

Influencia de las constantes elásticas y del empernado en la convergencia de túneles y galerías de minas

Por: Alvaro Correa Arroyave*

CALCULO EN ELASTICIDAD POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

1. INTRODUCCION

Los métodos numéricos actualmente disponibles (método de los elementos finitos) permiten integrar la mayor parte de las hipótesis que tienen en cuenta el estado de tensiones, la forma de la galería, el comportamiento del terreno y de sostenimiento, en vistas a estudiar su grado de estabilidad; mas para poner en marcha estos modelos es necesario introducir un gran número de parámetros ciertos de los cuales son la mayoría de las veces muy difíciles de determinar y, como consecuencia, el modelo es muy criticado. Esta crítica es mal fundada porque numerosos parámetros de difícil determinación no tienen sino una influencia secundaria.

“La aparición del método de los elementos finitos ha abierto nuevas posibilidades al estudio del estado tensional y deformacional del continuo, particularmente cuando la heterogeneidad, geometría compleja, etc., del mismo, constituyen obstáculos insalvables para cualquier otra técnica conocida”.

Ing. Evelio Horta Mestas
Departamento Mecánica de Suelos y Cimentaciones del CIMTEC, La Habana.



Foto No. 1. Fortificación de una galería utilizando pernos.

El presente estudio es el resultado de la investigación realizada utilizando este método en la solución de un problema de mecánica de rocas cual es el de la fortificación de una galería minera.

2. EL PROGRAMA UTILIZADO. EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

A fin de tratar este problema hemos utilizado un programa de cálculo elaborado por el Laboratorio de Mecánica de Terrenos de la Escuela de Minas de Nancy y el CERCHAR-Centre d'Etudes et Recherches de Charbonnages de France: El ELFI-3F (elementos finitos a tres tipos de elementos y resolución frontal) el cual permite el estudio del comportamiento elástico de los macizos rocosos (cálculo de tensiones y deformaciones) a dos dimensiones, en régimen estático.

El programa utiliza el método de los elementos finitos. Este método, de fundamentos teóricos rigurosos, sirve para determinar el campo de tensiones y desplazamientos, conociendo los módulos elásticos de los terrenos. El método reposa en la discretización de los medios continuos y homogéneos mediante un conjunto de puntos en los cuales se ha definido previamente el comportamiento; estos puntos son los vértices de los elementos que constituyen el modelo.

La caja negra utilizada por este método es un conjunto de cálculos matriciales. Ella incluye:

- El procedimiento de modelización con la forma de la malla, la magnitud de los elementos, su forma.
- El espacio en el cual se trabaja: dos dimensiones; ya que la galería tiende hacia el infinito según la normal al plano perpendicular a la estratificación, nuestro problema lo trataremos en deformaciones planas.
- El comportamiento de los materiales: elástico.
- Las características mecánicas de los materiales (módulos de Young y coeficientes de Poisson perpendiculares y paralelos a la estratificación).
- Las condiciones en los límites.

En el caso que trataremos: problema a dos dimensiones en deformaciones planas en el seno de un macizo discontinuo, heterogéneo y ortotrópico bajo un comportamiento

* Profesor Facultad Nacional de Minas.
Doctor-Ingeniero Mecánica de Rocas
IRIGM Universidad de Grenoble.

elástico, las ecuaciones que podemos escribir, salidas de la elasticidad son:

dilatación lineal y distorsión de los vectores ortogonales solicitando la dirección O_z

$$\epsilon_z = 0 = \gamma_{xz} = \gamma_{yz}$$

dilatación lineal paralela a O_x

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma_x}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_y}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_z}{E_1}$$

dilatación lineal paralela a O_y :

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -\nu_2 \frac{\sigma_x}{E_1} + \frac{\sigma_y}{E_2} - \nu_2 \frac{\sigma_z}{E_1}$$

distorsión de los vectores ortogonales paralelos a $O_x O_y$:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

- E_1 : módulo de Young paralelo al plano de esquistosidad.
- ν_1 : coeficiente de Poisson relacionado con esta dirección.
- E_2 : módulo de Young perpendicular al plano de esquistosidad.
- ν_2 : coeficiente de Poisson relacionado con esta dirección.
- G : módulo de cizallamiento: aptitud de la roca a encajar deformaciones de cizallamiento paralelamente al plano de esquistosidad.
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: tensiones normales.
- τ_{xy} : tensión tangencial asociada al plano X, Y.
- u, v : componentes del desplazamiento de un punto de un cuerpo en las direcciones X, Y de los ejes coordenados, respectivamente.

En forma matricial y teniendo en cuenta los coeficientes de Lamé:

$$G = \mu = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}, \quad \lambda = \frac{\nu_1 E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}$$

y las relaciones

$$A = \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2)}, \quad n = E_1/E_2$$

tenemos:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1-n\nu_2^2 & \nu_2(1+\nu_1) & 0 \\ \nu_2(1+\nu_1) & \frac{1-\nu_1^2}{n} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)}{E_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

o sea:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (1)$$

$\{\sigma\}$: matriz columna de las tensiones.

$\{\epsilon\}$: matriz columna de las deformaciones

$[D]$: matriz cuadrada de elasticidad del medio cuyos términos no dependen sino de los módulos de elasticidad, Poisson y cizallamiento.

