

Análisis del riesgo Sísmico basado en la teoría de las probabilidades, para Medellín

Por: Gabriel García Moreno*

1. INTRODUCCION

Basados en los datos sismológicos proporcionados por las referencias (1), (2), (3) y (4), hemos elaborado la curva de distribución de los valores extremos de las magnitudes Richter, en el área de Medellín, utilizando para el efecto una distribución tipo I de Gumbel⁵:

$$\ln[-\ln\phi(M)] = -1,3051M + 6,8348 \quad (1.1)$$

o también:

$$\phi(M) = \exp[-\exp(6,8348 - 1,3051M)] \quad (2.1)$$

Presentamos esta distribución, junto con los períodos de retorno en años:

$$T(M) = \frac{1}{1 - \phi(M)} \quad (3.1)$$

en la Fig. (1), tomada de la referencia (6).

En esta figura apreciamos, claramente, varios hechos:

- Medellín se encuentra en una zona de más baja sismicidad que Centroamérica.
- Un sismo de magnitud Richter 8,7 para Medellín tiene un período de retorno de 100 años, si se acepta la extrapolación de la recta de la ec. (2.1), fuera de los datos registrados.

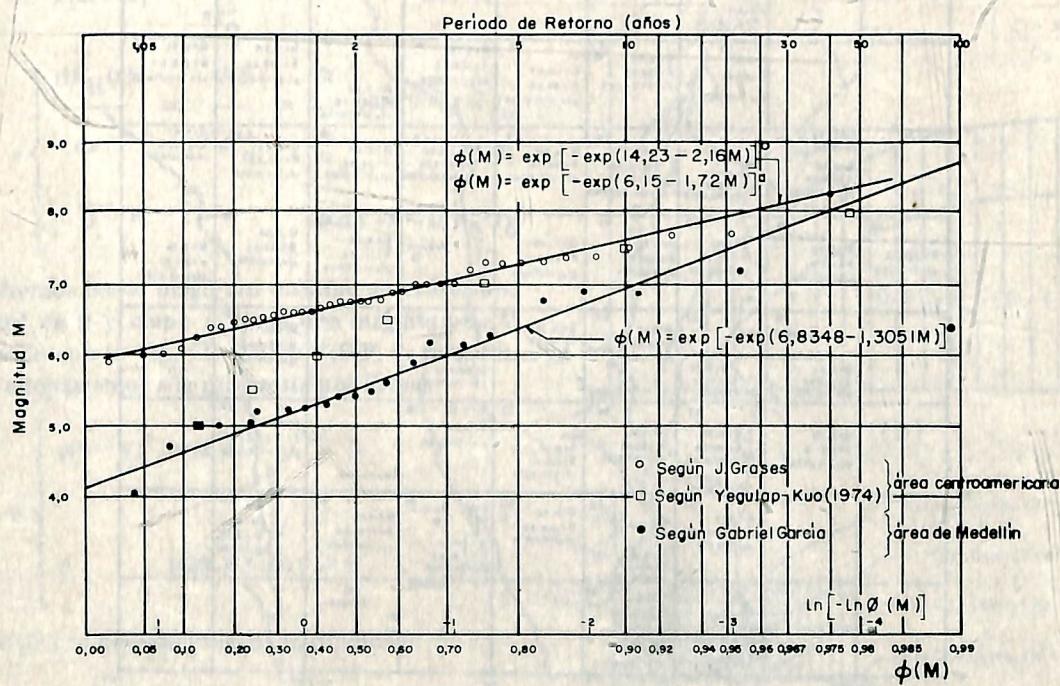


FIGURA 1 Distribución de valores extremos.

* Profesor Titular, Profesor Emérito, Maestro Universitario de la Facultad de Minas, U. N. de Colombia.

En la Fig. (2) hemos tomado como área de interés para Medellín, a la comprendida entre $4,5^{\circ}$ latitud Norte, 80° latitud Norte y 74° longitud W, $77,5^{\circ}$ longitud W, dividiéndola en recuadros de medio en medio grado; tenemos 44 recuadros, en los cuales hemos representado la probabilidad de que un sismo provenga de esta área. Calculamos esta probabilidad así:

$$p(x)_i = \frac{(n\bar{R}_x)_i}{\sum_{i=1}^N (n\bar{R}_x)_i} \quad (4.1)$$

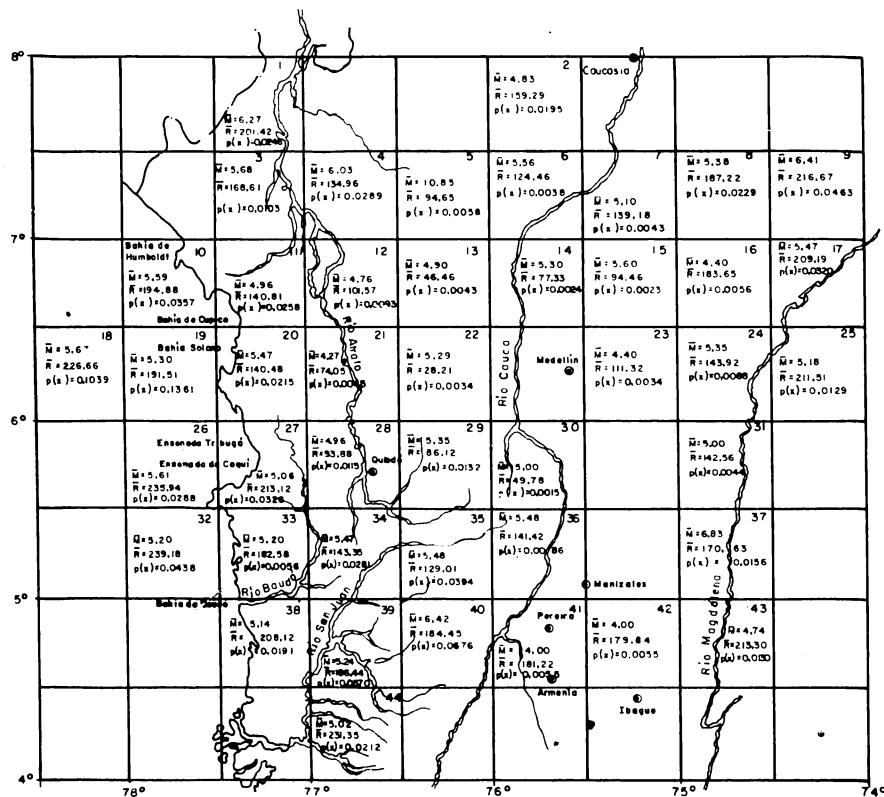
donde:

\bar{R}_x = media de las distancias epicentrales de los sismos ocurridos en el recuadro, en Km.

n = número de sismos en el recuadro

N = número de recuadros

También presentamos en cada recuadro, las magnitudes Richter, obtenidas con estadístico normal, o de Student, (el más desfavorable en cada caso) para que no sean superadas con un 95% de confianza:



\bar{M} = Magnitudes que no serán superadas con un 95% de confianza en el área

\bar{R} = Media de distancias epicentrales del área

$p(x)$ = Probabilidad de que un sismo provenga de esta área

FIGURA 2

$$\bar{M} = \bar{M}_y + 1,65S \quad (5.1)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_y + t_{\alpha/2, n-1} S^* / \sqrt{n}$$

donde:

\bar{M} = magnitudes Richter

\bar{M}_y = media de las magnitudes en cada recuadro.

S = estimador muestral de la desviación estándar σ

$S^* = S \sqrt{\frac{n}{n-1}}$ = estimador insesgado de la desviación estándar σ

$t_{\alpha/2, n-1}$ = parámetro de la distribución de Student para obtener 95% de confianza.

$n-1$ = número de grados de libertad.

Obsérvese que la magnitud máxima obtenida es 10,85 obtenida en el recuadro de 7° latitud Norte y 76° longitud W; este resultado es poco verosímil, ya que según

Newmark-Rosenbluth,⁶⁻⁸ la magnitud máxima que soportaría la corteza terrestre sería de 9. Redondearemos, por consiguiente, la magnitud máxima en el área, al valor 9.

