

# Hacia una programación y control optimos con PERT y CPM

Por:

Javier Ignacio Sánchez A.\*

## RESUMEN

Las últimas tres décadas han visto el desarrollo admirable de un nuevo enfoque gerencial de nuevas técnicas de programación y control utilizadas en principio en proyectos militares, pero difundidas ampliamente en actividades civiles tales como la construcción, el lanzamiento de nuevos productos, el montaje de una refinería de petróleo, la instalación de un centro de cómputo, entre muchísimos otros.

En este artículo sólo se pretende considerar qué es lo que se conoce como Método de la Ruta Crítica, más conocido por su sigla en inglés, CPM-Critical Path Method- y su relación con el PERT-Program Evaluation and Review Technique. En particular, se verá:

- Los requisitos básicos de cada uno.
- Sus ventajas y limitaciones.
- La solución de ciertas dificultades sobre el control de un proyecto, y
- Las políticas que puede adoptar la alta gerencia para experimentar e implantar un método revolucionario de información, evaluación y control encaminado a suavizar el trabajo administrativo y encontrar un clima más propicio para tomar decisiones más seguras.

El método PERT fue usado militarmente en 1958 para el proyecto del cohete Polaris por la Armada de Estados Unidos. Aunque no se tuvo en cuenta el costo, sí se hizo énfasis en la incertidumbre de los tiempos estimados. Su aplicación industrial empezó en 1956 cuando la empresa química americana E.I. Du Pont de Nemours empezó a investigar nuevos métodos para programar nuevos proyectos, aunque el método del camino crítico fue ideado realmente en 1957 y su primer ensayo se hizo en 1958 al comparar los gráficos con la programación clásica en la construcción de una planta química. Por esa época también se realizaron investigaciones en Inglaterra, para programas de mantenimiento, y en Francia se empezó a trabajar el método de los potenciales en 1958, dirigidos por Roy.

## ¿Cómo funciona el CPM?

El método de la ruta crítica es una herramienta del área

de los métodos cuantitativos para tomar decisiones administrativas para planear, programar y controlar los tiempos y los costos de las actividades de los proyectos de cualquier magnitud y lograr realizarlos en una fecha prefijada, al mínimo costo. La planeación se refiere al listado de las actividades que deben ser ejecutadas. La programación es la organización de las actividades del proyecto en el orden en que deben ser ejecutadas. El control, por otro lado, se empieza revisando la diferencia entre la ejecución programada y la real, apenas se inicia la realización del proyecto.

Todo proyecto debe consistir de una lista de actividades bien definidas que cuando terminan, indican el fin de todo el proyecto. Estas actividades pueden iniciarse y finalizar independientemente entre sí, dada una secuencia lógica y tecnológica. Una actividad puede ser una operación, inspección, transporte, servicio, o cualquier tarea de otra índole. Todas las actividades necesarias para terminar un proyecto, se identifican en un listado con un símbolo que puede ser una letra, o un número, su duración estimada y sus predecesores inmediatos. El conjunto de varias actividades que indican la llegada a cierta etapa del proyecto, se llama evento.

Los proyectos pueden expresarse gráficamente en un diagrama de flechas o red. Las actividades son las flechas que salen de un círculo y llegan a otro. Ver figura 1. Estos círculos reciben el nombre de nodos. Cuando una actividad es predecesora inmediata de otra, el nodo terminal de la predecesora será el nodo inicial de la sucesora; así, el primer nodo recibe el nombre de comienzo o "iniciación" y el último el de "terminación" del proyecto. Dos nodos consecutivos numerados indican el código de la actividad que los conecta con una flecha. Una flecha no representa intensidad, dirección ni sentido; simplemente indica la ubicación de la tarea en el tiempo.

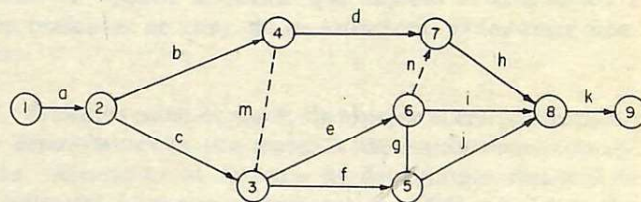


Figura 1. Ejemplo de una red con flechas virtuales o ficticias.