Estas relaciones tensión-deformación se utilizan directamente en las ecuaciones del equilibrio (deducidas del equilibrio de un cuerpo sometido a un conjunto de esfuerzos). En nuestro caso estas ecuaciones de equilibrio son:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = P_x^{(*)}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = P_y$$

P_x, P_y : representan el conjunto de los esfuerzos por unidad de volumen.

Puesto que en la deducción de estas ecuaciones no se han utilizado las propiedades mecánicas del material, esto significa que ellas son aplicables tanto a un material elástico como a uno plástico o viscoelástico.

También es importante notar que no existen suficientes ecuaciones de equilibrio para determinar las tensiones desconocidas. Así, para nuestro caso bidimensional, en las dos ecuaciones anteriores, tenemos tres tensiones desconocidas: $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$. Por consiguiente en el análisis de tensión todos los problemas son estáticamente indeterminados interiormente. En la mecánica de sólidos tal indeterminación se elimina introduciendo suposiciones adecuadas lo cual equivale a tener ecuaciones adicionales.

El método de los elementos finitos permite describir el medio estudiado como un reagrupamiento de elementos separados (en el seno de los cuales la escritura de las leyes de comportamiento es simple) ensamblados respetando las anteriores ecuaciones de equilibrio.

El principio utilizado es entonces: conocidos los desplazamientos en un cierto número de puntos del medio (llamados nudos), se extiende este conocimiento al conjunto del medio gracias a la función de ponderación.

En el caso del programa ELFI-3 F, la función de ponderación es cuadrática; luego debemos disponer de seis nudos

* Ver Ing. Gabriel García M.

"Elementos Matemáticos de la Mecánica de Rocas".

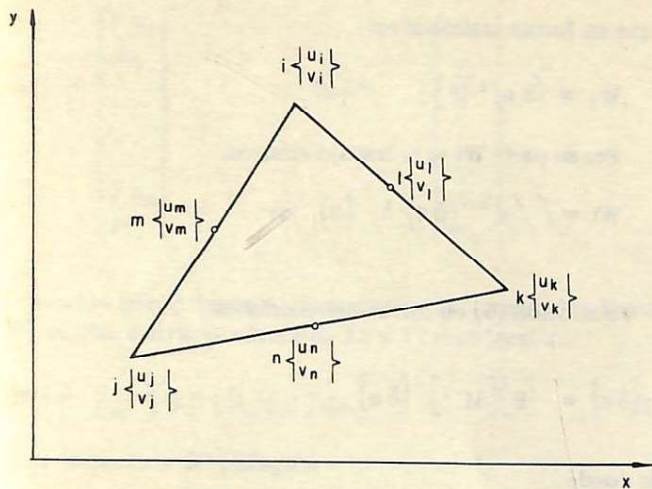


Figura 1. Definición de los triángulos utilizados en el cálculo.

por triángulo, lo cual se hace introduciendo nudos en las mitades de los lados, como se ve en la Figura 1.

Esta función permite una relación más fina y una ganancia de triángulos lo que se traduce en una reducción del número de nudos y por consiguiente de tiempo de cálculo.

Los desplazamientos se determinan mediante las relaciones:

$$u_{X,Y} = A_0 + A_1 X + A_2 Y + A_3 X^2 + A_4 Y^2 + A_5 XY$$

$$v_{X,Y} = B_0 + B_1 X + B_2 Y + B_3 X^2 + B_4 Y^2 + B_5 XY$$

Se obtienen de esta forma doce ecuaciones para los desplazamientos y doce coeficientes. Para conocer el desplazamiento en un punto cualquiera del triángulo, es necesario conocer $A_0, A_1, \dots, B_0, B_1, \dots$, lo que es posible conociendo los desplazamientos en los nudos.

Este sistema tiene una solución única sí y solo sí el determinante es no nulo. Ahora bien, el determinante de este sistema es igual a la norma del producto vectorial de los vectores $(ij \wedge ik)$ o sea al doble de la superficie del triángulo. Si el triángulo tiene una superficie no nula, el sistema admite pues una solución.

Estos desplazamientos pueden escribirse bajo la forma matricial:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_i & Y_i & X_i^2 & Y_i^2 & X_i & Y_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_i & Y_i & X_i^2 & Y_i^2 & X_i Y_i & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_n & Y_n & X_n^2 & Y_n^2 & X_n & Y_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X_n & Y_n & X_n^2 & Y_n^2 & X_n Y_n & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ B_4 \\ B_5 \end{bmatrix}$$

o sea:

$$\{u\} = [M] \{A\} \quad (2)$$

Este sistema permite la determinación de A mediante la relación:

$$[M^{-1}] \{u\} = [M^{-1}] [M] \{A\}$$

$$[M^{-1}] \{u\} = \{A\} \quad (3) \text{ ya que } [M^{-1}] [M] = [I] \quad (*)$$

Por derivación directa de u y v respecto a X y a Y hallamos que:

$$\frac{\partial u}{\partial X} = \epsilon_X = A_1 + 2A_3 X + A_5 Y$$

$$\frac{\partial v}{\partial Y} = \epsilon_Y = B_2 + 2B_4 Y + B_5 X$$

$$\frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} = \gamma_{XY} = (A_5 + 2B_3) X + (B_5 + 2A_4) Y + (A_2 + B_1)$$

Las deformaciones son libres. Las tensiones en este caso no continúan siendo constantes sino que presentan una forma lineal en X y en Y .