2. ANALISIS

Los resultados anteriores se basan en los registros obtenidos de 1957 a 1977 (20 años). O sea muy poca base para obtener resultados confiables. Por lo tanto, hemos optado por aplicar las siguientes hipótesis:

a) La F.D.P. (función de densidad de probabilidades) de las distancias epicentrales es equiprobable. O lo que es lo mismo, todos los recuadros tienen la misma probabilidad de generar sismos. Evidentemente esta hipótesis no se confirma en la Fig. (2), donde se ve, claramente, que la existencia del Batolito, disminuye las probabilidades en las áreas correspondientes a su localización. No obstante, como una primera aproximación al problema, y por considerarlo del lado de la seguridad, mantendremos la hipótesis de equiprobabilidad.

Como F.D.P. de distancias epicentrales supondremos⁷ que en un círculo de radio r_0 con centro en Medellín de área πr_0^2 habrá a la distancia r como valor de la función de densidad acumulada F.D.A. el siguiente:

$$F_R(r) = P[R \leq r] = \frac{\pi r^2}{\pi r_0^2}$$

$$\therefore f_R(r) = \begin{cases} \frac{dF_R(r)}{dr} = \frac{2\pi r}{\pi r_0^2} = \frac{2r}{r_0^2} & \text{para } 0 \leq r \leq r_0 \\ 0 & \text{para } -r < 0; r > r_0 \end{cases} \quad (1.2)$$

b) Supondremos como magnitud máxima en el área una magnitud de 9 y como mínima una magnitud de 4, de acuerdo con la Fig. (2). Como F.D.P. de magnitudes, Y, adoptaremos a la propuesta por Esteva⁷

$$f_Y(y) = \begin{cases} c(9-y)^2 & \text{para } 4 \leq y \leq 9 \\ 0 & \text{para } y < 4; y > 9 \end{cases} \quad (2.2)$$

El valor de c lo calcularemos de la condición:

$$c \int_{4}^{9} (9-y)^2 dy = 1$$

$$\therefore c = \frac{3}{125} \quad (3.2)$$

c) Como relación entre las variables, intensidad x , (en Mercalli, modificada MM) y los Y, R , aceptaremos que se obtiene, según la referencia (6), [ec.17-(4.6.2)], pág. 258 de la ref. (6)]

$$x = \text{intensidad} \cong 7,71 + 1,44y - 2,45 \ln r \quad (4.2)$$

d) Supondremos que las variables aleatorias Y, R son estocásticamente independientes. Se sigue que su F.D.P. conjunta $f_{Y,R}(y, r)$ será de la forma:

$$f_{Y,R}(y, r) = f_Y(y)f_R(r) \quad (5.2)$$

o sea,

$$f_{Y,R}(y, r) = \frac{6r}{125r_0^2} (9-y)^2 \quad (6.2)$$

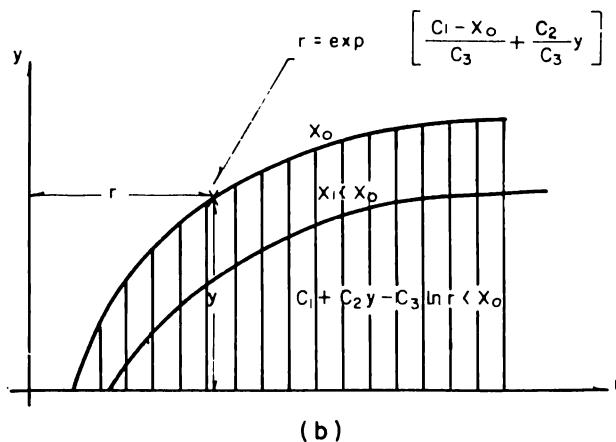
La F.D.A., o función de densidad acumulada de X , será entonces:

$$F_X(x) = P[X \leq x] = \iint_{R_X} f_{Y,R}(y, r) dy dr \quad (7.2)$$

donde R_X es la región del plano r, y , donde

$$g(Y, R) = c_1 + c_2y - c_3 \ln r < x \quad (8.2)$$

Para un valor dado de x , esta región la mostraremos en la Fig. (3)-b.



(b)

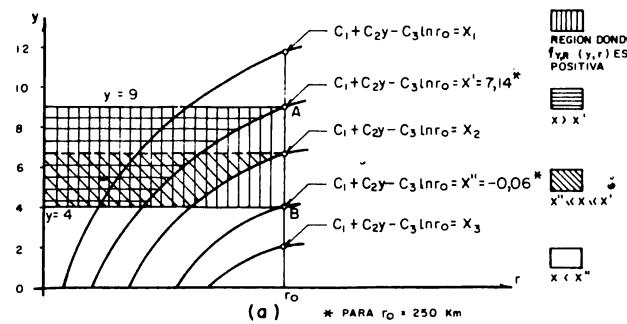


FIGURA 3

La región que consideraremos será la región donde $g(Y, R)$ sea positiva, o sea donde Y y R sean positivas, tal como se muestra en la Fig. (3)-a. La recta $r = r_0$ corta a las rectas $y = 9$, $y = 4$ en los puntos x' , x'' respectivamente, que para el valor de $r_0 = 250$ km estarán representados por las intensidades 7,14 y -0,06 respectivamente. Existirán entonces 2 curvas de parámetros x' , x'' , que pasan por los puntos A, B y que dividen a la región donde $f_{Y,R}(y, r)$ es positiva, en tal forma que existirá una parte de ésta donde $x > x'$, otra parte donde $x'' \leq x \leq x'$, y por último los valores de $x < x''$, que no pertenecen a la región.

2.1) Para $x > x'$ y $g(Y, R) = c_1 + c_2 y - c_3 \ln r < x$

$$\rightarrow r > \exp\left(\frac{c_1 - x}{c_3} + \frac{c_2}{c_3} y\right) = h(y, x) \quad (9.2)$$

La ecuación (7.2) queda entonces:

$$F_X(x) = \int_4^9 dy \int_{r_0}^{6r} \left[\frac{6r}{125r_0^2} (9-y)^2 \right] dr \quad (10.2)$$

La integración se puede llevar a cabo por partes sucesivas.

Se obtiene:

$$F_X(x) = 1 - K \exp(-2x/c_3) \quad (11.2)$$

La F.D.P. se obtiene, luego por derivación:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} = (2K/c_3) \exp(-2x/c_3) \quad (12.2)$$

Para los valores dados: $c_1 = 7,71$, $c_2 = 1,44$ y $c_3 = 2,45$ y para $r_0 = 250$ km se obtiene un valor de K igual

$$K = 4,4659 \quad (13.2)$$

$$x' = 7,14$$

2.2) Para $x'' \leq x \leq x'$ y $h'(y, x) = \exp\left(\frac{c_1 - x}{c_3} + \frac{c_2}{c_3} y\right)$
 $\rightarrow r > h'(y, x)$ (14.2)

Se tiene en consecuencia:

$$F_X(x) = \int_4^{y(x)} dy \int_{r_0}^{6r} \left[\frac{6r}{125r_0^2} (9-y)^2 \right] dr \quad (15.2)$$

$$\text{donde: } y(x) = \frac{x - c_1}{c_2} + \frac{c_3}{c_2} \ln r_0 \quad (16.2)$$

La integración es bastante más complicada que en el caso anterior. Se obtiene finalmente:

$$F_X(x) = 1 - A[(B-Cx)^2 + D(B-Cx) + E] + K_1 \exp(-2x/c_3) - G(B-Cx)^3 \quad (17.2)$$

con los valores: $A = 0,0196$; $B = 4,9600$; $C = 0,6944$; $D = 1,7014$; $E = 1,4474$; $G = 0,008$; $K_1 = 0,6837$

Como en el caso anterior, la F.D.P. se obtiene por derivación de la F.D.A:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (18.2)$$

