EVALUACION DE RESULTADOS BAJO CONDICIONES DE RIESGOS

Por Javier I. Sánchez A.

MBA. Syracuse University

Director E. del Departamento de Administración y Programación, U. N.

William Hannum

Ph. D. Universidad de Chicago

Profesor de la Universidad de Syracuse

Generalmente una decisión se toma en base al juicio subjetivo de una serie de alternativas, seleccionando la que más convenga según sus resultados esperados. Este artículo amplía este punto de vista llevando la apreciación de las circunstancias que rodean un problema a un punto subjetivo de utilidad medido en términos cuantitativos; este concepto se asocia con el riesgo de las posibles alternativas expresado en lenguaje probabilístico. Así, el estudio del concepto "valor esperado" o "esperanza matemática" encuentra en este tema otra aplicación, la cual nos la hace más familiar.

Para la mayoría de los administradores los resultados o rendimientos son el elemento más importante de un problema de decisiones. Estos resultados se pueden presentar bajo la forma de beneficios, ventas, participación en el mercado, días ininterrumpidos de trabajo, rotación de los empleados de una empresa, etc., en otras palabras, cualquier número de las unidades apropiadas que representen rendimiento a quien toma decisiones, en términos de uno a varios objetivos. En nuestra definición formal del problema de decisiones especificamos el resultado como el rendimiento o valor recibido de la elección de una estrategia y la ocurrencia subsecuente de un suceso.

Hemos reconocido previamente que la elección de la estrategia por quien toma las decisiones dependerá del grado de certidumbre que él le asigne a los posibles sucesos, así como de los resultados que él pueda recibir. En los casos en que estemos "seguros" de lo que pueda ocurrir cuando se elige una estrategia, sólo necesitamos darle un rango a los posibles resultados. Una graduación puede ser hecha, por ejemplo, preguntándole a quien toma las decisiones cuál es el orden de los resultados según su preferencia. Así, se escoge la estrategia que tenga la categoría más alta. Hay casos en que se presenta una medida conveniente o "natural" en los cuales los resultados se escalonan directamente o se calculan y luego se escalonan fácilmente, tales como beneficio en ventas, tasas de interés en capital invertido, etc. Así es razonable escoger la estrategia que tenga el máximo beneficio relacionada con ella.

Un ejemplo de toma de decisiones bajo certidumbre en que no haya medida conveniente "natural" puede ser el caso de un administrador que se enfrenta a aceptar o no uno de dos traslados o permanecer en su posición actual. Aunque están involucrados muchísimos factores tales como ingresos, localización geográfica, tipo de trabajo y perspectivas, el administrador sólo necesita escalonar las tres estrategias o posiciones según sus preferencias personales para tomar la decisión. El no necesita saber en cuánto una estrategia o posición es preferida a otra; sólo cuál es preferida.

NOCION DE UN INDICE DE PREFERENCIAS

Cuando al elegir una estrategia pueden ocurrir varios sucesos y quien toma la decisión no puede predecir los resultados, es insuficiente un escalonamiento o medida ordinal. Veremos más adelante que es necesario tener una medida que no sólo escalone los sucesos sino también que de alguna manera indique qué tanto más se prefiere un conjunto de rendimientos sobre otro. Esencialmente, ésto significa que bajo condiciones de incertidumbre o riesgo necesitamos un índice de preferencia o utilidad con el cual se midan las preferencias relativas de los rendimientos.

Como ejemplo, supongamos un administrador que debe decidir si asegurar o no contra incendio un edificio que él ha comprado recientemente. En este ejemplo el valor del edificio es de $ 100.000 y se puede asegurar pagando una cuota de $ 5 por cada mil asegurados hasta $ 25.000 y de ahí en adelante $ 2 por cada mil. El puede autoasegurarse, es decir, correr él mismo el riesgo; asegurarse completamente o tomar una póliza de seguro parcial. Para no complicar el análisis, se van a considerar tres estrategias y tres resultados.

Estrategias:

a_1 Autoseguro

a_2 Seguro parcial contra pérdida superior a $ 25.000

a_3 Seguro completo

Sucesos:

0_1 Ausencia total de daño por incendio

0_2 Daño parcial, digamos una pérdida de $ 25.000

0_3 Daño total por incendio

En este caso, como en la mayoría, se presentan muchas más estrategias y resultados que los mencionados antes.

La siguiente tabla muestra los posibles sucesos por estrategias de seguro y los daños de incendio durante un año dado para el caso de un edificio de $ 100.000.