En forma matricial las expresiones anteriores para las deformaciones son:

$$\{\epsilon\} = [B] \{A\} \quad (4)$$

ó mejor aún:

$$\{\epsilon\} = [B] [M^{-1}] \{u\} \quad (5)$$

La que llevada a la expresión (1) nos da:

$$\{\sigma\} = [D] [B] [M^{-1}] \{u\} \quad (6)$$

donde:

$[B]$: matriz cuadrada de los coeficientes de las deformaciones.

$[M]$: matriz cuadrada de los coeficientes de los desplazamientos.

$[M^{-1}]$: matriz inversa de $[M]$

$\{u\}$: matriz columna de los desplazamientos.

En esta forma obtenemos las tensiones en todo punto de la estructura a partir de los desplazamientos de los nudos. Ahora, para calcular estos desplazamientos es necesario

* $[I]$: matriz identidad

relacionar las reacciones de la estructura a las solicitaciones externas, es decir, a las fuerzas exteriores aplicadas en esos nudos; estas fuerzas provienen, para nuestro caso, de la gravedad, y se traducen en fuerzas puntuales correctamente repartidas, aplicadas en los nudos de la estructura. Esta repartición se hace teniendo en cuenta las propiedades de la función de ponderación.

El programa prevé que la dimensión de los elementos en la dirección Z es igual a la unidad (1 cm para las fuerzas en Kgf); las tensiones son, entonces, esfuerzos por unidad de superficie. Las tensiones en los lados del triángulo se convierten en esfuerzos aplicados en los nudos.

El nudo está en equilibrio si la resultante de los esfuerzos aplicados es igual a la fuerza exterior. En cada nudo los esfuerzos según los ejes X y Y puede descomponerse como se muestra en la Figura 2.

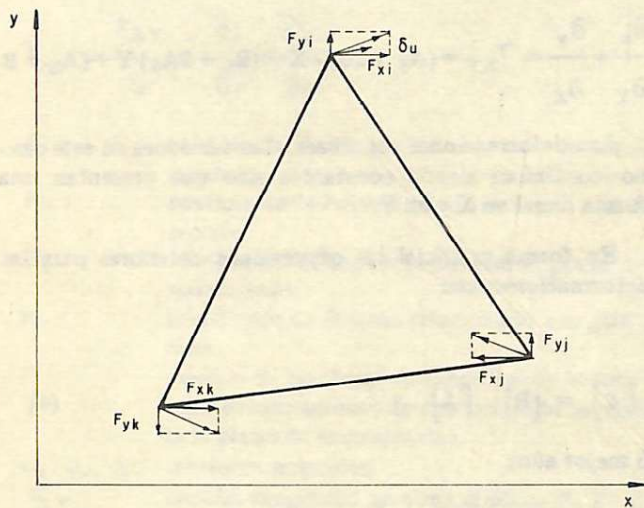


Figura 2. Teoremas del trabajo virtual

La relación entre los esfuerzos y los desplazamientos se hace mediante la utilización del teorema del trabajo virtual, el que, por su importancia, trataremos a continuación:

TEOREMA DEL TRABAJO VIRTUAL

Si se impone en un nudo un desplazamiento cualquiera (δu) el trabajo de las fuerzas exteriores debe ser igual al trabajo de los esfuerzos en el elemento (para que haya conservación de la energía).

$$\text{Sea } W_e = W_i \quad (7)$$

W_e : es igual al producto del desplazamiento de cada punto multiplicado por la fuerza que lo produjo.

$$W_2 = \delta u_i F_{X_i} + \delta v_i F_{Y_i} + \dots + \delta u_n F_{X_n} + \delta v_n F_{Y_n}$$

que en forma matricial es:

$$W_2 = \{\delta u\}^t \{F\} \quad (8)$$

Por su parte W_i es el trabajo elástico,

$$W_i = \iiint_v \{\delta \epsilon\}^t \{\sigma\} dv \quad (9)$$

La relación (5) en forma diferencial es:

$$\{\delta \epsilon\} = [B][M^{-1}] \{\delta u\} \quad (10)$$

de donde:

$$\{\delta \epsilon\}^t = \{\delta u\}^t [M^{-1}]^t [B]^t \quad (11)$$

Llevando (11) y (6) a (9):

$$W_i = \iiint_v \{\delta u\}^t [M^{-1}]^t [B]^t [A][B][M^{-1}]\{u\} dv \quad (12)$$

Por su parte las expresiones (7), (8) y (12) nos conducen a:

$$\{\delta u\}^t \{F\} = \{\delta u\}^t \iiint_v [M^{-1}]^t [B]^t [A][B][M^{-1}]\{u\} dv \quad (13)$$

de donde:

$$\{F\} = \iiint_v [M^{-1}]^t [B]^t [A][B][M^{-1}]\{u\} dv \quad (14)$$

El término:

$$[K] = \iiint_v [M^{-1}]^t [B]^t [A][B][M^{-1}] dv$$

es constante en un triángulo y se conoce como la matriz de rigidez de ese triángulo.

