  $Y$  no dependerá sino de  $Y'$ , y  $Z$  de  $Z'$ .

4) Debido a que estamos considerando que el sistema  $S'$  se mueve en la dirección del eje de  $X$ , conservando siempre el eje  $X'$  coincidente con  $X$ : resulta que  $X'$  no dependerá de los valores de  $Y$  y  $Z$ , y será por tanto solo una función de  $X$  y  $t$ .

Como consecuencia del análisis anterior tenemos:

$$X' = qX + pt \quad (1) \quad t' = mt + nX \quad (4)$$

$$Y' = Y \quad (2) \quad Z' = Z \quad (3)$$

Deduzcamos el valor de los coeficientes  $q$  y  $p$  en la ecuación (1).

Sea  $v$  la velocidad con que se mueve el sistema  $S'$ . Entonces  $OO'$  será en cualquier instante igual a  $vt$  y cuanto  $X' = 0$  se tendrá:

$$0 = qvt + pt \quad P = -qv$$

$$\text{y } X' = q(X - vt)$$

Para hallar a  $q$  partimos del principio de la constancia de la velocidad de la luz: Si se hace una señal luminosa en el instante  $t = 0$  y  $t' = 0$ , al cabo de un tiempo la onda se habrá propagado en una esfera de radio  $r = Ct$ , para el sistema  $S$  y de radio  $r' = Ct'$ , para el sistema  $S'$ . Esferas cuyas ecuaciones serán:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = C^2 t^2 \quad \text{y} \quad X'^2 + Y'^2 + Z'^2 = C^2 t'^2$$

y para el punto  $Y = Y' = 0$  y  $Z = Z' = 0$  se obtiene:

$$X^2 = C^2 t^2 \quad X = Ct \quad t = \frac{X}{C}$$

$$X'^2 = C^2 t'^2 \quad X' = Ct' \quad t' = \frac{X'}{C}$$

Y podemos entonces escribir:

$$X' = q(X - vt) = q\left(X - \frac{vX}{c}\right) = qX\left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (5)$$

$$X = q(X' + vt') = q\left(X' + \frac{vX'}{c}\right) = qX'\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (6)$$

Y multiplicando la (5) por la (6):

$$XX' = q^2 XX' \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \therefore q = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

Llevando el valor de  $q$  y  $p$  a la ecuación (1) obtenemos:

$$X' = \frac{X - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{y por lo tanto} \quad X = \frac{X' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Como la (2) y (3) ya están definidas, nos falta solo definir la ecuación (4).

Partamos de:  $X = q(X' + vt')$  y  $X' = q(X - vt)$

$$\therefore X = q[q(X - vt) + vt'] = q^2 X - q^2 vt + q vt'$$

$$\therefore q vt' = q^2 vt + X(1 - q^2)$$

$$\text{Pero } 1 - q^2 = -\frac{v^2}{c^2} \cdot q^2 \quad (\text{de la ecuación 7})$$

$$\therefore q vt' = q^2 vt - X \frac{v^2}{c^2} q^2$$

$$\therefore t' = q\left(t - \frac{vX}{c^2}\right)$$

Así que finalmente tenemos:

$$X' = \frac{X - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$X = \frac{X' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



$$Y' = Y$$

$$Y = Y'$$

$$Z' = Z$$

$$Z = Z'$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} X}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} X'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Las expresiones se conocen como el grupo de transformación de Lorentz. Y como para su deducción hemos usado los dos postulados fundamentales, estas relaciones contienen las condiciones bajo las cuales son compatibles. Es decir que los dos principios solo pueden coexistir en el caso en que entre las coordenadas  $X, Y, Z, t$  y  $X', Y', Z', t'$  existan las relaciones expresadas. O en forma quizá más interesante. Si el principio de relatividad y el de constancia de la velocidad de la luz, son legítimos, se sigue que deben serlo también las igualdades propuestas.