	0_1	0_2	0_3
Estrategias de Seguros	Ausencia de Daño	Daño Parcial por – $ 25.000	Daño total
a_1 Autoseguro	$ 0	– $ 25.000	– $ 100.000
a_2 Seguro contra pérdida mayor de $ 25.000 solamente	– $ 150	– $ 25.150	– $ 25.150
a_3 Seguro completo	– $ 275	– $ 275	– $ 275
Probabilidades de los Sucesos	0,996	0,003	0,001

Se puede suponer que en este caso las probabilidades se refieren a la frecuencia relativa de daños por incendio en edificios semejantes en construcción, antigüedad, uso y localización. Lo importante aquí es por cuánto debe el administrador asegurar el edificio contra daños por incendio. Se supone que él ignora voluntariamente otros aspectos del problema diferentes de los sucesos y las probabilidades de la tabla anterior, para hacer su decisión. Esta hipótesis no es necesaria, pero reduce los detalles que podríamos considerar.

La elección de estrategia sería fácil si el administrador supiera lo que va a ocurrir; simplemente escogería la estrategia que tuviera el mínimo gasto. En vista de la incertidumbre de la ocurrencia de un incendio y del alcance de sus daños, es necesario adoptar un método que trate los riesgos involucrados.

CRITERIO DEL OPTIMO RENDIMIENTO ESPERADO

Los teóricos en decisiones han sugerido el uso de un rendimiento promedio ponderado como una medida para evaluar una estrategia en situaciones de toma de decisiones que son repetitivas y ocurren bajo condiciones similares. Es decir, si una decisión debe ser hecha con frecuencia y bajo circunstancias semejantes, el rendimiento "esperado" o el rendimiento promedio puede ser índice aceptable de la importancia de una estrategia. Entonces cuando se puede disponer de varias estrategias, quien toma la decisión calcula el rendimiento esperado para cada una y elige la estrategia que tenga el rendimiento esperado más halagador. Esencialmente ésto significa hacer una elección entre estrategias de tal suerte que "en promedio" quien toma la decisión hace lo mejor que puede. Como ejemplo para repasar la noción de valor esperado podemos calcular la ganancia promedio por lanzamiento en un juego repetitivo de lanzar una moneda en el cual una "cara" significa una ganancia de \$ 2 y un "sello" una pérdida de \$ 1 para cada lanzamiento. Si la moneda es correcta, entonces hay una probabilidad de 0.5 de caer "cara" y 0.5 de caer "sello". Entonces, cerca del 50 % de las veces en un número muy grande de lanzamientos, la persona gana \$ 2 y el otro 50% pierde \$ 1. El valor monetario esperado de la ganancia en una serie de lanzamientos de la moneda es \$ 0.50 como se muestra en seguida:

VALOR GANADO	PROBABILIDAD	VALOR POR PROBABILIDAD
X	P (X)	X x P (X)
\$ 2	0,50	2 x 0,50: \$ 1,00
– \$ 1	0,50	– 1 x 0,50: –\$ 0,50
		\$ 0,50

En general se define el valor esperado E (X) de una serie de valores X1, X2, X3,. . . Xn, cuyas probabilidades son P(X1), P(X2), P(X3),. . . P(Xn), respectivamente, de la siguiente manera:

$$E(X) = X1.P(X1) + X2.P(X2) + X3.P(X3)\ldots + Xn.P(Xn).$$

Como otro ejemplo, supóngase que un vendedor puerta a puerta de máquinas de coser ofrece máquinas nuevas y usadas. La probabilidad de que venda una máquina nueva en una sola visita es 0,15, la probabilidad de que venda una máquina usada es 0,10 y la probabilidad de que no venda es 0,75. El vendedor recibe una comisión de \$ 30 por cada máquina nueva que venda y \$ 10 por cada máquina usada. De los datos anteriores se deduce que su comisión esperada es de \$ 5,50 como se demuestra enseguida:

SUCESO	COMISION	PROBABILIDADES	PRODUCTOS
No Vende	\$ 0	0,75	0 x 0,75: \$ 0,00
Vende Máquina Nueva	\$ 30	0,15	30 x 0,15: \$ 4,50
Vende Máquina Usada	\$ 10	0,10	10 x 0,10: \$ 1,00
		SUMA:	\$ 5,50

El vendedor puede usar esta comisión esperada por ofrecimiento junto con el costo esperado o costo promedio para decidir si debe continuar vendiendo estas máquinas y en caso afirmativo, si debe tratar de mejorar la productividad de las ventas. Parece razonable usar la comisión esperada por ofrecimiento en este caso porque el vendedor hace un gran número de ofertas de naturaleza similar cada mes. Un rendimiento ponderado promedio por llamada resume bien la información pertinente para algunas de las decisiones que el vendedor debe tomar.

Regresemos ahora al ejemplo de los seguros y discutamos la aplicabilidad del rendimiento esperado en problemas similares de decisión. Supóngase que examinamos los siguientes criterios para nuestro administrador con el problema de cómo asegurar su edificio de $ 100.000 contra daños de incendio para el año próximo.