Finalmente obtenemos los valores de $F_X(x)$ y de la $f_X(x)$ para cada valor de x , los cuales mostramos en la siguiente tabla:

TABLA I

x	$F_X(x)$	$f_X(x)$	OBSERVACIONES
-0,06 = x''	0,0315	-0,0090	Estos valores no cumplen la condición de que $f_{Y,R}(y, r)$ sea positiva.
0,00	0,0315	0,0109	
0,5	0,0701	0,1330	
1,0	0,1541	0,1984	
1,5	0,2597	0,2222	
2,0	0,3718	0,2243	
2,5	0,4811	0,2120	
3,0	0,5821	0,1915	
3,5	0,6716	0,1668	
4,0	0,7485	0,1408	
4,5	0,8123	0,1152	
5,0	0,8638	0,0912	
5,5	0,9038	0,0697	
6,0	0,9339	0,0511	
6,5	0,9555	0,0359	
7,0	0,9704	0,0242	
7,14 = x'	0,9736	0,0216	
7,5	0,9902	0,0125	
8,0	0,9935	0,0053	
8,5	0,9957	0,0035	
9,0	0,9971	0,0023	
9,5	0,9981	0,0016	
10,0	0,9987	0,0010	
10,5	0,9992	0,0007	
11,0	0,9994	0,0005	
11,5	0,9996	0,0003	
12,0	0,9998	0,0002	

$x'' \leq x \leq x' \rightarrow$ rango de aplicación de las ecuaciones (17.2), (18.2).

$x > x' \rightarrow$ rango de aplicación de las ecuaciones (11.2), (12.2).

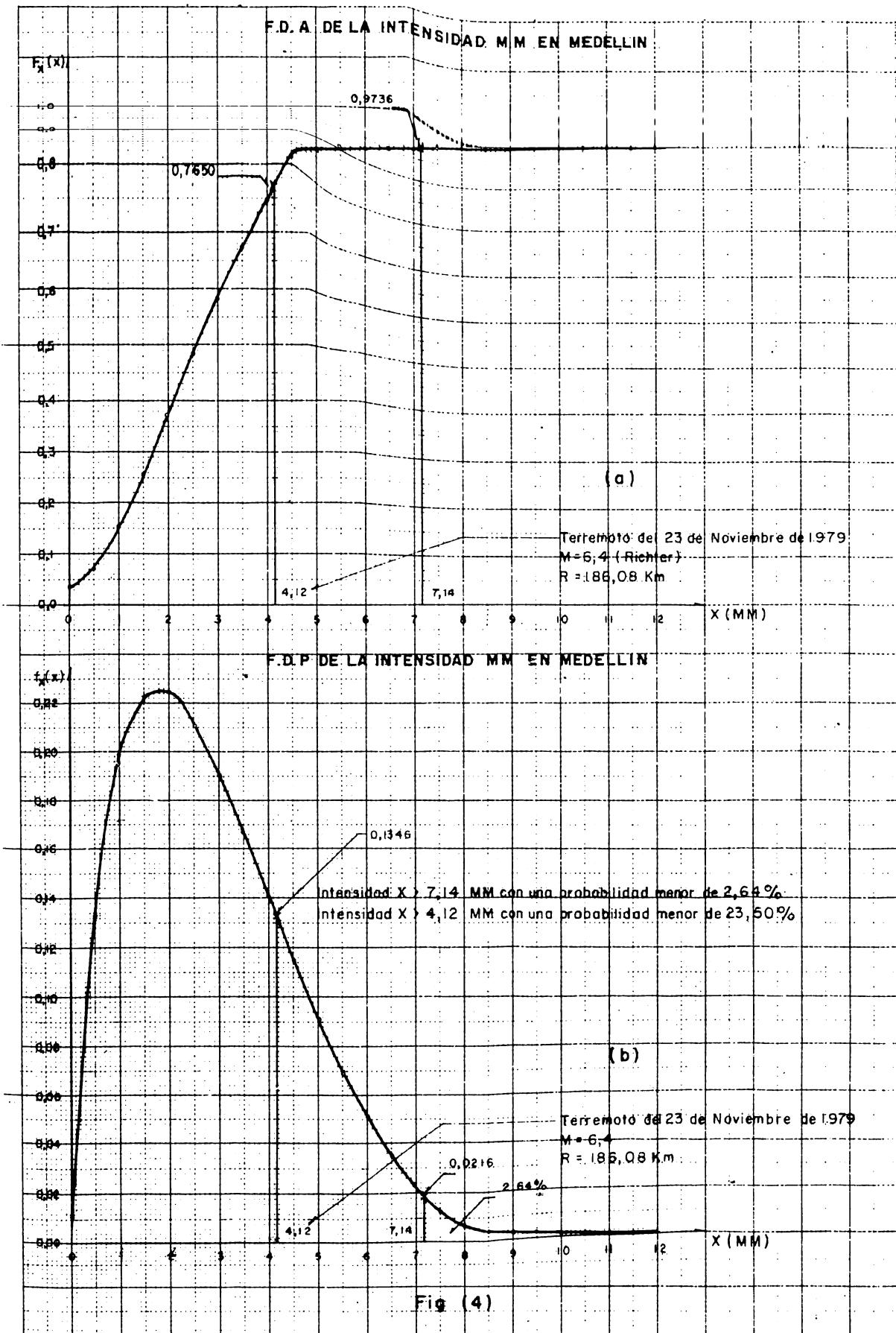


Fig. (4)

Como no hay sismos con intensidades negativas, la F.D.A debería pasar por cero. De hecho el error es muy pequeño, y puede explicarse por pequeños desajustes de las constantes, además de los errores de redondeo cometidos durante las operaciones. Los valores pueden aceptarse.

Hemos representado a estas funciones en las Figuras (4)-a y (4)-b.

De la Tabla I, podemos deducir que un terremoto con intensidad Mercalli modificada mayor de 7,00 tiene una probabilidad menor de ($1 - 0,9704 = 2,96\%$) de presentarse en Medellín. Del mapa de la Figura (2), obtenemos que la mayor probabilidad de sismos en el área, la presentan los recuadros Nos. (18), (19) y (40), así: Tabla II.

TABLA II

Recuadro No.	$p(x)$	Dist. Epicentral R(Km)	I(MM)(x)	M(y)	a (cm/seg ²)	T(años)
18	0,1039	226,76	7,00	8,74	42,31	97
19	0,1361	191,51	7,00	8,45	47,04	67
40	0,0676	184,45	7,00	8,38	47,95	61
40	0,0676	184,45	6,50	8,04	36,24	39
40	0,0676	184,45	5,50	7,34	20,87	16

Obtenemos de la Figura (2) la media de las distancias epicentrales de cada recuadro y calculamos por medio de la ecuación (4.2) la magnitud, M, (Richter), correspondiente a una intensidad MM de 7,00 obteniendo los tres valores que se muestran en la tabla. Por medio de la aplicación de la fórmula representada por la ecuación (19.2)*

$$a = 2000 \exp(0,8M)R^{-2} \text{ (cm/seg}^2\text{)} \quad (19.2)$$

hemos calculado la aceleración esperada del terreno, para cada par de variables correspondientes: M,R.

El par que arrojó un resultado más desfavorable, fue el correíativo al recuadro número 40. Por consiguiente, en el siguiente artículo, simularemos un terremoto de magnitud 8,38 Richter, a una distancia de 184,45 km, con el fin de determinar los espectros de diseño aplicables a terremotos con probabilidades de no ser superados con coeficiente de confianza del 97,04% y con un período de retorno T de 61 años; véase la Figura (1).

3) SIMULACION DE UN TERREMOTO DE MAGNITUD (8,38) Y DISTANCIA EPICENTRAL (184,45 Km), CON UNA PROBABILIDAD DE NO SER SUPERADO DEL 97,04%, PARA MEDELLIN, CON INTENSIDAD 7 MM Y PERIODO DE RETORNO DE 61 AÑOS.