La expresión (14) se convierte entonces en la:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (15)$$

de donde se desprende que:

$$\{u\} = [K^{-1}]\{F\} \quad (16)$$

En esta expresión,

$\{F\}$: vector de las fuerzas aplicadas en los nudos.
 $\{u\}$: vector de los desplazamientos de esos nudos.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F u_i \\ F v_i \\ \cdot \\ \cdot \\ F u_n \\ F v_n \end{Bmatrix} \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

Para los triángulos con seis nudos en deformaciones planas $[K]$ es una matriz cuadrada de 12×12 y es igual a:

$$[K] = \int_A [B]^t [D] [B] dA \quad (17)$$

A: superficie del triángulo

En el caso del programa utilizado (ELFI-3F) los esfuerzos resultantes de la aplicación de una presión sobre un lado de un triángulo se reparten así; $1/6$ en cada nudo vértice y $2/3$ en el nudo mitad.

El ensamble de todos los triángulos permite almacenar en $\{F\}$ sólo las fuerzas exteriores aplicadas; en $[K]$ se tendrá la suma de todas las matrices de rigidez de los triángulos; $\{u\}$ es entonces el vector de todos los desplazamientos de los nudos. Conociendo $\{F\}$, merced a las condiciones en los límites, y $[K]$, gracias al cálculo de la rigidez de los triángulos, la determinación de $\{u\}$ se convierte en la solución de un sistema de $2n$ ecuaciones con $2n$ incógnitas; siendo n el número de nudos de la estructura (2 porque se tienen 2 componentes por nudo).

Una vez resuelto el sistema $[K] \{u\} = \{F\}$, y, entonces, cuando se conoce $\{u\}$, es fácil calcular las tensiones correspondientes mediante la ecuación.

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} = [D] [B] \{u\}$$

Para la inversión de la matriz $[K]$, la que nos permite expresar $\{u\} = [K^{-1}] \{F\}$, el programa utiliza el método frontal el cual se apoya en el método de Gauss de resolución de un sistema lineal; se asiste aquí a una triangulación del sistema y no a una eliminación completa.

3. LA MALLA

La malla concebida da cuenta de una sección perpendicular a la galería y a la dirección de los estratos. Esta malla está constituida, en realidad, de dos mallas: la una rectangular de 112,0 m de alto y 82,5 m de ancho la que contiene a su vez, en el centro, una segunda malla en forma de araña donde está situada la galería. Es al seno de esta segunda malla donde concentraremos nuestra atención; su profundidad es de 2,2 m. (Ver Figuras 3 y 4).

La malla está constituida por 480 triángulos para un total de 1.024 nudos. Para facilidad del cálculo se hizo una rotación de 60° con relación al eje de las X, inclinación que corresponde a la pendiente de los estratos.

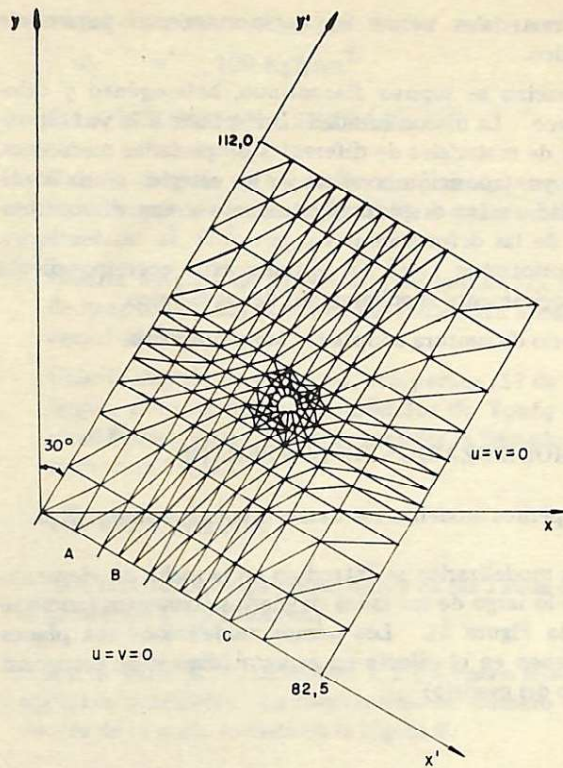


Figura 3. Gran malla utilizada. Condiciones impuestas al modelo.

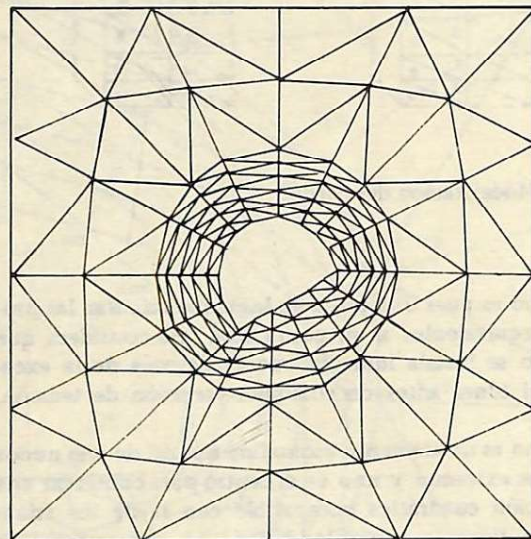


Figura 4. Malla araña para el estudio de la galería.

4. HIPOTESIS DE LOS CALCULOS

Las hipótesis fundamentales son:

- galería excavada en terreno homogéneo.
- pequeñas deformaciones. Deformaciones planas.