CRITERIO

Para cada estrategia calcule el rendimiento esperado (pérdida monetaria o cuota pagada). Adopte la estrategia con el mejor rendimiento esperado (mínima pérdida o pago esperado). Basándonos en la primera tabla, los cálculos se efectúan así:

ESTRATEGIA:

a_1 Autoseguro: 0 x 0,996 + (-25.000) (0,003) + (-100.000) (0,001): −175

a_2 Seguro Parcial: (-150) (0,996) + (-25.150) (0,003) + (-25.150) (0,001): −250

a_3 Seguro Total: (-275) (0,996) + (-275) (0,003) + (-275) + (-275) (0,001): −275

Según los cálculos, el rendimiento o pérdida esperados es mínimo si el administrador se autoasegura. (Nosotros pudimos suponer esto, puesto que las cuotas deben reflejar la necesidad de que la compañía aseguradora cobre por encima del promedio asegurado para cubrir costos de administración y utilidades).

Si el administrador aplica el criterio anterior, se autoasegura. Sin embargo no podemos estar seguros de que nuestro administrador decidirá realmente autoasegurarse. El puede pensar que si la situación de sus activos fuera tal que pudiera fácilmente absorber la pérdida de $ 100.000 (que hemos supuesto igual a la pérdida del edificio) y si se ha enfrentado repetidamente a problemas de este tipo, seleccionaría la estrategia de autoseguro ya que tiene el mínimo costo esperado. Pero supongamos que nos dice que su situación financiera es tal que aún con esa pequeña probabilidad no puede soportar una pérdida de $ 100.000 y realmente no decide autoasegurarse. Además, supóngase que desea asumir algo de las pérdidas por incendio y decide "asegurarse parcialmente". Aparentemente nuestro administrador escalona las situaciones de riesgo asociadas con la estrategia "seguro parcial" considerándola más importante que las de seguro total y autoseguro.

INDICE DE UTILIDAD DE VON NEUMANN MORGESTERN

En los siguientes párrafos se explicará la medida de utilidad de von Neumann Morgestern la cual bajo ciertas circunstancias nos capacitará para predecir la elección de quien toma decisiones de estrategia bajo riesgo. Esta medida está basada en la noción de valor esperado como un modo de contabilizar la incertidumbre sobre lo que pueda ocurrir. Pero el cálculo del valor esperado no se hace con los rendimientos "naturales" (costo en pesos en este caso), sino con números de utilidad asociados con los rendimientos naturales. La asociación de los números de utilidad a los rendimientos reales se hace de tal manera que el orden de preferencia personal de quien toma las decisiones está reservado de acuerdo con los posibles resultados o consecuencias que puedan presentársele después de hacer su elección. Esto quiere decir que los grados relativos de preferencia entre los resultados experimentados por el individuo están indicados por los números de utilidad por él asignados.

Veamos ahora cómo puede obtenerse la medida y su aplicación al problema de nuestro administrador. Para definir su función de utilidad tenemos que discutir primero con él, cuáles son sus preferencias para situaciones de azar o loterías en la escala de categorías de los valores monetarios inherentes a su problema de decisión, según la primera tabla, en la cual los rendimientos posibles caen en el intervalo $ 0 y – $ 100.000 inclusive. Inicialmente extenderemos este intervalo para incluir $ 0 y +$ 1.000 y poder trabajar desde un principio con rendimientos positivos. Hacemos esto porque los rendimientos positivos (o ganancias) son más manejables cuando no se está familiarizado con la técnica von Neumann Morgestern.

El primer paso consiste en definir qué es una lotería. Una lotería es una ventura arriesgada que se compone de premios con sus respectivas probabilidades de ganar y que han de ser entregados al poseedor de una boleta. Empezamos con dos loterías según la siguiente composición:

LOTERIA I El poseedor de la boleta gana:

Premio A con probabilidad p

Premio C con probabilidad 1-p

LOTERIA II El poseedor de la boleta gana:

Premio B con probabilidad 1.

De esta manera la lotería I presenta una oportunidad bajo riesgo; el poseedor de la boleta o gana el premio A o el C. La lotería II es una "cosa segura": el poseedor de la boleta obtiene el premio B con certeza; en otras palabras con probabilidad 1. Nuestro procedimiento consistirá en comparar loterías de la forma de la lotería I, teniendo en cuenta la lotería II como "referencia". Normalmente estas loterías se ordenan después de que hayamos encontrado que quien toma la decisión prefiere A a B, B a C y A a C. De otra forma si por ejemplo A y C fuesen preferidas a B, la lotería I siempre será preferida a la lotería II, no importa el valor de p.

Dadas estas características básicas de las loterías I y II exponemos la manera bajo la cual se asignan las utilidades de von Neumann Morgestern; es decir, las reglas que establecen las medidas de utilidad.

REGLAS PARA ASIGNAR LOS NUMEROS DE UTILIDAD VON NEUMANN MORGESTERN

1.– La utilidad asignada a una lotería es el valor esperado de las utilidades de los componentes de la lotería, es decir la utilidad esperada de la lotería.