* Esta ecuación es una modificación de la primera del grupo 16-4.6.2) de la referencia (6). Ha sido usada por Shou-nien Hou, referencia (9), y por nosotros en la referencia (6), en la simulación de terremotos, con excelentes resultados.

En la referencia (6) se trata extensamente el tema de simulación de terremotos. Aquí y como un tributo a la brevedad nos limitaremos a exponer algunos de los aspectos más importantes en los cuales se basa el modelo de simulación MULTI-PM, que utilizaremos.

Los movimientos de los terremotos, son, esencialmente, excitaciones aleatorias de banda ancha, con origen en un instante dado y de duración finita. Los consideraremos como el resultado de la superposición de numerosas ondas con múltiple contenido de frecuencias, o mejor, como procesos estocásticos no estacionarios. Se demuestra en la referencia (6) que tales procesos pueden representarse matemáticamente así:

$$\{\ddot{x}_o(t)\} = \psi(t) \{x_s(t)\} \quad (1.3)$$

donde

$\psi(t)$ = función determinística modulatriz o de intensidad

$\{x_s(t)\}$ = proceso estacionario

El proceso estacionario lo generaremos por medio de la superposición de ondas senoidales:

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_{gi} t + \phi_i) \quad (2.3)$$

donde

ϕ_i = n variables aleatorias independientes uniformemente distribuidas de 0 a 2π

$$A_i = [S_N(\omega_i) \Delta \omega]^{1/2} \quad (3.3)$$

donde

S_N = función de densidad espectral de potencia normalizada del proceso estacionario.

Tal como se demuestra en la referencia (6), puede definirse una zona donde los procesos estocásticos no estacionarios, pueden ser considerados como estacionarios. Se ha observado que la mayoría de los terremotos reales tienen un intervalo de tiempo estacionario de por lo menos 50% de la duración total del terremoto. Esto es lo que nos permite representar a los terremotos por movimientos estacionarios modulados, tal como en la ecuación (1.3), por funciones planas determinísticas de duración finita: $\psi(t)$. Como función de intensidad usaremos una muy simple de forma trapezoidal recomendada por Shou-nien Hou⁹.

Como función de densidad espectral de potencia utilizaremos la de Kanai-Tajimi^{6, 8, 9}.

Los parámetros más importantes que tendremos en cuenta para "modelar" un sistema serán:

sismo

- a) La duración esperada del terremoto.
- b) La aceleración máxima esperada del terreno.
- c) La forma de la función espectral de potencia.
- d) La forma de la función de intensidad.

No consideraremos otros parámetros, tales como las funciones de atenuación, pues se ha demostrado⁹, que para suelo firme, como el de Medellín, tienen menos importancia en el movimiento y en la respuesta que la de los cuatro parámetros contemplados.

Con estas bases se ha elaborado el programa MULTI-PM que hemos utilizado para generar el sismo propuesto.

El programa se puede ver en la referencia (6).

Adjuntamos los espectros elaborados por el programa MULTI-PM. En la Figura (5) presentamos los espectros de pseudo aceleración para amortiguamientos de $\xi = 0,00$; $\xi = 0,05$ y $\xi = 0,10$ en escala natural a la manera de Housner, para $M = 8,38$, $R = 184,45$ Km, y tales que $P(M > 8,38) < 2,96\%$. En la Figura (6) presentamos los mismos espectros pero en escala cuadrilogarítmica a la manera de Newmark. Puede observarse que la aceleración máxima, para $\xi = 0,00$ es de cerca de 1125 cm/seg^2 y para $\xi = 0,02$ de 560 cm/seg^2 . Estas aceleraciones son del orden de $1,14G$ y $0,57G$ respectivamente y son muy fuertes. Sería, por lo tanto, poco económico diseñar para una probabilidad tan pequeña de que M sea mayor de $8,38$. En la Tabla II hemos hecho, entonces, el cálculo para terremotos de intensidades MM de $6,50$ y $5,50$, equivalentes, para $R = 184,45$ km en el recuadro 40, a magnitudes de Richter $M = 8,04$; $M = 7,34$ y períodos de 39 y 16 años respectivamente.

Yendo a la Tabla I, o a la Figura (4), encontramos que

$$P(M > 8,04) < 4,45\% \quad (4.3)$$

$$P(M > 7,34) < 9,62\% \quad (5.3)$$

Hemos simulado también los terremotos correspondientes a estos dos grupos de parámetros y mostramos los espectros respectivos en las Figuras (7), (8), (9) y (10) a la manera de Housner y a la manera de Newmark. Los terremotos de magnitud $M = 8,04$ tienen la probabilidad: $1 - 0,0445 = 0,9555$ ($95,55\%$) de no ser superados en el área y los de magnitud $M = 7,34$, la probabilidad: $1 - 0,0962 = 0,9038$ ($90,38\%$) de no ser superados en la misma área. Nótese que estos últimos corresponden a los terremotos que se obtienen por amplificación de terremotos reales, aplicando los factores recomendados por Newmark (véase la referencia (6), pág. 267). Así los espectros de diseño deducidos por amplificación del terremoto del 23 de Noviembre de 1979^{6,10}, y que según Newmark¹¹, no serán excedidos o superados, con un 90% de confianza, deben corresponder a nuestro terremoto de intensidad $MM = 5,50$, o magnitud $M = 7,34$ que tiene una probabilidad del 90,38% de no ser superado. Las aceleraciones máximas obtenidas con estos espectros para $\xi = 0,02$ son del orden de 225 cm/seg^2 , o sea 2,5 veces más pequeña que la correspondiente al terremoto de $M = 8,38$ para una probabilidad del 97,04%. O sea que disminuyendo la probabilidad 1,07 veces ($97,04/1,07 = 90,38$) disminuiremos la aceleración 2,5 veces. Esto nos conduce a pensar que los espectros correspondientes a esta magnitud de $7,34$ deben tomarse como espectros de diseño, ya que representan prácticamente la misma seguridad con una aceleración 2,5 veces menor.

En la Figura (11) hemos dibujado con línea punteada un espectro suavizado para $\xi = 0,02$ y otro para $\xi = 0,10$. Obsérvese que coincide casi exactamente con el espectro deducido del terremoto del 23 de noviembre de 1979, por amplificación, siguiendo las reglas de Newmark^{6,10}, lo cual nos sirve de confirmación recíproca, tanto de nuestro terremoto simulado, como de las reglas de Newmark, como de la validez de la Tabla I, o de la Figura (4).