- los materiales tienen un comportamiento puramente elástico.
- el macizo se supuso discontinuo, heterogéneo y ortotrópico. La discontinuidad corresponde a la yuxtaposición de materiales de diferentes propiedades mecánicas. Esta yuxtaposición conduce en los cálculos a una continuidad en los desplazamientos pero a una discontinuidad de las deformaciones y por ende de las tensiones. La ortotropía es la del sistema axial correspondiente geológicamente al apilamiento de los estratos.
- criterio de ruptura adoptado: Mohr-coulomb.

5. MODELIZACION DE LOS PERNOS

Los pernos modelizados tienen una longitud de 1,8 m.

Para modelizarlos se introdujo en la malla un elemento lineal a lo largo de los lados de ciertos elementos (como se ve en la Figura 5). Los pernos modelizados son planos pero tienen en el cálculo un espesor (dimensión ortogonal al plano del modelo).

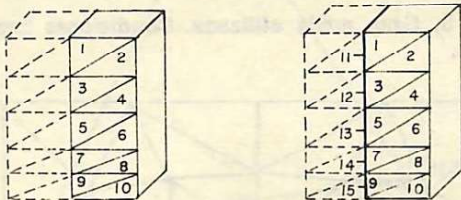


Figura 5. Modelización del perno.

El perno es pues una placa en la cual se calculan las propiedades equivalentes a un perno real. Se considera que este perno se instala inmediatamente después de la excavación del túnel antes de cualquier variación de tensión.

El perno es un elemento monodimensional de tres nudos (dos en los extremos y uno en el centro para conservar una aproximación cuadrática compatible con la de los triángulos) que tiene la particularidad de no ejercer reacción sino a desplazamientos paralelos al él mismo: sólo se toma en cuenta, en este elemento, la componente del desplazamiento de los nudos paralelo a la dirección del perno. Así, este tipo de elementos no reacciona a un desplazamiento perpendicular a su dirección.

En el programa de la definición del perno se hace mediante su rigidez longitudinal y su resistencia a la tracción.

- Rigidez. Tiene las dimensiones de una fuerza; expresa la fuerza que hay que aplicar al perno para obtener un alargamiento de 100% esta fuerza está relacionada con el es-

pesor del modelo (igual a la unidad de longitud: 1 cm). Su magnitud se determina en la práctica mediante la expresión:

$$\text{Rigidez} = E m \cdot A \cdot \frac{nb}{l}$$

donde:

Em: módulo elástico del material que constituye la barra del perno.

A: sección real del perno

nb: número de pernos por una longitud l de galería.

l: se expresa en la unidad de longitud del modelo (100 cm).

- Resistencia a la tracción. Se trata de la fuerza de tracción que es capaz de resistir el perno; esta fuerza está, igual que la rigidez, relacionada con el espesor del modelo.

Se determina mediante la relación:

$$R_t = F \cdot \frac{nb}{l}$$

donde:

F: fuerza soportada por cada perno.

6. LOS DATOS

El objetivo perseguido es analizar la influencia de las propiedades mecánicas del macizo (variación del módulo de Young de 1 a 2) y la presencia o no de pernos, sobre la estabilidad del túnel. A fin de analizar estos parámetros se han modelizado estratos poco resistentes.

6.1. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

El macizo modelizado está constituido de tres tipos de materiales; el espesor de estos estratos se dió en la Figura 3.

TABLA 1
Constantes elásticas

| Material | $E_1, \text{Kgf/cm}^2$ | $E_2, \text{Kgf/cm}^2$ | ν_1 | ν_2 |
|------------|------------------------|------------------------|---------|---------|
| A Arenisca | 55.000** | 50.000* | 0,08 | 0,11 |
| B Carbón | 10.000 | 10.000 | 0,15 | 0,15 |
| C Arenisca | 55.000** | 50.000* | 0,08 | 0,11 |

(*) Estos valores se convierten en 100.000 Kg/cm² en la tercera opción.

(**) Estos valores se convierten en 110.000 Kg/cm² en la tercera opción.

TABLA 2
Curvas intrínsecas

Coordenadas de los puntos

| | | P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | P ₅ | P ₆ | P ₇ |
|----------|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Arenisca | X | -12,00 | -6,00 | 0,00 | 22,00 | 55,00 | 100,00 | 220,00 |
| | Y | 0,00 | 18,57 | 26,26 | 44,21 | 62,05 | 83,74 | 115,50 |
| Carbón | X | -0,50 | -0,25 | 0,00 | 1,00 | 2,50 | 5,00 | 10,00 |
| | Y | 0,00 | 0,82 | 1,16 | 2,01 | 2,84 | 3,84 | 5,51 |
| Arenisca | X | -12,00 | -6,00 | 0,00 | 22,00 | 55,00 | 110,00 | 220,00 |
| | Y | 0,00 | 18,57 | 26,26 | 44,21 | 62,05 | 83,74 | 115,50 |

6.2 MODELIZACION DE LOS PERNOS

Estos son modelizados como teniendo una rigidez de 555.555 kgf y una resistencia a la tracción de 170 kgf.