2.– Si quien toma la decisión no prefiere la lotería I a la II ni la lotería II a la I, entonces se dice que es *indiferente* a ambas loterías y así tendrán los mismos números de utilidad.

Supóngase que abordamos a nuestro administrador para preguntarle sobre sus preferencias entre proyectos de azar o loterías que tengan premios en dinero. Nuestro derrotero es llenar la siguiente tabla (función) de utilidad del dinero que usamos para predecir la estrategia del administrador. Como en el caso de diseñar un termómetro, nos sentimos libres de señalar dos puntos en nuestra escala que relaciona la "utilidad" y el dinero. Por ejemplo en un termómetro centígrado se le asigna 0^{o} a la temperatura en la cual el agua se congela y 100^{o} al punto en el cual el agua hierve. Los puntos de congelación y ebullición del agua son diferentes en los termómetros Fahrenheit pero se obtienen idénticas conclusiones de los experimentos, no importa la escala de temperatura que se use: Centígrados o Fahrenheit. Del mismo modo, estamos libres desde el comienzo, a asignar números de utilidad arbitrariamente a cualquier par de valores en pesos. Esto es cierto para cualquier variable a la cual estemos interesados en asignarle una función de utilidad, como puede ser el caso de números de unidades vendidas o números de días ininterrumpidos de trabajo. Ahora, supóngase que le asignamos una utilidad de 0 a \$ 0 y una utilidad de 1 a \$ 100. No hay que olvidar que se pueden hacer diferentes asignaciones al punto de origen (0) y a la unidad de medida de la escala de utilidad que han de conducir a resultados equivalentes. También hay que recordar que no se puede interpretar una utilidad cero como un cero absoluto, una vez más se aclara que es como cero grados en un termómetro. Una utilidad cero significa que quien toma la decisión no se siente estimulado por el correspondiente valor en pesos; es como si se dijera que cero grados significa falta de temperatura.

La *función* de utilidad de nuestro administrador se puede expresar como sigue:

\$ X	U(\$ X)
100	1
0	0

Para obtener un tercer punto de la función le preguntamos a nuestro administrador que nos diga para cuál valor de X es indiferente a las dos loterías siguientes:

LOTERIA I $ X Con probabilidad 0,5

$ 0 Con probabilidad 0,5

LOTERIA II $ 100 Con probabilidad 1

Supongamos que el administrador después de considerarlo mucho decide que para $X = 240$ prefiere la lotería II y que para $X = 250$ él prefiere la lotería I, pero que para $X = 245$ es indiferente para ambas loterías.

En este punto de indiferencia por parte del administrador, las siguientes loterías tienen probabilidades iguales.

LOTERIA I $ 245 Con probabilidad 0,5

$ 0 Con probabilidad 0,5

LOTERIA II $ 100 Con probabilidad 1

Sea que escribimos U(I) como la utilidad de la lotería I y U($X) como la utilidad de $X. Ahora de acuerdo con nuestro administrador y la "regla 2" cuando $X = 245$, $U(I) = U(II)$.

Sin embargo,

$$U(I) = 0{,}5 \times U(245) + 0{,}5 \times U(0)$$

y $$U(II) = 1 \times U(100)$$

de acuerdo con la "regla I".

Además podemos escribir,

$$U(I) = 0{,}5 \times U(245) + 0{,}5 \times 0 = 1 \times 1 = U(II)$$

y resolviendo para U (245), aritméticamente.

$$0{,}5 \times U(245) = 1$$

$$U(245) = \frac{1}{0{,}5} = 2$$

Así podemos escribir un tercer punto en *la función de utilidad del* administrador sabiendo que una utilidad de 2 corresponde a *$ 245*.

PESOS $X	UTILIDAD DE $X
.	.
.	.
510	3
245	2
100	1
0	0
.	.
.	.

Para obtener el cuarto punto mostrado en la tabla establecemos las siguientes loterías y le preguntamos para cual valor de X es indiferente entre ambas loterías.

LOTERIA III $ X Con probabilidad 0,5

$ 100 Con probabilidad 0,5

LOTERIA IV $ 245 Con probabilidad 1

Supóngase que el administrador dice que para X = 510 es indiferente para ambas loterías.

Entonces, $U(III) = 0,5 \times U(510) + 0,5 \times 1 = 1 \times 2 = U(IV)$

$$0,5 \times U(510) = 2 - 0,5 = 1,5$$

De esta manera se puede formar la función de utilidad en términos monetarios mientras el administrador responda nuestras preguntas de comparar loterías. Realmente lo que necesitamos son los valores de utilidad para cantidades específicas $ 0, – $ 150, – $ 275, – $ 25.000, – $ 25.150, y – $ 100.000, para resolver el problema de los seguros.

