

ALGUNAS IDEAS FUNDAMENTALES SOBRE MODELOS Y SIMULACION DE SISTEMAS

Por: Darío Valencia Restrepo
Profesor del Departamento de
Ingeniería, U. N.

Vamos a suponer que nos interesa el funcionamiento de un sistema del mundo real. Entenderemos por sistema un conjunto de partes o elementos con importantes inter-relaciones entre sí, y que para efectos del análisis puede ser mirado como un todo o unidad. Eventualmente nuestro interés puede centrarse en conocer el comportamiento del sistema, es decir, la respuesta (salida) dada por el sistema a un cierto estímulo (entrada).

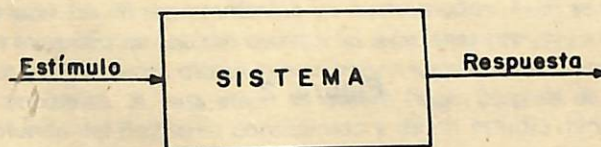


Figura 1

En un sentido operacional, podemos ver el sistema como una función u operador que transforma un estímulo E en una respuesta $R = f(E)$, tal como aparece esquemáticamente en la Figura 1.

Una clase muy importante de sistemas, la de los sistemas lineales, viene definida por la importante propiedad

$$f(E_1 + E_2) = f(E_1) + f(E_2)$$

que no es otra que la aplicación del principio de superposición: la respuesta a dos estímulos combinados es igual a la suma de las respuestas a los estímulos individuales. Como aproximación, muchos sistemas del mundo físico son vistos como sistemas lineales. Así, por ejemplo, podemos mirar una cuenca hidrográfica como un sistema lineal sometido a los estímulos de diferentes lluvias, a las cuales responde con aumentos de caudal en el río. En la Figura 2 se muestra como estímulo una lluvia de intensidad uniforme y de dos horas de duración, y como respuesta una curva de caudales en el tiempo, correspondientes a un cierto punto del río. Estos caudales son consecuencia de la llamada escorrentía superficial, y se obtienen después de restar el caudal base del río del caudal durante la creciente. Debido al principio de superposición, una lluvia de la misma duración y el doble de intensidad daría origen a una curva cuyas ordenadas son el doble de las anteriores. Estas curvas se denominan hidrógrafas, y en virtud del mismo principio es posible superponer las hidrógrafas de diferentes lluvias para obtener el efecto o respuesta a dichas lluvias combinadas. Es conveniente, sin embargo, tener en cuenta que la linealidad atribuida al sistema es una aproximación al comportamiento real, y que en muchos casos la aproximación es insuficiente.

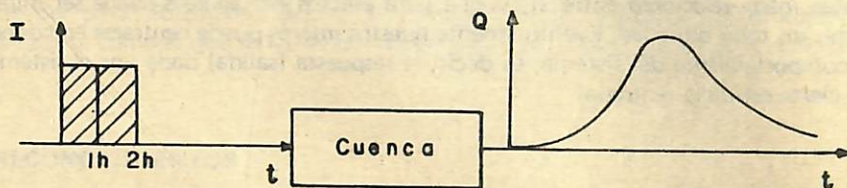


Figura 2

LOS MODELOS

La observación del comportamiento de un sistema real puede llevarnos a entender los aspectos esenciales del sistema, y aún a prever la respuesta del sistema a posibles estímulos futuros. Pero con frecuencia la complejidad del sistema no nos permite sacar mayores conclusiones sobre las posibles respuestas a estímulos futuros diferentes de los históricos. Tal sería el caso de sistemas altamente no lineales. Por otra parte, a veces se trata de diseñar un sistema, de manera que no podemos adelantar observaciones reales sobre un sistema que todavía no existe. Estas dos situaciones relieván la necesidad de los modelos.

Un modelo es una representación física o matemática de ciertos aspectos de la realidad. Los modelos basados en una representación física, conocidos como los modelos reducidos o a escala en campos como la hidráulica y las estructuras, tratan de deducir el comportamiento de un sistema original (prototipo) observando lo que ocurre en un sistema de menor tamaño y más controlable, sistema este último que pretende duplicar las características del original a través de la preservación de ciertas leyes de similitud relacionadas con las unidades de longitud, masa y tiempo. El segundo tipo de modelos, al que nos referiremos primordialmente en este artículo, busca la representación de una realidad mediante expresiones matemáticas, principalmente ecuaciones.

Con respecto a sistemas, un modelo aspira a representar los elementos e inter-relaciones considerados importantes. Como una representación no puede agotar una realidad dada, será necesario especificar claramente los propósitos del modelo, lo cual equivale a señalar aquellos aspectos de la realidad que particularmente nos interesan. El modelo deberá tratar de "representar" o "reproducir" en la mejor manera posible dichos aspectos.

NECESIDAD DE LA SIMULACION

Muchas veces nuestro conocimiento de la realidad es insuficiente para describir en forma matemática resoluble un sistema real, o bien los instrumentos matemáticos de que disponemos no nos permiten resolver en forma cerrada ecuaciones que incluyen discontinuidades, no linealidades, incertidumbres, etc. Otras veces, el costo de recolectar cierta información puede ser prohibitivo, existiendo en cambio la posibilidad de "generar" en forma matemática o sintética información que pueda guardar determinada semejanza con la anterior. En casos como los comentados, la simulación aparece como una herramienta auxiliar de especial utilidad.