### Relatividad en la Longitud

Trátase de medir la longitud de un mismo cuerpo a partir de los dos sistemas; sea por ejemplo, que deseamos medir la longitud de una barra de hierro colocada a lo largo del eje de  $X$ . Escojamos el instante  $t' = 0$  así tenemos:

$$X = q (X' + vt') \quad \text{si } t' = 0 \quad X = q X'$$

$$\therefore X' = \frac{X}{q} = \frac{X \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1} = X \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Esto significa que: Un mismo cuerpo medido desde el sistema móvil da una longitud más corta, que medido desde el sistema en reposo. Lo cual no quiere decir que la barra se haya acortado, sino que al observador en movimiento por la misma relatividad de sus medidas, le resulta más corta. Es pues una ley de la naturaleza y no una ilusión de nuestros sentidos, ya que si la luz se propagara con velocidad infinita, no existiría la contracción mencionada. Debe quedar claro que si aceptamos los dos postulados fundamentales, tenemos que aceptar este resultado por difícil que sea de intuir, pues es una consecuencia lógica de ellos.

Cabe preguntar entonces: Posee el cuerpo diferentes longitudes? Einstein nos responde: "El cuerpo solo tiene una longitud. Las dos afirmaciones expresan únicamente cómo esta misma longitud es apreciada desde diversos puntos de vista, en movimiento. Y como que no tenemos razón alguna para se-

ñalar un punto de vista como más natural o exacto que el otro, así tampoco estamos autorizados para llamar falsa una afirmación más que la otra”.

Anotemos por último que el valor de la contracción es el mismo propuesto por Lorentz como causada por el viento de éter, con la diferencia, que la teoría einsteiniana la deduce a partir de sus principios como un modo de ser de la Naturaleza. Minkowski resume todas estas consideraciones en la siguiente frase: “La contracción no debe considerarse como una consecuencia de la resistencia del éter, sino como un presente de lo alto, como un atributo inseparable del movimiento”.

### Relatividad en las Duraciones

Si colocamos relojes perfectamente calibrados y marchando al unísono, en el sistema S, a lo largo del eje X (para mayor simplicidad). Y si en el punto origen del sistema móvil S' colocamos uno de estos relojes de tal manera que en el momento en que S coincide con S', es decir cuando  $t = t' = 0$ , esté marcando la misma hora que los relojes de S. Que marcará este reloj en el sistema S' cuando los relojes de S marquen el tiempo t? Se trata pues de buscar t', dado t y para  $X' = 0$ . Apliquemos la ecuación:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} X'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{y con } X' = 0 \quad \therefore \quad t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Que nos lleva a la conclusión de que el tiempo medido desde el sistema móvil resulta más corto que medido desde el sistema S en reposo. Es decir, que como ya se había anotado antes, la medida del tiempo también es relativa y depende del sistema desde el cual se observe.

### Conclusión

A través de este artículo, hemos tratado de presentar en la forma más clara y concisa que nos fue posible, la génesis y desarrollo de la teoría de la Relatividad. Para concluir digamos que aunque esta teoría haya tenido notorias comprobaciones, no deja de ser una teoría, susceptible en el futuro de perfeccionarse o reemplazarse por otra, a medida que las nuevas ideas y los nuevos experimentos así lo exijan. La Física, como todas las ciencias, se construye a base de teorías, que van siendo, sucesivamente, modificadas o descartadas, pero



que en todo caso aportan conceptos nuevos, o enfocan los ya existentes desde otros puntos de vista.

El influjo de la teoría de la Relatividad, ha sido muy grande y muy provechosa para la Física ya que sacudió sus mismos cimientos, al revisar los conceptos de *Longitud, Masa y Tiempo*, y creó dudas sobre cuestiones que se creían totalmente definidas.

Como ya se dijo Einstein modificó su teoría, generalizando el segundo postulado al suprimir la restricción del movimiento rectilíneo uniforme. De ahí la distinción que se ha hecho de Relatividad restringida y generalizada. El autor de este artículo se propone explicar esta última en el próximo número de esta revista.

(Continuará)

#### BIBLIOGRAFIA

- La Teoría de la Relatividad de Einstein . . . . . *P. Teodoro Wulf, S. J.*  
 Física Relativista . . . . . *Enrique Lodel*  
 Ciencia moderna y Filosofía . . . . . *José Ma. Riazza, S. J.*

## **FAJARDO-VELEZ Y CIA. LTDA.**

ARQUITECTOS - INGENIEROS - CONTRATISTAS

MEDELLIN - COLOMBIA

Diego Fajardo M.

Raúl Fajardo M.

Hernando Vélez S.

S. C. de A.

C A M A C O L

S. A. I

La Playa No. 43 - 76

Teléfonos: 28-416, 54-444  
y 55-444

Apartado Aéreo No. 1765