En seguida vamos a obtener la utilidad de – $ 150 de la misma manera como se han obtenido otros valores de la función de utilidad del administrador. Para obtener un valor específico de utilidad, le tenemos que hacer al administrador una pregunta algo diferente. El comparará loterías con premios dados y deberá decirnos la probabilidad para la cual él es indiferente a dos loterías con premios bien definidos. Entonces esta vez expresamos las loterías del siguiente modo:

LOTERIA V: \$ 100 Con probabilidad p

−\$ 150 Con probabilidad 1−p

LOTERIA VI: \$ 0 Con probabilidad 1

Supongamos que nuestro administrador diga que para p = 0,7 es indiferente entre estas dos loterías. Esto aparenta ser más difícil de contestar que el caso de la lotería anterior en la cual el riesgo era 50 – 50. Pero es posible que con suficiente talento e introspección una persona pueda determinar el valor de p para el cual sea indiferente entre loterías tales como la V y la VI. Con 0,7 como valor de p en la lotería V obtenemos:

$$U(V) = 0{,}7 \times U(100) + 0{,}3 \times U(-150) = 1 \times U(0) = U(VI)$$

$$0{,}7 \times 1 + 0{,}3\ U(-150) = 0$$

$$0{,}3 \times U(-150) = -0{,}7$$

$$U(-150) = \frac{-0{,}7}{0{,}3} = -2\ 1/3$$

De una manera análoga pudimos completar la función de utilidad de nuestro administrador en el intervalo de valores de los posibles resultados de su problema de decisión de seguros. Supóngase que sus utilidades son las siguientes:

Pesos \$ X	510	245	100	0	−150	−275	−25.000 −25.100	−100.000
Utilidad de \$ X	3	2	1	0	$-2\,1/3$	$-5\,3/4$	−600	−3.000

Antes de comentar más adelante las restricciones relevantes y algunos otros temas de la función de utilidad von Neumann Morgestern podemos verificar si la aplicación de las utilidades obtenidas para el administrador nos conducirán a la misma decisión que él ya hizo. (Recuérdese que antes se dijo que él prefería asegurarse contra una pérdida de más de \$ 25.000).

Podemos considerar cada una de las estrategias como venturas de azar o loterías.

LOTERIA I (AUTOSEGURO)

\$ 0 Con probabilidad 0,996

– \$ 25.000 Con probabilidad 0,003

– \$ 100.000 Con probabilidad 0,001

LOTERIA II (PARCIALMENTE ASEGURADO)	– \$ 150	Con probabilidad 0,996
	– \$ 25.150	Con probabilidad 0,004

LOTERIA III – \$ 275 Con probabilidad 1

(SEGURO TOTAL)

Anteriormente se obtuvieron los valores esperados de estas loterías en términos monetarios, así:

$$E(I): \quad -\$\ 175$$

$$E(II): \quad -\$\ 250$$

$$E(III): \quad -\$\ 275$$

Aunque la lotería I (Estrategia I) tuvo el mínimo valor monetario esperado nuestro administrador escogió la estrategia II. Asignándole utilidades a las loterías o estrategias y de acuerdo con los valores esperados de las utilidades de los rendimientos, obtenemos:

$$EU(I) = 0 \times 0{,}996 + (-600)(0{,}003) + (-3.000)(0{,}001)(0{,}01) = -4{,}80$$

$$EU(II) = (-21/3)(0{,}996) + (-600)(0{,}004) = -4{,}72$$

$$EU(III) = (-53/4)(1) = -5{,}75$$

Como conocíamos la función de utilidad (en términos monetarios) del administrador pronosticamos que él se aseguraría parcialmente puesto que la máxima utilidad esperada ocurre con la estrategia II. Es necesario aclarar que no se está diciendo que el administrador prefiere la estrategia II –asegurarse parcialmente– porque la utilidad para la estrategia es máxima; más bien, la utilidad de la estrategia II es máxima porque él prefiere esta estrategia a cualquier otra. Hemos codificado su utilidad para el dinero y puesto que él desea considerar los rendimientos de las estrategias en términos monetarios, nuestro cálculo de la utilidad esperada es consistente con la decisión que él hizo. Recuérdese que él llegó a su decisión después de analizar su deseo de aceptar los riesgos involucrados.

Estos resultados implican que mientras no cambie la función de utilidad del administrador en términos monetarios, él sólo necesita determinar las estrategias, los resultados posibles, las probabilidades y los rendimientos en pesos. Usando estos datos él puede calcular las utilidades esperadas de las estrategias disponibles, y seleccionar la estrategia que tenga la máxima utilidad esperada y hará la misma elección como si hiciera un completo análisis de sus preferencias; en efecto, cualquiera puede hacer los cálculos como se ha demostrado.

Si él desea considerar otros factores diferentes a los rendimientos monetarios, tenemos que obtener su función de utilidad de los rendimientos que incluyan combinaciones tanto de pesos como de otros factores (quizá algunos efectos de daño por incendio diferentes de pérdidas monetarias).