ETAPAS DE LA SIMULACION

La técnica de la simulación se caracteriza por las siguientes etapas:

a. Desarrollo de un modelo para el sistema real. Es una etapa conceptual, dominada por los aspectos de representación ya mencionados. Aquí se deben señalar las expresiones matemáticas que representan las relaciones estructurales del sistema, los parámetros asociados con dichas expresiones y los procedimientos computacionales que se emplearán. A esta etapa se deberá llegar después de un análisis relativamente profundo del problema considerado y de un estudio minucioso de la información disponible.

b. Definición de los algoritmos de operación. Aquí deberá indicarse el procedimiento sistemático, eventualmente expresado como un programa de computador, para pasar de estímulos a respuestas en el modelo.

c. Calibración del modelo. En esta etapa se definen los valores particulares de los parámetros del modelo, con el fin de proceder a aplicar la simulación a un sistema específico.

d. Preparación de los estímulos. Mediante un estudio cuidadoso de los objetivos de la simulación, se escogerá en esta etapa la información que servirá de entrada al modelo.

e. Operación del modelo. Aquí se somete a prueba, inicialmente, la validez de las etapas a., b. y c. Se observará si los resultados obtenidos con el modelo muestran algún grado de coincidencia con respuestas históricas obtenidas en el sistema real. Pasada esta prueba, con las reformas o ajustes que fueren necesarios, se pasará a operar el modelo con las entradas definidas en la etapa d. Conviene comentar que en algunos sistemas reales existe algún grado de control sobre determinadas variables, siendo por tanto indispensable definir las pautas (reglas de operación) que complementarán las relaciones estructurales, con el fin de poder llevar a cabo la operación del modelo. Estas reglas pueden incorporarse a la etapa b., aunque a veces la simulación tiene como uno de sus objetivos encontrar reglas de operación óptimas en algún sentido.

f. Análisis de los resultados. Finalmente, las respuestas obtenidas se someterán a un riguroso escrutinio e interpretación. Es posible que nos interese buscar la respuesta esperada o promedia del sistema, lo mismo que la variabilidad de dicha respuesta. Aquí también podría estudiarse las consecuencias físicas o económicas que entrañan dichas respuestas, aunque esta cuestión podría incluirse, en su aspecto algorítmico, en la etapa b.

ILUSTRACION

El ejemplo ya mencionado del sistema de una cuenca permite ilustrar estas etapas. En la etapa a. se definirían los procesos físicos de la hoya relacionados con las aguas lluvias, cuyo efecto final (objeto de nuestro interés) es el aumento del caudal base en el río: transporte superficial del agua, infiltración, evaporación, transpiración, etc. Cada proceso de éstos vendría dado por una expresión matemática (consecuencia de la geometría del terreno o de una ley física, por ejemplo), en tanto que principios como el de la conservación de masa y energía ayudarían a definir relaciones estructurales entre los procesos.

En la etapa b. se definirían los procedimientos numéricos para resolver las ecuaciones que pueda tener el modelo, tales como aquellos relacionados con las ecuaciones de continuidad y conservación de la cantidad de movimiento que gobiernan la propagación del agua en canales o en el río, así como algoritmos que permiten distribuir el agua entre los diversos procesos.

La etapa c. incluiría la asignación de valores específicos a parámetros tales como capacidad de infiltración, coeficientes de evaporación, pendientes de ciertos elementos, etc., de modo que el modelo pueda ser aplicado a una cuenca particular.

Las lluvias que se usarían como entradas al modelo se determinarían en la etapa d. Para la verificación del modelo podrían usarse diferentes lluvias históricas algunas de ellas ojalá particularmente críticas. Luego podrían usarse lluvias generadas sintéticamente (ver artículo del autor en el número 88 de la Revista Dyna) con el fin de poder vislumbrar el comportamiento de la cuenca ante futuras situaciones.

Para explicar la etapa e., pensemos que no solo nos interesa el aumento del caudal base del río en un cierto punto, sino la distribución general del agua en el tiempo y el espacio, dentro del río, consecuencia de los procesos hidrológicos que tienen lugar en la cuenca y las obras hidráulicas propuestas en un proyecto (no

construídas todavía). Ahora se requeriría un modelo de mayor tamaño, compuesto de los procesos anteriores y otros adicionales. Por supuesto, el nuevo modelo tendría que someterse también a las etapas anteriores; pasada su verificación, lluvias históricas o sintéticas serían la entrada al modelo del sistema, cuya operación conduciría a la gama buscada de respuestas (es decir, distribuciones de agua). Así podríamos ver la capacidad del sistema para atender las diferentes demandas de agua a lo largo del río, o en términos más amplios, la viabilidad física y económica del proyecto propuesto. Reglas de operación serían, por ejemplo, aquellas relacionadas con el manejo de embalses.

Para terminar, en la etapa f. se entraría a examinar la razonabilidad de los resultados obtenidos con la simulación, se sugerirían posibles cambios y la necesidad de nuevas simulaciones. Y, por supuesto, se sacarían conclusiones sobre la bondad de la alternativa (configuración) propuesta, en términos de su confiabilidad, factibilidad y rendimiento económico.

Advertencia final.

Una palabra final de advertencia sobre estas técnicas: nunca pretendamos juzgar la bondad de un modelo por su comportamiento en relación con aspectos para los cuales nunca fue diseñado. Lo anterior lleva consigo a que, por su parte, el diseñador del modelo sea absolutamente explícito sobre sus objetivos.

Muchas personas suelen hacer gran énfasis sobre los aspectos positivos de los modelos que han diseñado, pero pasan ligeramente sobre sus defectos y limitaciones. El orden de importancia en lo anterior es, probablemente, el contrario.

Y no olvidar jamás que el modelo no es la realidad. Algunas personas llegan hasta considerar, inconscientemente por supuesto, que si el modelo no coincide con la realidad, entonces la realidad está equivocada !