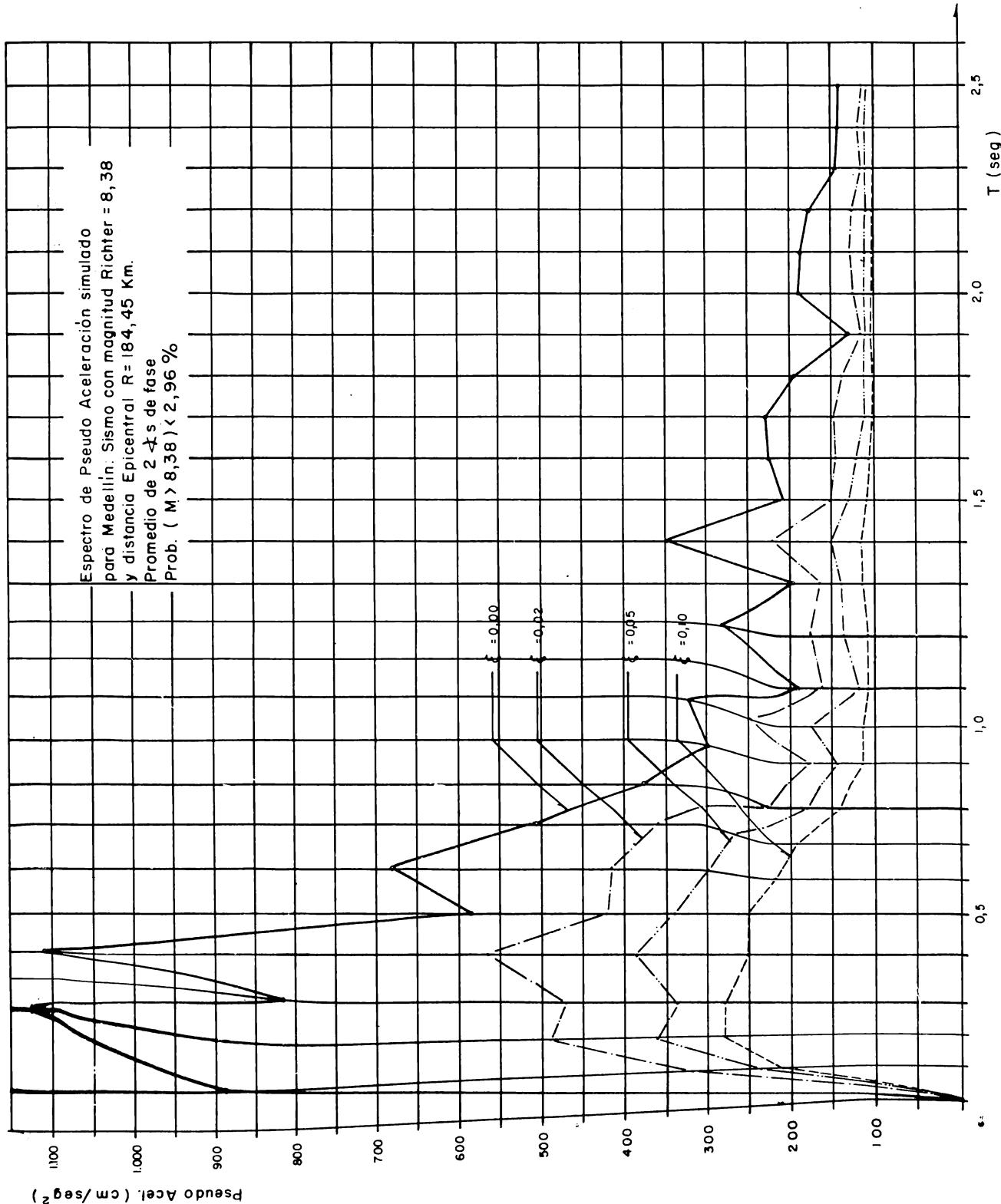


FIGURA 5

Espectro de respuesta para sismo con Magnitud Richter = 8,38 y
 distancia Epicentral = 184,45 Km.
 Promedio de 2 ángulos de fase
 $P(M > 8,38) < 2,96\%$
 Período de retorno 61 años