Cuando es necesario establecer la ocurrencia de un acontecimiento particular que no puede ocurrir antes de otro,

\* Economista de la Universidad de Antioquia. Master en Administración de Empresas de la Universidad de Syracuse. Profesor titular de la Universidad Nacional de Colombia. Profesor en las cátedras de Métodos de Ruta Crítica, Investigación de Operaciones y Estadística Industrial. Autor de un libro de Control de Calidad.



siendo que ninguna actividad puede ocurrir entre ambos, es necesario adicionar una actividad virtual o ficticia cuya única función es conservar la secuencia lógica de las demás actividades. Su duración es cero y se dibuja como una flecha con tramos discontinuos.

El gráfico de flechas o red, describe todas las "rutas de flechas" diferentes desde el principio hasta el fin. La duración de cada ruta es la suma de los tiempos de sus actividades. La(s) ruta(s) crítica(s) es (son) la(s) vía(s) de más duración desde el comienzo del proyecto hasta su terminación, pues indica el mínimo de tiempo requerido para terminar todo el proyecto. Prácticamente, la ruta crítica es el cuello de botella del proyecto, pues solamente hallando las maneras de acortar las duraciones de las actividades de la ruta crítica, se puede reducir la duración total del proyecto. Aquí se debe tener un cuidado especial, pues el reducir una o varias actividades críticas, la que es ruta crítica puede dejar de serlo y algunas actividades que antes no eran críticas pueden volverse como tal.

Las condiciones para construir una red son:

- La relación de precedencia entre actividades no puede tener ciclos o bucles.
- No pueden existir actividades traslapadas.
- No puede existir redundancia en la lista de precedencias. Existe redundancia cuando entre el conjunto de predecesores de una actividad, una de las actividades es predecesora de alguna otra en el mismo conjunto. Por lo tanto la lista de los predecesores sólo debe contener los que son inmediatos; cuando esto ocurre, se dice que las actividades están enunciadas en orden topológico o tecnológico.
- Se deben evitar flechas virtuales o ficticias innecesarias.
- No puede haber actividades inconexas.

#### Algoritmo de la Ruta Crítica.

En términos generales, un algoritmo es un conjunto de procedimientos o reglas que indican los cálculos que deben conducir a un resultado deseado. Las siguientes definiciones ayudan a comprender el tema. Para cada actividad existe el momento más temprano posible para empezar,  $It$ , dado que sus predecesores comiencen en su iniciación más temprana. Además, conocida la duración,  $t$ , de cada actividad, se puede conocer su terminación más temprana,  $Tt = It + t$ . Por simplificación de la explicación, se supone que el proyecto se inicia en el instante  $S = 0$ . Además debe tenerse en cuenta que el momento de iniciación más temprano de una actividad es el máximo de las iniciaciones tempranas de sus predecesores. Cuando se han considerado las terminaciones tempranas de todas las actividades del nodo final, se puede leer el momento de terminación más temprano,  $T$ , de todo el proyecto y por lo tanto la ruta crítica.

Supongamos ahora que se ha prefijado una fecha para la terminación del proyecto que debe ser posterior o al menos igual al momento más temprano de terminación del pro-

yecto. Aquí entonces, tenemos el concepto de terminación tardía,  $TT$ , es decir el momento más tardío para terminar una actividad sin retrasar la terminación del proyecto total. De manera semejante, se define la iniciación tardía,  $IT$ , de una actividad como la diferencia  $TT - t$ , la cual se calcula para cada actividad hasta el nodo de iniciación, teniendo en cuenta que el momento de terminación tardía de cualquier actividad, es el mínimo de las iniciaciones tardías de las actividades que parten de su nodo final.

En la red correspondiente se observa que algunas actividades tienen su iniciación temprana igual a su iniciación tardía, pero otras las tienen diferentes. En aquel caso esa diferencia recibe el nombre de holgura total y representa lo máximo que se puede retrasar una actividad respecto de su iniciación temprana sin variar la fecha de terminación del proyecto.

Cuando las fechas prefijadas y de terminación temprana coinciden, entonces las actividades críticas no tienen holgura. En caso contrario, las actividades críticas tendrán holgura igual a la diferencia entre esas dos fechas.

La holgura libre se define como el tiempo que una actividad puede retrasarse sin variar la iniciación temprana de ninguna otra. Una actividad con holgura total puede o no tener holgura libre, pero ésta nunca excederá a aquella. La holgura libre se calcula como la diferencia entre la terminación temprana y el más temprano de los tiempos de iniciación de sus sucesores inmediatos. Nótese la flexibilidad que da la holgura a nivel operacional. Ver figura 2.