La medida de utilidad de von Neumann Morgestern, de ninguna manera se limita a resultados medidos en términos monetarios. Como se mencionó antes, la regla para definir la función de utilidad depende de la comparación de loterías u oportunidades de azar que conlleven premios. Los premios pueden ser de cualquier clase.

HIPOTESIS BASICAS SOBRE LA MEDIDA VON NEUMANN MORGESTERN.

Hasta ahora se ha descuidado la importancia de algunas restricciones e hipótesis en las cuales se basan nuestras medidas de utilidad. Hay en efecto varias suposiciones hechas sobre la conducta individual y la interpretación de la preferencia que debe ser adherida consistentemente al uso de la noción de utilidad. Toda persona debe aceptar las siguientes hipótesis de la medida de utilidad de von Neumann Morgestern para que ésta sea válida.

HIPOTESIS 1. Es posible expresar las preferencias entre todos los pares posibles de resultados o entre todos los pares posibles de loterías.

Esto significa que cuando el que toma la decisión se enfrenta con dos posibles resultados o loterías o quizá un posible resultado con certeza y una lotería que incluya más de un resultado, él puede decidirse por alguna de ellas o preferir ambas con la misma intensidad.

HIPOTESIS 2. Si la propuesta A se prefiere a la propuesta B y ésta a la C, entonces la propuesta A se prefiere a la C.

HIPOTESIS 3. Cuando una persona que prefiere A a B, B a C y A a C se encuentra ante una elección entre la propuesta B con certeza y una lotería con las propuestas A y C como premios, con probabilidad p de premio A y probabilidad 1-p de premio C, habrá un valor de p para el cual la lotería es preferida a la propuesta B con certeza.

Para aclarar esta hipótesis consideremos el siguiente ejemplo: Un empleado está seguro de que el departamento de la empresa donde trabaja va a ser reorganizado y muchas de sus funciones trasladadas a otras localidades. Se sabe que estos sitios pueden ser bien dentro de la ciudad A donde él vive, en la ciudad B o en la ciudad C. Sus preferencias por las ciudades como sitios de residencia son tales que él prefiere A a B, B a C y A a C. El cree que si solicita cambio a B se lo conceden con seguridad; sin embargo si él se muestra indiferente puede ser trasladado bien a B o a C. Podemos así expresar su problema en forma de dos "loterías".

LOTERIA I Ciudad A con probabilidad p

LOTERIA II Ciudad C con probabilidad 1−p

LOTERIA III Ciudad B con certeza

Ahora, si p = 1 él prefiere la lotería I; y si p = 0 él prefiere la lotería II. Para valores de p próximos a 1, él prefiere la lotería I y para valores de p próximos a 0 él prefiere la lotería II. Parece razonable argumentar que debe existir un punto único donde cambia de preferencia de la lotería I a la II a medida que p varía de 1 a 0 o de 0 a 1. (Suponemos es éste el punto en donde el empleado es indiferente a ambas loterías).

HIPOTESIS 4. Cuando un individuo prefiere la propuesta A a la propuesta B y se encuentra frente a dos loterías que incluyen las mismas dos propuestas A y B, él prefiere la lotería en la cual la probabilidad de A es mayor.

HIPOTESIS 5. Cuando un individuo prefiere la propuesta A a la B y la propuesta C es una tercera alternativa, entonces él prefiere una lotería que incluya las propuestas A y C a una lotería idéntica que incluya las propuestas B y C.

En las hipótesis 2, 3, 4 y 5 se interpreta el término propuesta como una lotería o juego como si fuera un resultado específico único. De esta manera se supone implícitamente que quien toma la decisión desea aceptar el resultado de una lotería como un premio y así poder expresar sus preferencias en loterías compuestas. Un caso que se cita a menudo donde se presenta esta situación en el mundo real, es de la Lotería Nacional de París que juega con ruedas de azar y entrega premios a los poseedores de los billetes del número ganancioso.

Aunque parece fácil aceptar estas hipótesis y suponer que normalmente se hacen decisiones bajo su criterio, es aconsejable considerar sus implicaciones con cuidado. No todos los escritores sobre estos temas están de acuerdo con que estas hipótesis son suficientes para caracterizar completamente la función de "utilidad" de una persona.