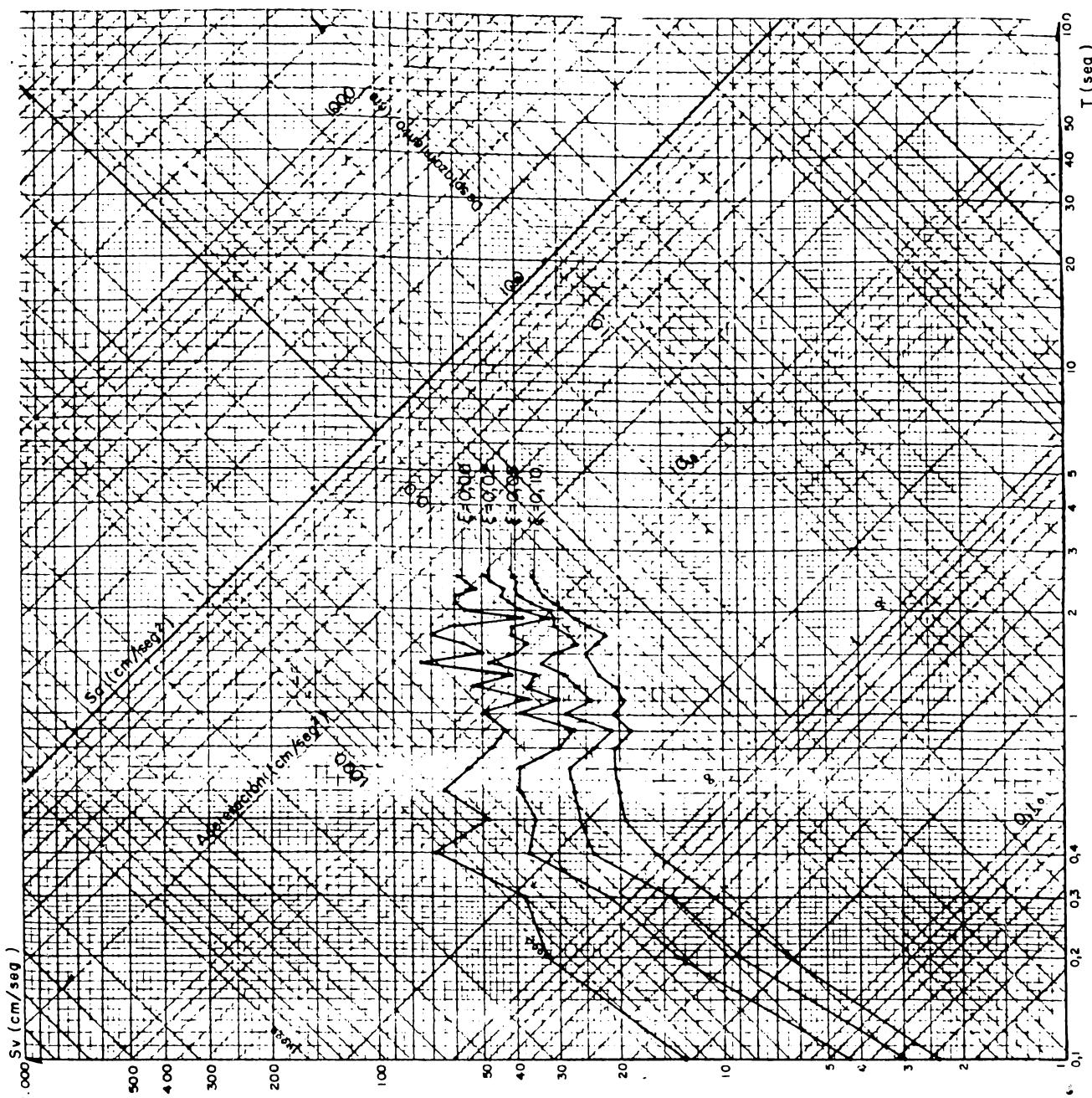


FIGURA 6

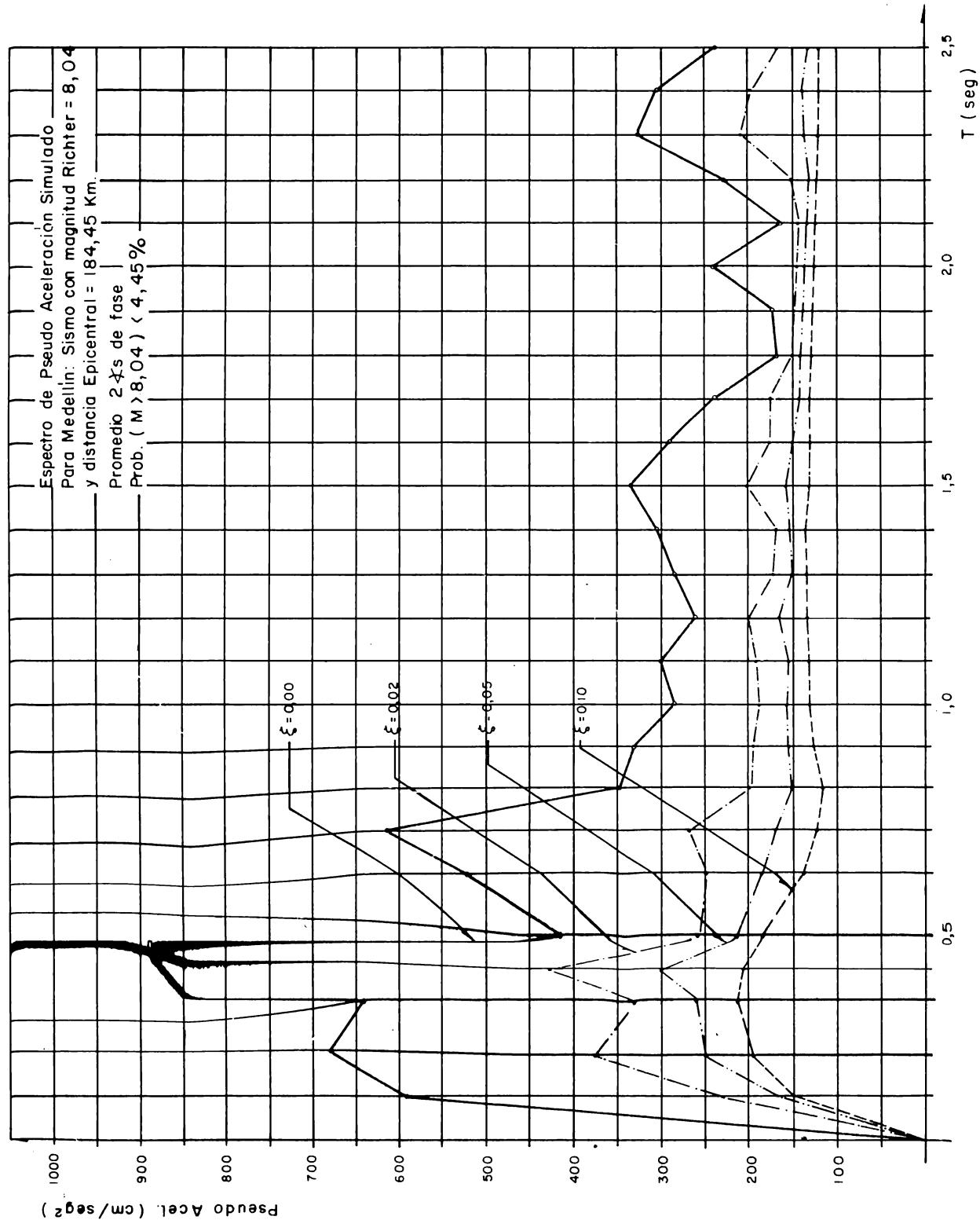


FIGURA 7

Espectro de respuesta para sismo con Magnitud Richter = 8,04
distancia Epicentral = 184,45 Km.