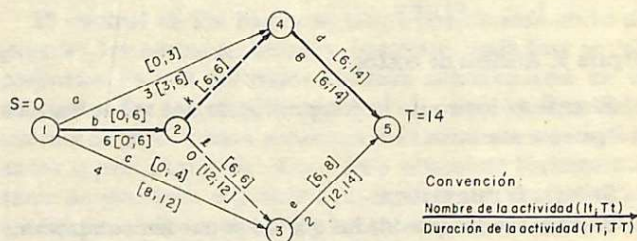


Figura 2. Ejemplo de una red con holguras, ruta crítica, tiempos tempranos y tardíos de comienzo y terminación.

#### Optimización de Costo y Compresión de una Red.

Los tiempos de las actividades pueden reducirse asignándoles a éstas más operarios, trabajando horas extras, usando equipo más eficiente, etc. Por lo tanto, el método de la ruta crítica, no sólo indica cuáles actividades son críticas, sino que orienta sobre los efectos de la reducción de los tiempos de las actividades y en la evaluación de los costos del menor tiempo posible para terminar un proyecto, respetando las restricciones físicas, de seguridad, de mano de obra y administrativas a que puede estar sujeto un proyecto.

Todas las actividades de un proyecto se pueden programar en base a dos variables inversamente relacionadas: can-



tividad de recursos y tiempo para terminarla. Se considera que la realización de una actividad es normal, cuando se utiliza un mínimo de recursos y un máximo de tiempo. Sin embargo si se dispone de más recursos, incluyendo el capital y se conoce el comportamiento de los costos como función de la utilización de estos recursos en el tiempo, se pueden acelerar o comprimir una o varias actividades de la ruta crítica, sin tener en cuenta su posición dentro del proyecto.

Los costos totales de un proyecto se pueden descomponer en costos directos, que se relacionan con las actividades individuales del proyecto y también en costos indirectos (algunos fijos) tales como gastos de administración, alquiler de equipos, etc. La mayoría de estos gastos generales varían directamente con la duración del proyecto. Por lo tanto, los costos totales y sus componentes se comportan como lo indica el siguiente gráfico. Ver figura 3.

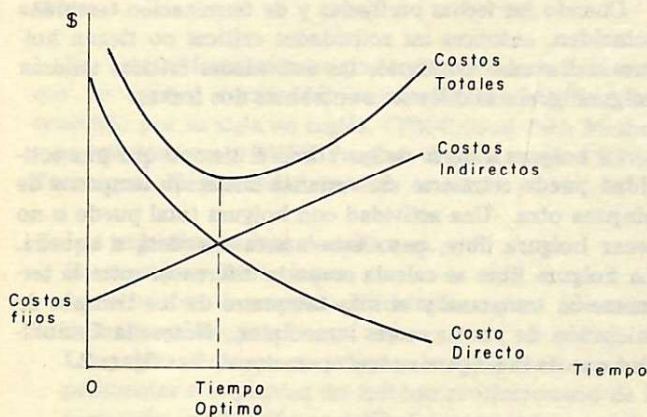


Figura 3. Análisis de costos.

El análisis lógico de la compresión de una red se hace de la siguiente manera:

- Se halla la ruta crítica.
- Se eliminan las actividades que no se pueden comprimir.
- Se selecciona la actividad que tenga mínima pendiente de costo directo, el cual se supone que es un segmento de línea recta para facilidad del análisis.
- Se determina la magnitud en la cual puede comprimirse cada actividad y su costo.
- Se estudia si hay limitaciones en la red para esta compresión. Estas pueden ser de orden físico, por holgura, por rutas críticas paralelas y por rutas críticas en el máximo de compresión.
- Si se comprime la red de tal manera que se pasa del mínimo de los costos totales, (siempre se procede de derecha a izquierda), es necesario descomprimirla para optimizar estos costos, tratando de quedar siempre en su mínimo.

#### El Modelo PERT

Tanto en el método PERT como en el CPM se usan los gráficos de flechas o redes y se busca la ruta crítica. Sin embargo el método PERT se usa principalmente en programas

de investigación, en los cuales su tecnología y sus resultados son muy variables. Por el otro lado, el CPM ha tenido más auge en la industria de la construcción como en edificaciones residenciales, puentes, edificios, redes de servicios públicos, etc., puesto que en ella se usan materiales muy poco cambiantes cuyas propiedades son muy populares y su tecnología es mas bien muy estable. En resumen, el gráfico de flechas del CPM difiere en tres puntos sustanciales del correspondiente al PERT: a- en el primero, el gráfico se fundamenta en las actividades más bien que en los eventos, b- no se tiene en cuenta la incertidumbre de las estimaciones de sus tiempos de duración y c- los tiempos se relacionan con los costos.