Ya que se han expuesto las hipótesis en las cuales se basa la función de utilidad von Neumann Morgestern, se pueden mencionar dos puntos especiales a los cuales hay que prestar mucha atención. El, primero se refiere a la habilidad con que la *función* puede representar la posición relativa de estrategias o propuestas de azar en *el patrón* de preferencias de un individuo. El, luego se refiere a la relación de las utilidades de una persona con las de otras. Francamente estos dos aspectos están muy relacionados. Podemos empezar por recordar el objetivo que se programó. La razón por la cual estamos interesados en la medida de utilidad de von Neumann Morgestern, es la de establecer una escala suficiente mediante la cual se pueda representar numéricamente las preferencias individuales para un conjunto de propuestas tales que podamos usar números para predecir la elección entre loterías compuestas por elementos de las propuestas. Deseamos aplicar esta medida numérica para expresar a través del Algebra, cuál estrategia de un conjunto, se puede preferir. Fuimos cuidadosos en nuestra discusión cuando se hacía notar que la medida de utilidad refleja y es obtenida de las preferencias sobre los resultados posibles de las estrategias. Entonces las hipótesis enumeradas previamente y las reglas mediante las cuales se asignan las utilidades, especifican una función de utilidad, la cual es única sólo hasta donde lo permita la relación entre los números, una vez se haya definido un punto de origen y una unidad de longitud. Sin embargo esto significa que depende de donde se parta, se pueden obtener diferentes utilidades para la misma propuesta. Se quiere decir que para dos propuestas, la medida von Neumann Morgestern siempre mantendrá una relación entre ellas que refleja las preferencias de una persona sin que importe la elección del origen arbitrario y su unidad de longitud inicial.

LAS COMPARACIONES DE UTILIDAD ENTRE PERSONAS SON INAPROPIADAS

Realmente no es la elección arbitraria de un origen lo que causa un problema en la aplicación de esta medida de utilidad, sino la unidad arbitraria de medida. Supóngase que se trata de evaluar la utilidad de un resultado para un grupo de individuos. ¿Por qué no se pueden sumar sus utilidades independientes? Si la unidad de medida es arbitraria para cada individuo, ¿cómo sabremos que cinco unidades de la utilidad de Juan son iguales a cinco unidades de la de José? En efecto no encontramos y no obtendremos absolutamente casos en los cuales se puedan comparar las utilidades de diferentes individuos. Una limitación adicional a las comparaciones interpersonales es que la medida von Neumann Morgestern no puede ser una escala absoluta de intensidad de preferencias. Así, aunque los individuos puedan asignar idénticos números de utilidad a idénticos resultados, no podemos decir que las funciones de utilidad equivalentes implican igual intensidad de preferencia. La equivalencia de las funciones de utilidad de dos personas implica solamente que ellas escogerían las mismas estrategias bajo condiciones semejantes de riesgo.

¿ES LA UTILIDAD UN CONCEPTO OPERACIONAL?

En este punto de la exposición se debe estar preguntando el lector cuál puede ser la naturaleza operacional y la aplicación práctica de la medida de utilidad de von Neumann Morgestern. Se presentan varias limitaciones a su aplicación fuera de los campos teóricos. La medida ha sido criticada porque requiere un esfuerzo introspectivo al cual el público no quiere o no está capacitado para poner en práctica. También alguien podría argumentar que si una medida de utilidad es una herramienta individual, es inaplicable en una empresa organizada donde se juntan los intereses de varios ejecutivos persiguiendo un mismo objetivo.

Estas críticas son válidas. La técnica no es fácil de usar y requiere una clase de análisis poco familiar para muchos. Esto puede deberse en gran parte a lo novedoso de su aparición. No obstante si alguien acepta las hipótesis básicas, puede aplicar la técnica existente y caracterizar cuantitativamente las preferencias cuando se presentan alternativas que conllevan riesgo. Esto no era posible antes de presentar la medida de utilidad de von Neumann Morgestern. Finalmente, hasta donde la estructura gerencial de una empresa lo permita, una persona es responsable de sus propias decisiones y se le puede dar la bienvenida a una herramienta de análisis que agudiza el procedimiento individual en la toma de decisiones. Realmente gran parte de las decisiones gerenciales se determinan individualmente. Por otro lado puede hacerse posible un desarrollo posterior de la teoría de la utilidad que mejore el proceso de decisiones en una empresa grande. Esto se puede hacer mediante un subalterno que detalle la función de utilidad y amplíe el análisis de ahí en adelante. Esto puede parecer lejano pero se están haciendo cosas semejantes cuando se aplican ciertas "reglas del dedo pulgar" que llevan consigo políticas de precios, determinación de inventarios, y presupuestación de capital.