Para 2 ángulos de fase
 $P (M > 8,04) < 4,45\%$
Período de retorno 39 años

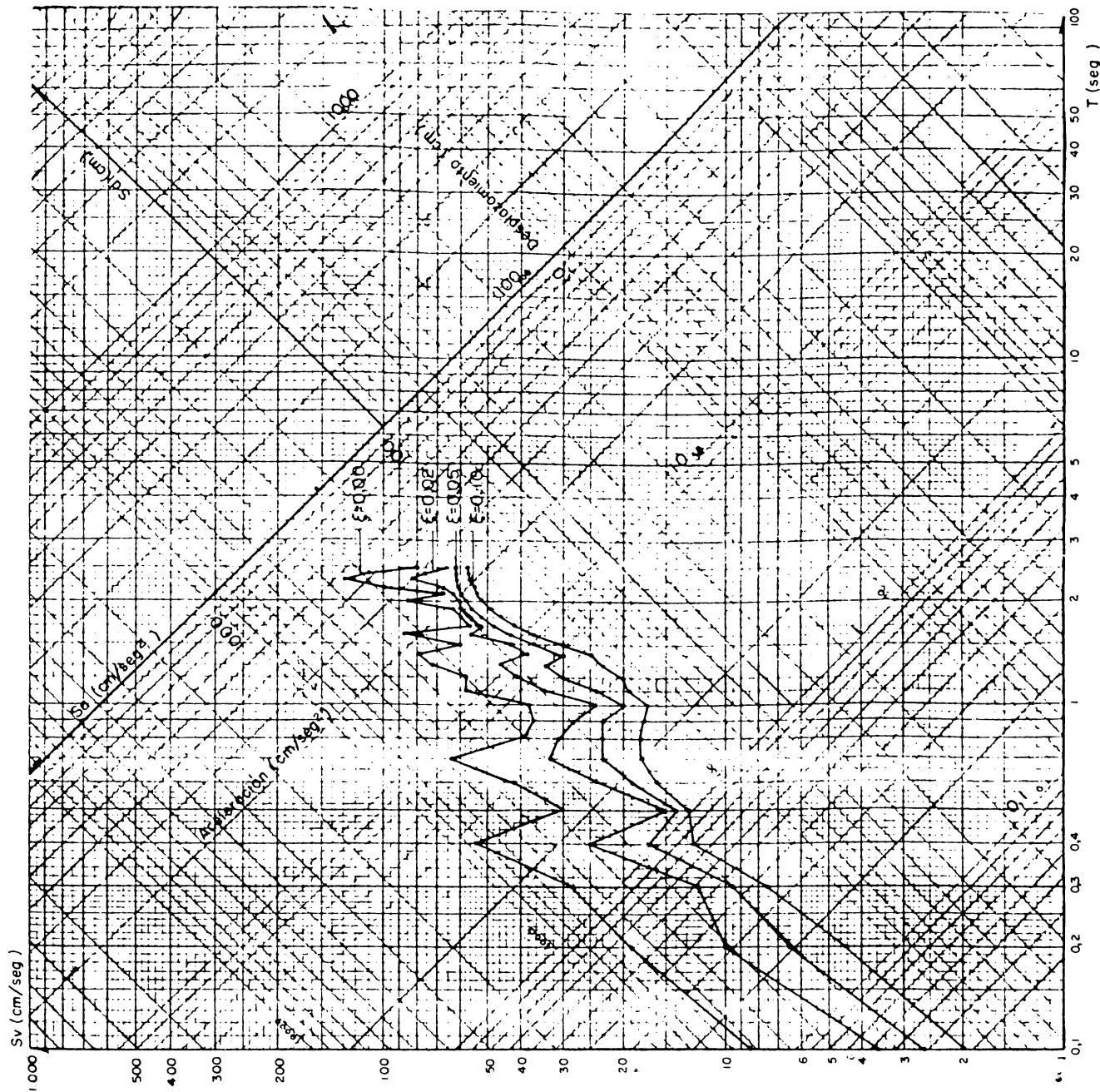


FIGURA 8

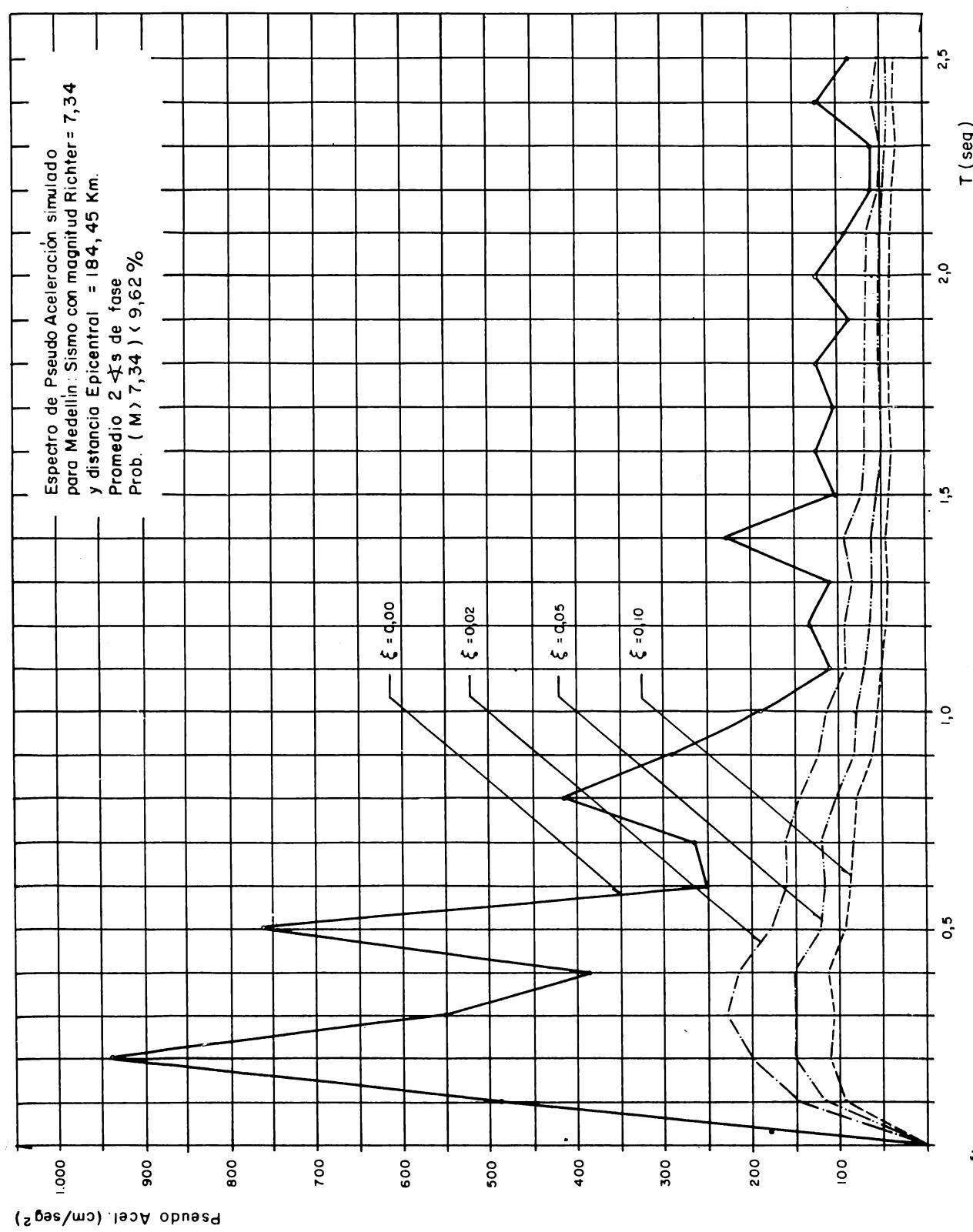


FIGURA 9

Espectro de respuesta para sismo de Magnitud = 7,34 y
 distancia Epicentral = 184,45 Km.
 $P(M > 7,34) < 9,62\%$
 Período de retorno 16 años
 Promedio de 2 ángulos de fase

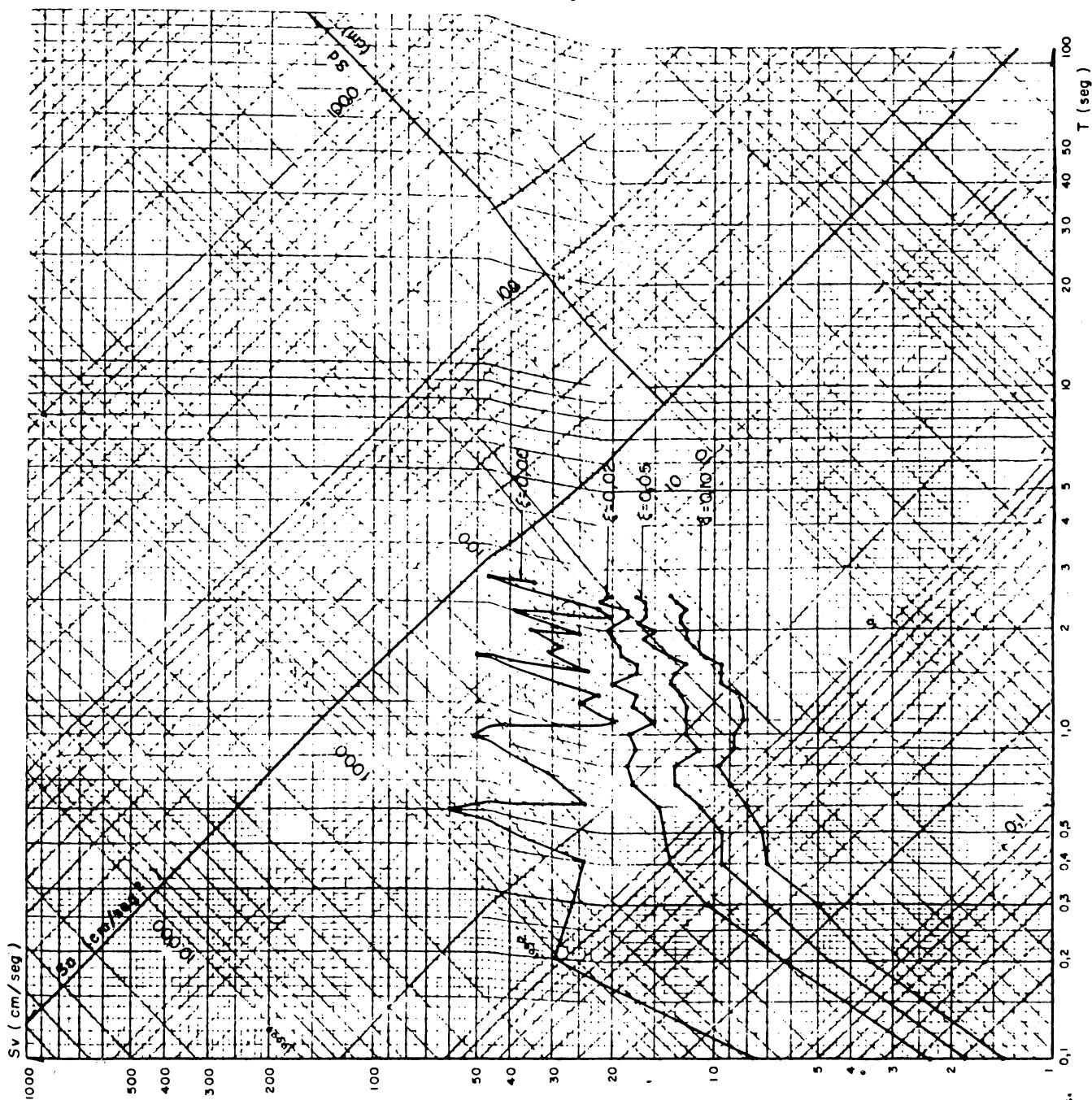


FIGURA 10

Espectro de diseño para Medellín
Sismo de Magnitud = 7,34 y
Distancia Epicentral = 184,45 Km.
 $P(M > 7,34) < 9,62\%$
Período de retorno 16 años