Realmente, en los proyectos de investigación se presenta incertidumbre sobre los tiempos requeridos y, como si fuera poco, de un proyecto a otro quedan pocos datos históricos debido a las modificaciones que implica la misma investigación. Por lo tanto, en el modelo PERT se hacen las estimaciones de los tiempos de cada actividad de la red en forma triple: optimista, más probable y pesimista, obteniéndose estos datos de las personas más familiarizadas con la respectiva actividad. De las tres estimaciones, se obtiene una medida de la incertidumbre, es decir, a mayor incertidumbre, mayor será la distancia entre los tiempos estimados. Es importante notar que debido a los cálculos y presentación de informes, las tres estimaciones se reducen a su valor esperado,  $t_e$ , y a su varianza,  $\sigma^2$ .

La interpretación de estos tres conceptos es como sigue:

- Tiempo optimista,  $t_o$ , es una estimación del tiempo mínimo que puede durar una actividad cuando sólo se dispone de una suerte especialmente buena y todo sale "al derecho" desde un comienzo.
- Tiempo más probable,  $t_m$ , es una estimación del tiempo normal que puede durar una actividad con mas frecuencia, bajo circunstancias semejantes.
- Tiempo pesimista,  $t_p$ , es una estimación del tiempo máximo que puede durar una actividad como resultado de una mala suerte; particularmente no se tienen en cuenta desgracias especiales como huelgas, incendios, desbordamientos, terremotos, etc., a no ser que sean riesgos propios del proyecto.

La duración esperada de una actividad es el promedio ponderado de las tres estimaciones anteriores; mas concretamente, se hace la hipótesis de que los tiempos pesimista y optimista son igualmente probables y que el tiempo mas probable es cuatro veces mas posible que ocurra, que cualquiera de los otros dos. Estas ponderaciones se basan en una aproximación que se hace a la distribución beta. Esta distribución se ha elegido como la más adecuada por ser unimodal, tener extremos finitos positivos y poder ser asimétrica, lo cual se ajusta mucho al comportamiento de la distribución de los tiempos de las actividades.

Aplicando las ponderaciones a las estimaciones, el valor del tiempo esperado se obtiene de la siguiente manera:



$$t_e = \frac{t_o + 4t_m + t_p}{6}$$

Este valor se puede interpretar como la duración promedio de una actividad si ésta se repitiera muchísimas veces. Aunque en la mayoría de las aplicaciones del PERT las actividades sólo pueden ocurrir una vez,  $t_e$  es el mejor estimador de la duración de esta actividad. La ruta crítica será la vía más larga teniendo en cuenta los tiempos esperados.

Lo confiable del estimador se basa en la variabilidad; es decir, a mayor variación menos confianza. Aquí, la medida de variación será la desviación típica de la distribución de probabilidad. En el método PERT se simplifica mucho este cálculo, de tal manera que la desviación típica de los tiempos,  $S_t$ , se estima por:

$$S_t = \frac{t_p - t_o}{6}$$

es decir,  $S_t$  es un sexto de la diferencia entre los extremos de la estimación de la duración de cada actividad.

Otro aspecto que puede ser de mucho interés en términos gerenciales, es la probabilidad de completar el proyecto para una fecha dada. Basándose en la Teorema del Límite Central, se puede concluir que la distribución de probabilidad de los tiempos totales de un proyecto, puede ser aproximada a la distribución normal, pues  $t_e$  es una variable aleatoria por ser un promedio ponderado de variables aleatorias; por consiguiente,  $T_e$  que expresa la suma de los tiempos esperados de las actividades, también es una variable aleatoria. La aproximación a la distribución normal resulta más precisa a medida que aumenta el número de actividades del proyecto.