6.3 CONDICIONES EN LOS LIMITES

- Se bloquean los desplazamientos μ y v en las márgenes inferior e izquierda del modelo.
- Se suponen tensiones litostáticas de:

$$\sigma_x = \sigma_z = 50 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\sigma_y = 100 \text{ Kgf/cm}^2$$

6.4 OPCIONES ANALIZADAS

- Galería después de excavada, sin pernos, y cuyos materiales responden a las características dadas en las Tablas 1 y 2.
- Galería después de excavada, con pernos (11 de 1,8 m de longitud), y cuyos materiales responden a esas mismas características.
- Galería después de excavada, con pernos (11 de 1,8 m de largo), pero en donde los módulos de Young han sido modificados como lo da a entender la llamada de atención en la Tabla 1.

6.5 RESULTADOS

Los resultados están consignados en las Tablas 3 y 4 que se presentan a continuación.

En la Tabla 3, los numerales 1, 2 y 3 hacen relación a las opciones analizadas. La localización del número del nudo dentro de la malla es dada en la Figura 6.

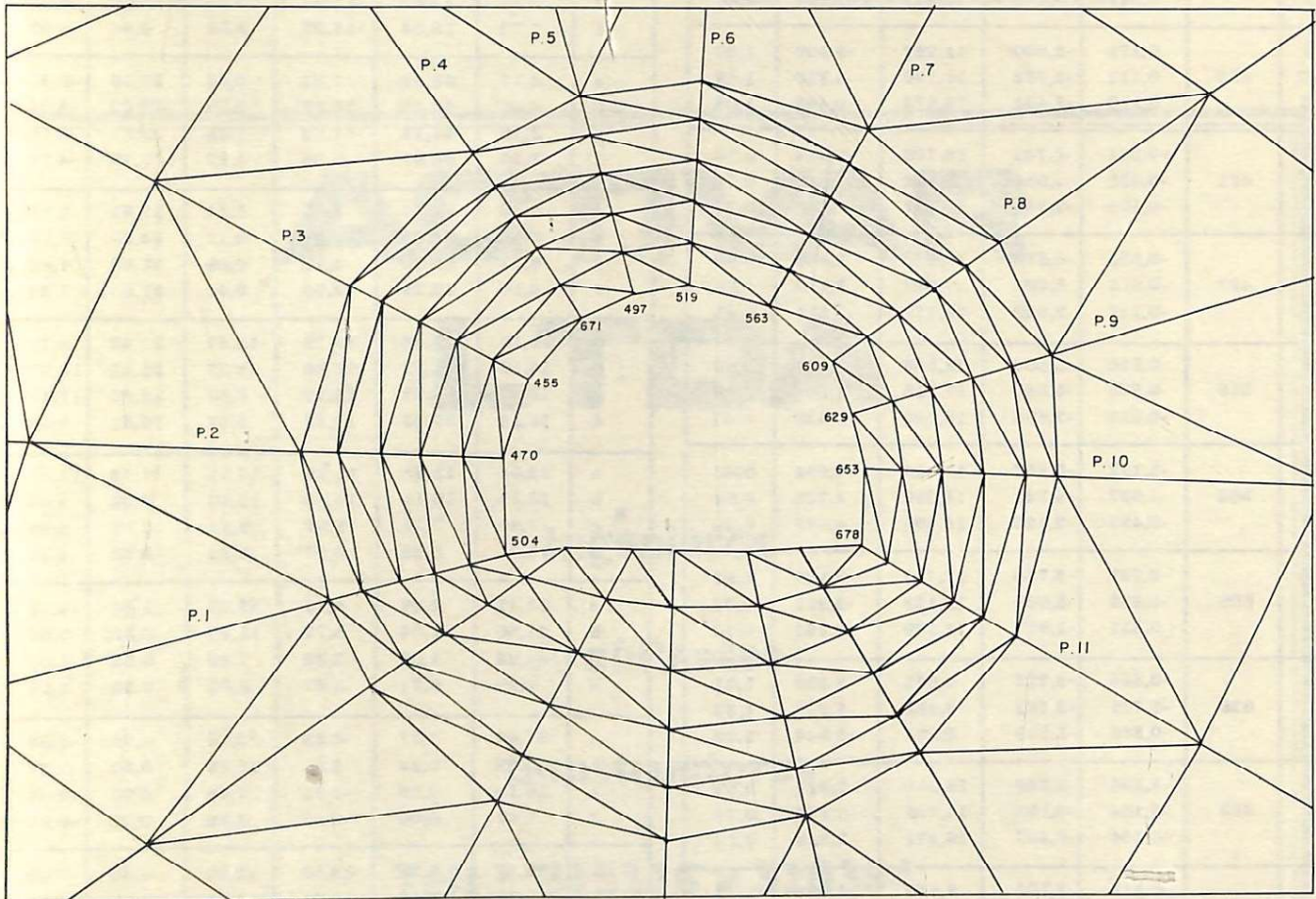


Figura 6. Malla araña para determinar el desplazamiento de los nudos en la periferia de la galería y hasta una profundidad de 2,2 mts. , Esc. 1:55

En la Tabla 4 se analizan las tensiones a las cuales están sometidos los pernos. La localización de éstos en la malla se muestra igualmente en la Figura 6. a, b, c y d están relacionadas con la misma profundidad a la cual se hicieron las medidas.