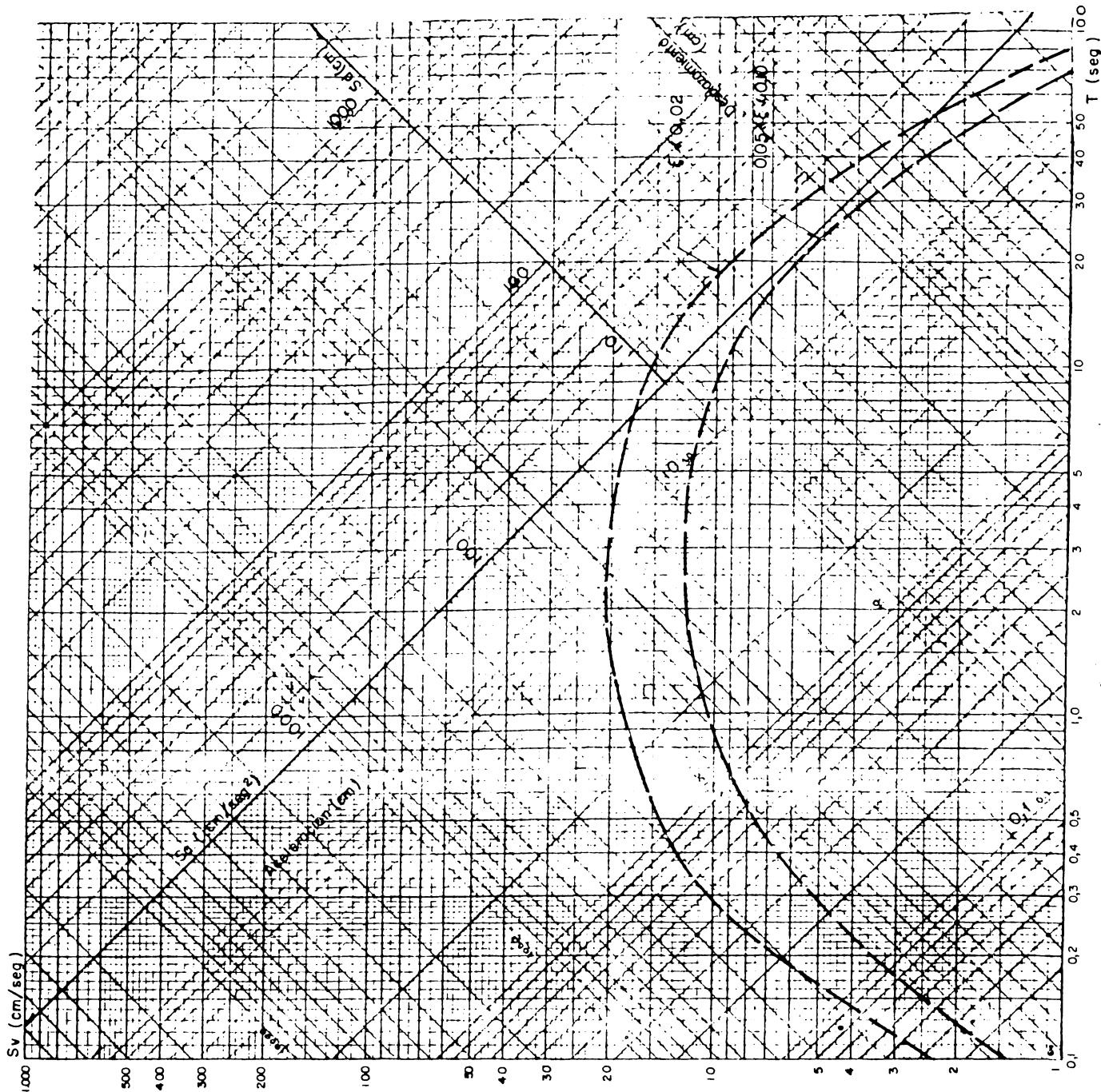


FIGURA 11

REFERENCIAS

- 1) Mesa O. J., Toro G. "ALGUNAS CONSIDERACIONES ACERCA DE LA ESTIMACION DE LAS FUERZAS PARA EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE EN LA CIUDAD DE MEDELLIN". Tesis de Grado. Fac. Nat. de Minas. 1979.
- 2) Ramírez J. E. "HISTORIA DE LOS TERREMOTOS EN COLOMBIA". Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Segunda Edición 1974.
- 3) United States Coast and Geodetic Survey. "PRELIMINARY EPICENTER DETERMINATION". Boulder Colorado. Bulletin, May 1974, December 1977.
- 4) National Ocean and Atmospheric Determination. "REGISTROS SISMICOS CON MAGNITUD, COORDENADAS DEL EPICENTRO Y PROFUNDIDAD FOCAL RECALCULADAS".
- 5) E. J. Gumbel. "STATISTICAL THEORY OF EXTREME VALUES AND SOME PRACTICAL APPLICATIONS". U.S. Dept. Commerce Appl. Math. Ser. 3,51 pp. 1954.
- 6) García Moreno G. "ELEMENTOS DE CALCULO ANTI-SISMICO". Fac. Nat. de Minas. Nov. 1985 (Próximo a publicarse).
- 7) Esteva. L., E. Rosenblueth. "ESPECTROS DE TEMBLORES A DISTANCIAS MODERADAS Y GRANDES". Bol. Soc. Mex. Ing. Sísmica, vol. 2 No. 1, Marzo 1964.
- 8) N. M. Newmark, E. Rosenblueth. "FUNDAMENTOS DE INGENIERIA SISMICA". Editorial Diana, México 1976. Traducción de "Fundamental of Earthquake Engineering" por J. L. Lepe 680 pág.
- 9) Shou-nien Hou. "EARTHQUAKE SIMULATION MODELS AND THEIR APPLICATIONS". M.I.T. Inter American Program in Civil Engineering. Dept. of Civil Engineering. School of Eng. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge Mass. 02139. Research Report R68-17. May 15, 1968. 276 pág.
- 10) García Moreno G. "INTRODUCCION AL CALCULO ANTISISMICO". Cap. II ("ESPECTROS DE FRECUENCIA Y ESPECTROS DE DISEÑO") Centro de Publicaciones. U. Nat. Medellín. 1984. 20 pág.
- 11) N. Newmark. "INTRODUCCION A LA INGENIERIA SISMORESISTENTE". Compilación de J. Marín. U.C. de Venezuela. Fac. de Ing. Civil. Depto. de Ingeniería Estructural. Folleto de Estructuras No. 10 Caracas 1976.

nuevo

VALOR: \$ 800.00

De venta en la Facultad Nacional de Minas, A.A. 1027 Medellín, Colombia.

Para envíos por correo en Colombia, remitir giro a nombre de UNIVERSIDAD NACIONAL por \$ 875.00
Para envíos al extranjero remitir cheque por US \$ 10.00

OTROS NUMEROS DE ANALES DE VENTA EN LA FACULTAD:

No.	NOMBRE	VALOR
40	Análisis Químico y Análisis Petrográfico de las Rocas de Antioquia. Antonio Durán	\$ 100.00
44	La Flotación, Robert Wokitel	\$ 100.00
46	Pisos para carreteras colombianas. Gabriel Hernández Salazar	\$ 150.00
48	Grado Colectivo de 1939.	\$ 150.00
54	Ecuaciones diferenciales Jorge Mejía Ramírez	\$ 100.00
56	Cálculo vectorial Luis de Greiff Bravo	\$ 100.00
59	Mineralogía determinativa (Ensayos Químicos) Gabriel Trujillo Uribe, 1984.	\$ 450.00
60	El hombre y su ambiente Julián Bedoya Velásquez, 1985	\$ 800.00

Para envíos por correo en Colombia, adicionar \$ 75.00 por cada ejemplar solicitado.

ISSN 0120-2561
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SECCIONAL MEDELLÍN
ANALES
DE LA
FACULTAD NACIONAL DE MINAS
**FLUJO EN TUBERIAS
Y
CANALES**
Rodrigo Cano Gallego
1985
No. 61



INGENIEROS GEOLOGOS DE MINAS Y PETROLEOS

Estudios geológicos de Superficie

Geología y Geotecnia Urbana

Fotointerpretación Geológica

Geotecnia

Excavación de Túneles

Evaluación de Yacimientos Minerales

Explotación de Minas por Administración

Diseño y Montaje de Plantas de Beneficio

Prospección del Subsuelo con Taladro

Estudios Geofísicos

Interventorías

Agrimensura y Geodesia

Medellín

Carrera 80 No. 49A-122

Teléfonos: 234 50 58 - 234 23 92 - 234 13 62

Apartado Aéreo 50152

Bogotá

Carrera 6a. No. 81-24, Piso 2

Teléfono: 211 25 29



GEOLOGIA Y MINERIA LTDA.

INGEMIN LTDA.

GÉOLOGIA GENERAL - GEOTECNIA

ESTUDIOS GEOLOGICO-MINEROS

CONCESIONES Y SERVICIOS DE EXPLORACION

ED. SURAMERICANA - CARRERA 52 No. 50-25, OF. 611

TELEFONO: 241 09 82