Así, podemos definir la distribución normal que indique la probabilidad de terminar el proyecto dentro de dos fechas dadas,  $T_{s1}$ , como

$$\text{donde } T_E = \sum t_{e_i} \\ \sigma^2 T_E = \sum \sigma^2 t_{e_i}$$

$T_{s1}$  = tiempo programado anticipado a  $T_E$

$T_{s2}$  = tiempo programado posterior a  $T_E$

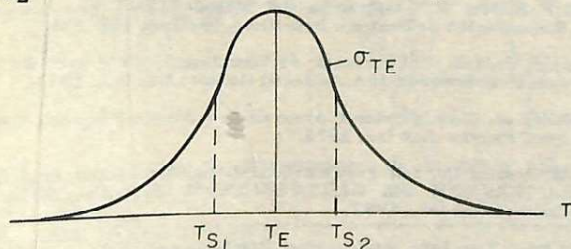


Figura 4. Distribución normal de los tiempos de un proyecto.

La probabilidad de terminar el proyecto dentro de las fechas  $T_{s1}$  cuando se da  $T_E$  y  $\sigma^2$ , será el área bajo la campana entre las ordenadas levantadas sobre  $T_{s1}$  y  $T_{s2}$ ; es decir,  $\phi((T_{s2} - T_E)/\sigma) - \phi((T_{s1} - T_E)/\sigma)$ , cuyos valores se encuentran en la tabla de la distribución normal. Obsérvese que se puede obtener la probabilidad de completar el proyecto antes de una fecha arbitraria, bajo el mismo método. Sin embargo no se puede hallar la probabilidad de terminar el proyecto exactamente en una fecha dada, debido a lo continuo de la variable aleatoria cuyas leyes hay que respetar.

#### Control de un Proyecto. Análisis PERT/Costo

La situación ideal de la programación y control de proyectos se presenta cuando se da una perfecta correlación entre los costos presupuestados, los costos incurridos y el valor de la obra ejecutada hasta ese momento. Como lo normal es que esta situación no se dé, la gerencia debe mantenerse observando desde un principio y periódicamente el valor real gastado, el costo presupuestado y el valor de la obra ejecutada. Además, se debe llevar un control del tiempo para saber qué tanto atraso (o adelanto) puede tener un proyecto según la fecha prevista, sobre todo si hay multas y qué proyecciones se pueden hacer para el futuro según los datos históricos. En resumen, lo que se desea a nivel ejecutivo, es una herramienta administrativa que sirva para determinar qué tanto de las variaciones del costo, en cualquier momento, puede ser atribuida a desviaciones en la programación por anticipaciones o atrasos y qué tanto debe cargarse a sobre costo o superávits.

El control de los costos se basa esencialmente en lo siguiente: los costos se llevan y controlan basándose en los proyectos en vez del punto de vista organizacional de la empresa. Por lo tanto, se organizan las cuentas formando microcentros de costos según sea más adecuado por actividades o por grupos de ellas. Esta estructura lógicamente varía de proyecto a proyecto y depende de las siguientes consideraciones: el tamaño y la complejidad del proyecto, la organización de la empresa, el criterio gerencial sobre la asignación de responsabilidades y el valor del subconjunto de actividades que van a formar el paquete contable y del cual se deben preparar informes periódicos sobre el desempeño. Con ambos programas de iniciación temprana y tardía, se recogen los datos acumulados y se obtiene la región de presupuestos factibles desde un punto de vista técnico.

Los informes de costos deben contener una estimación del trabajo ejecutado y se debe hacer un gráfico que contenga el presupuesto de costos, los costos reales y el valor del trabajo ejecutado. Si la gráfica de esta última función cae por debajo de los costos reales, indica que hay sobre costos. La cantidad del sobre costo en un momento dado se mide por la distancia vertical entre ambas curvas. Además, se puede obtener el porcentaje del sobre costo (o superávit) con la siguiente fórmula:

$$\% \text{ del sobre costo (o superávit)} = \frac{\text{costo real} - \text{valor del trabajo hecho}}{\text{Valor del trabajo hecho}}$$



El atraso se mide obteniendo la distancia horizontal entre las curvas del costo presupuestado y la del valor del trabajo realizado; puesto que el tiempo va en el eje de las abscisas.

Los problemas que se presentan, acosarán al gerente, según la gravedad, para que examine y presente los informes con más detalle y determine la fuente o fuentes de los atrasos y sobrecostos. Generalmente se hacen gráficas individuales a cada uno de los microcentros de costos para detectar más fácilmente las situaciones anómalas.

Desafortunadamente algunos de los costos del proyecto no son fácilmente identificables con actividades específicas. Convencionalmente estos renglones se consideran como una forma de gastos generales y se asignan arbitrariamente. Aunque estos costos se prorratéen razonablemente, de todas maneras se disminuye la capacidad de control sobre ellos.