- a = 0,45 m
- b = 0,90 m
- c = 1,35 m
- d = 1,80 m

TABLA 3
Tensiones y desplazamientos encontrados

| Número de Nudo | Desplazamiento horizontal | Desplazamiento vertical | Tensión mayor σ_{max} , MPa | Tensión menor σ_{min} , MPa | Coef. de estabilidad AK | |
|----------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------|------|
| 1 | | 0,008 | 1,899 | 8,873 | 1,28 | |
| 2 | 504 | -0,009 | 1,905 | 8,944 | 1,28 | |
| 3 | | 0,026 | 0,912 | 8,877 | 1,28 | |
| 1 | | 1,093 | -0,628 | 11,314 | -1,037 | 1,03 |
| 2 | 470 | 0,973 | -0,594 | 10,627 | -1,166 | 1,10 |
| 3 | | 0,547 | 0,356 | 10,927 | -1,195 | 1,07 |
| 1 | | 0,171 | -2,800 | 11,292 | -5,609 | 1,02 |
| 2 | 455 | 0,111 | -2,732 | 10,190 | -5,320 | 1,13 |
| 3 | | 0,110 | -1,441 | 10,672 | -5,493 | 1,08 |
| 1 | | -0,264 | -4,740 | 16,706 | -1,964 | 0,70 |
| 2 | 471 | -0,331 | -4,555 | 15,802 | -1,715 | 0,74 |
| 3 | | -0,105 | -2,385 | 16,201 | -1,817 | 0,72 |
| 1 | | -0,555 | -5,678 | 18,855 | 2,858 | 0,62 |
| 2 | 497 | -0,613 | 5,401 | 17,667 | 2,754 | 0,66 |
| 3 | | -0,247 | 2,829 | 18,172 | 2,811 | 0,65 |
| 1 | | 0,924 | -5,804 | 18,546 | 1,466 | 0,63 |
| 2 | 519 | -0,933 | -5,545 | 17,715 | 1,506 | 0,66 |
| 3 | | -0,419 | -2,895 | 18,080 | 1,458 | 0,65 |
| 1 | | -1,122 | -5,457 | 18,559 | 4,693 | 0,63 |
| 2 | 563 | -1,027 | -5,241 | 18,290 | 4,736 | 0,64 |
| 3 | | -0,493 | -2,726 | 18,405 | 4,635 | 0,64 |
| 1 | | -0,797 | -3,788 | 12,743 | -3,127 | 0,91 |
| 2 | 609 | -0,688 | -3,699 | 12,139 | -2,999 | 0,96 |
| 3 | | 0,331 | -1,917 | 12,389 | -3,161 | 0,94 |
| 1 | | -0,864 | -2,225 | 8,845 | -3,323 | 1,31 |
| 2 | 629 | -0,749 | -2,183 | 8,388 | -3,212 | 1,38 |
| 3 | | -0,366 | -1,143 | 8,574 | -3,344 | 1,35 |
| 1 | | -1,254 | -0,740 | 16,950 | 2,817 | 0,69 |
| 2 | 653 | -1,104 | -0,735 | 15,766 | -2,843 | 0,74 |
| 3 | | -0,554 | -0,407 | 16,277 | -2,898 | 0,72 |
| 1 | | -0,213 | 1,703 | 9,638 | -15,926 | 1,17 |
| 2 | 678 | -0,168 | 1,680 | 9,029 | -15,935 | 1,24 |
| 3 | | -0,066 | 0,812 | 9,280 | -15,951 | 1,21 |

TABLA 4
Tensiones en los pernos para macizos cuyos módulos de Young se modifican en un 100%