Sin embargo, el principal problema que se presenta es la resistencia natural al cambio, pues este sistema contable implica muchos detalles y por el otro lado, cuando se trata de ejecutar proyectos a entidades del gobierno, existe la posibilidad de que por el sistema PERT/Costo sea necesario suministrarle más información al gobierno sobre los costos de la empresa, que lo que la misma empresa estaría dispuesta a suministrar.

#### Conclusiones

Los métodos PERT y CPM son herramientas muy útiles y flexibles para tomar decisiones porque:

- Se pueden utilizar a cualquier nivel en la gerencia de proyectos, desde la planeación inicial de los programas o para analizar alternativas de proyectos.
  - Son aplicables en una gran variedad de proyectos, desde la programación de algo tan simple como una dependencia o un taller en una empresa, hasta el diseño completo de una planta, o aún más, un viaje espacial.
  - Son explicables fácilmente a los legos en la materia por medio de los gráficos y los cuadros sinópticos de los detalles de las actividades. Cuando los datos se vuelven tediosos se puede resolver el problema a través de un sencillo programa de computador.
  - Capacitan a la gerencia en la elaboración de soluciones óptimas en la comprensión de redes y a prever cuellos de botella potenciales que pueden resultar de la reducción de los tiempos de ciertas actividades críticas, conduciendo a una planeación más cuidadosa y a un control más seguro.
  - Dan bases suficientes para estimaciones razonables los costos totales de un proyecto para así poder solucionar la programación óptima.
- Capacitan en la medición del progreso (o ausencia de éste) contra lo previsto y a tomar acción rápida y oportuna cuando se necesite.

A nivel ejecutivo se debe considerar cuidadosamente el problema organizacional de los proyectos para usar los controles gerenciales de la manera más efectiva. Por supuesto, la utilidad de las herramientas gerenciales de control, nunca serán superiores a la habilidad de la gerencia para actuar a partir de la información obtenida al aplicar el principio de la "administración por excepción".

Fuera de estos métodos, se están aplicando otros a los que no se les ha dado la divulgación necesaria, tales como los siguientes:

- GERT-Grafic Evaluation and Review Technique: es un procedimiento que combina las disciplinas de la teoría de los diagramas de flujo con las funciones generatrices de momentos y el PERT para obtener una solución a los problemas estocásticos. Una ventaja de este método es la aplicabilidad de la simulación a redes estocásticas con los programas GERTS III y GERTS III Q; éste último sirve para analizar problemas de colas y de logística.

Además están el PERT P para planeación de proyectos usando redes de precedencia y el GERT III Z.

- Finalmente, existen otras versiones de modificaciones y extensiones de los modelos básicos de redes tales como el PDM - Precedence Diagramming Method, el DCPM-Decision Critical Path Method y el LPU-Lineal Point Union. Este último fue trabajado por el profesor John W. Fondahl en Estados Unidos y por Bernard Roy en Francia; también recibe el nombre de Diagramas AON-Activity-on Node Diagram, el cual difiere de una red convencional sólo en su representación gráfica y en algunas condiciones para desarrollar los cálculos.

#### Bibliografía

- Antill, James., y Ronald W. Woodhead, Método de la Ruta Crítica y sus aplicaciones a la construcción, Editorial Limusa, 1967.
- Battersby, Albert, Planificación y Programación de Proyectos Complejos, Ariel S.A., 1973.
- Kaufman, A., y G. Desbazeille, Método del Camino Crítico, aplicación a los programas de ejecución de trabajos del Método PERT y a la optimización de sus costos, Sagitario S.A. 1965.
- Miller, Robert W., Aplicación del Método PERT al Control de Programación de Costes y Beneficios, Mc Graw Hill, 1967.
- Wagner, Gerhard, Los sistemas de Planificación CPM y PERT aplicados a la Construcción, Editorial Gustavo Gili S.A. 1971.
- Whitehouse, Gary., Systems Analysis and Design Network Techniques, Prentice Hall Inc. 1973.
- Wiest, Jerome D., and Ferdinand K. Levy, A management Guide to PERT/CPM with GERT/PDM/DCPM and other Networks, Prentice Hall Inc., 1977.
- Yu Chuen Tao, Luis, Aplicaciones Prácticas del PERT y CPM, Ediciones Deusto, 1968.