| Número de Perno | OPCION 2 | | | OPCION 3 | | | |
|-----------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|---------------------|-------------------|--------|
| | σ_x , MPa | σ_y , MPa | τ_{xy} , MPa | σ_y , MPa | σ_{xy} , MPa | τ_{xy} , MPa | |
| 1 | a | 7,94 | 0,42 | 1,82 | 4,13 | 0,21 | 0,95 |
| | b | 8,82 | 0,46 | 2,03 | 4,54 | 0,24 | 1,04 |
| | c | 9,16 | 0,48 | 2,10 | 4,71 | 0,24 | 1,08 |
| | d | 8,04 | 0,42 | 1,85 | 4,07 | 0,21 | 0,93 |
| 2 | a | 54,37 | 0,35 | -4,36 | 29,88 | 0,19 | -2,40 |
| | b | 37,26 | 0,24 | -2,99 | 19,70 | 0,12 | -1,58 |
| | c | 21,19 | 0,13 | -1,70 | 10,86 | 0,07 | -0,87 |
| | d | 12,14 | 0,07 | -0,97 | 6,06 | 0,03 | -0,48 |
| 3 | a | 29,48 | 9,83 | -17,02 | 16,17 | 5,39 | -9,33 |
| | b | 17,64 | 5,83 | -10,18 | 9,15 | 3,05 | -5,28 |
| | c | 11,77 | 3,92 | -6,79 | 6,00 | 2,00 | -3,46 |
| | d | 8,46 | 2,82 | -4,88 | 4,25 | 1,42 | -2,45 |
| 4 | a | 17,50 | 41,98 | -27,11 | 9,67 | 21,19 | -14,97 |
| | b | 13,13 | 31,49 | -20,33 | 6,94 | 16,64 | -10,75 |
| | c | 9,97 | 23,92 | -15,45 | 5,17 | 12,40 | -8,01 |
| | d | 7,73 | 18,54 | -11,97 | 3,93 | 0,44 | -6,09 |
| 5 | a | 4,77 | 66,49 | -17,82 | 2,66 | 37,16 | -9,95 |
| | b | 4,05 | 56,45 | -15,12 | 2,15 | 30,02 | -8,04 |
| | c | 3,16 | 44,12 | -11,82 | 1,65 | 22,97 | -6,15 |
| | d | 2,50 | 34,91 | -9,35 | 1,27 | 17,78 | -4,76 |
| 6 | a | 0,26 | 72,27 | 4,35 | 0,14 | 39,82 | 2,38 |
| | b | 0,22 | 63,05 | 3,78 | 0,12 | 33,29 | 1,99 |
| | c | 0,18 | 52,09 | 3,12 | 0,09 | 27,08 | 1,62 |
| | d | 0,15 | 42,29 | 2,53 | 0,07 | 21,64 | 1,29 |
| 7 | a | 19,16 | 57,48 | 33,19 | 10,47 | 21,42 | 18,14 |
| | b | 16,10 | 48,29 | 27,88 | 8,37 | 25,42 | 14,67 |
| | c | 12,77 | 38,32 | 22,12 | 6,60 | 19,80 | 11,43 |
| | d | 10,14 | 30,43 | 17,57 | 5,17 | 15,51 | 8,95 |
| 8 | a | 32,08 | 13,98 | 21,18 | 17,71 | 7,72 | 11,69 |
| | b | 23,31 | 10,16 | 15,39 | 12,20 | 5,32 | 8,05 |
| | c | 17,69 | 7,71 | 11,68 | 9,11 | 3,97 | 6,02 |
| | d | 13,74 | 5,59 | 9,07 | 6,98 | 3,04 | 4,61 |
| 9 | a | 31,47 | 2,26 | 8,43 | 17,63 | 1,25 | 4,72 |
| | b | 21,56 | 1,54 | 5,77 | 11,48 | 0,82 | 3,07 |
| | c | 14,26 | 1,02 | 3,82 | 7,42 | 0,53 | 1,99 |
| | d | 9,99 | 0,71 | 2,67 | 5,06 | 0,36 | 1,35 |
| 10 | a | 57,64 | 0,37 | -4,63 | 32,18 | 0,20 | -2,58 |
| | b | 30,09 | 0,14 | -2,41 | 15,88 | 0,10 | -1,27 |
| | c | 15,10 | 0,19 | -1,21 | 7,68 | 0,05 | -0,61 |
| | d | 7,90 | 0,05 | -0,63 | 3,86 | 0,02 | -0,31 |
| 11 | a | 22,17 | 8,28 | -13,55 | 12,20 | 4,55 | -7,45 |
| | b | 9,35 | 3,49 | -5,71 | 4,76 | 1,77 | -2,91 |
| | c | 6,89 | 2,57 | -4,21 | 3,46 | 1,29 | -2,11 |
| | d | 5,64 | 2,10 | -3,44 | 2,79 | 1,04 | -1,71 |

7. CONCLUSIONES

- Para materiales como los tratados en este problema, muy poco resistentes, los pernos no sirven para nada ya que si bien ellos pueden disminuir los desplazamientos en la periferia de la galería, no son capaces de asegurar la estabilidad por si solos.

En este caso una combinación de pernos, hormigón lanzado y arcos, se muestra indispensable ya que la ruptura se presenta no solo en caso toda la periferia (factor de estabilidad inferior a la unidad) sino también a todo lo largo de la capa de carbón.

- Los mayores desplazamientos provienen del techo de la galería.
- A lo largo de la sección, desde el nudo 504 hasta el 678, se observan las reducciones de desplazamientos siguientes, merced al empernado: -0,3% ; 9,5% ; 2,5% ; 3,8%, 4,7% ; 4,3% ; 4,1% ; 2,8% ; 3,6% ; 8,9% y 1,6% ; de donde podemos retener en particular que el perno 1 no presta ningún servicio y que son los pernos 2 y 10 los que mejor se portan. El perno 11 apenas trabaja. Estas observaciones pueden confirmarse al observar las tensiones ejercidas sobre los pernos; los pernos 1 y 11 son los menos solicitados.

- Finalmente, una mejora de un 50% en los nódulos de Young de los estratos encajantes de la capa de carbón, se traduce en un desplazamiento 50% menos importante y en tensiones sobre los pernos igualmente 50% más débiles.

En una posterior entrega analizaremos el efecto de la presencia de las discontinuidades del macizo así como también el de la explotación de la capa carbonosa.

BIBLIOGRAFIA

- ARCAMONE, J. & DEJEAN M., "La Méthode des éléments finis en élasticité". Application au programme ELFI-3F., Ed. Ecole des Mines de Nancy, Vol. 1 y 2. Junio 1978.
- CORREA A. Alvaro. "Contribution à l'étude du boulonnage. Application au Soutènement des voies à la mine de la Mure", Ed. Universidad de Grenoble, pp. 298, Diciembre 1983.
- GARCIA M. Gabriel. "Elementos matemáticos de la mecánica de rocas", Ed. Centro Publicaciones - Universidad Nacional, pp. 33. Mayo 1965.
- POPOV, Egor. "Introducción a la mecánica de sólidos. Ed. Limusa, México, D.F., pp. 91-181 y 339-392, 1978.

ACTIVAR LTDA

Ingenieros

Arquitectos

Constructores

Tels.: 315116 y 316394