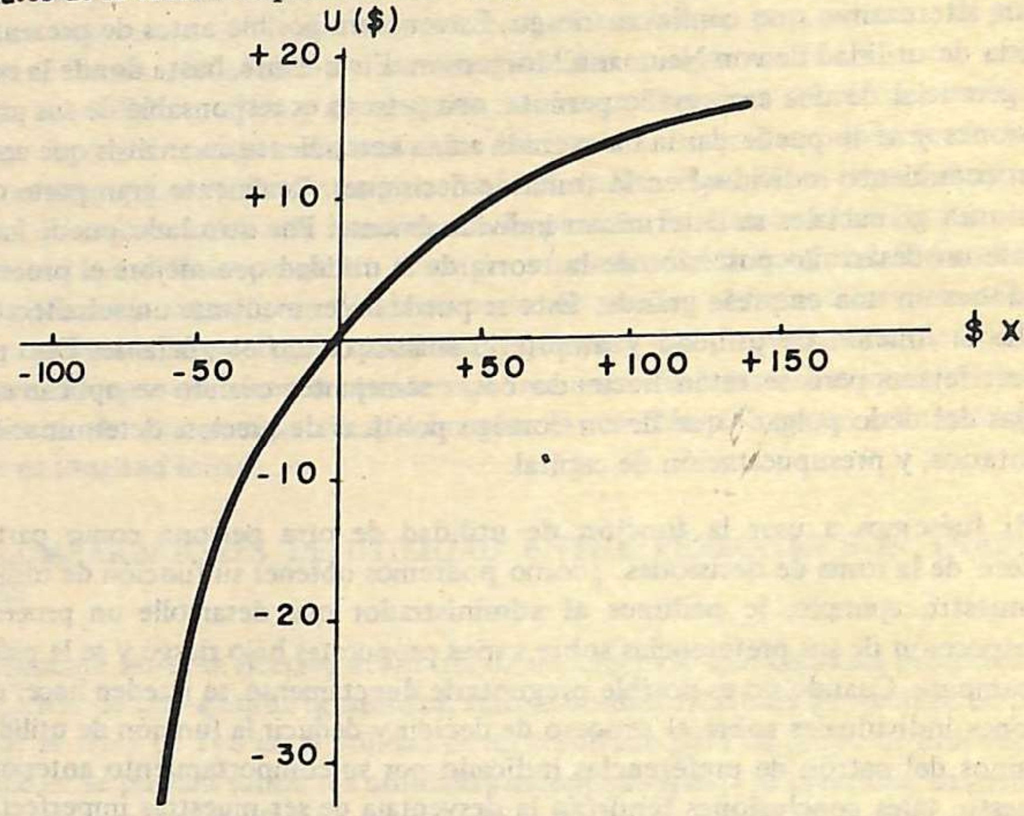
Si fuésemos a usar la función de utilidad de otra persona como parte del proceso de la toma de decisiones, ¿cómo podremos obtener su función de utilidad? En nuestro ejemplo, le pedimos al administrador que desarrolle un proceso de introspección de sus preferencias sobre varias propuestas bajo riesgo y se le pide que las compare. Cuando no es posible preguntarle directamente, se pueden hacer observaciones individuales sobre el proceso de decidir y deducir la función de utilidad en términos del patrón de preferencias indicado por su comportamiento anterior. Por supuesto, tales conclusiones tendrían la desventaja de ser muestras imperfectas del modo de tomar decisiones de una persona de quien se dedujo una función. No obstante, las utilidades no necesitan ser precisas para ser útiles. La mayoría de la gente tiene que desarrollar por lo menos una aproximación de la función de utilidad de quienes dependen o colaboran. Aún más, si la aproximación es escasa puede ser mejorada aplicando la noción formal de utilidad.

FORMA DE UNA FUNCION DE UTILIDAD

Aquí podemos considerar útilmente las interpretaciones disponibles a partir de las observaciones sobre la forma de la función de utilidad de una persona. Por ejemplo es importante distinguir las regiones donde la función sigue una línea recta si esto ocurre. En el caso en que la utilidad de una persona en términos monetarios sea una función lineal, no necesita molestarse haciendo transformación de pesos a utilidad en pesos. El llegará a la misma decisión si usa valor esperado en pesos que si usa utilidad esperada. Para aclarar esta distinción supóngase que hemos deducido la función de utilidad en términos monetarios, de un ejecutivo, como se muestra en la *tabla siguiente:*

$ X	200	125	75	47	25	10	5	0	−7.5	−15
	−27	−35	−60	−70						
U ($ X)	14	12	10	8	5	2	1	0	−2.5	−5
	−10	−15	−35	−50						

Los datos de la tabla se representan en la siguiente gráfica:



Ahora consideremos la utilidad del ejecutivo para un juego que se componga de dos loterías así:

LOTERIA I: $ 25 Con probabilidad 0,25

$ 5 Con probabilidad 0,75

LOTERIA II: $ 10 Con probabilidad 1,00

Los valores esperados de estas loterías son:

$$E(I) = 0{,}25 \times 25 + 0{,}75 \times 5 = 10$$

$$E(II) = 1{,}0 \times 10 = 10$$

y las utilidades esperadas son:

$$EU\ (I) = 0{,}25 \times 5 + 0{,}75 \times 1 = 2$$

$$EU\ (II) = 1 \times 2 = 2$$

Los valores esperados en términos monetarios de las loterías son iguales como lo son las utilidades esperadas. Parece que los valores esperados de las loterías en términos monetarios indican indiferencia entre las loterías como lo muestran las utilidades. ¿Es esto coincidencia? Probablemente no, porque a través del intervalo de los valores monetarios de $ 0 a $ 25 la función es de *línea recta*, *es decir* que el gráfico de la función en esta región sigue la tendencia representada por la ecuación.

$$U(X) = 0 + 1/5\,(X)$$

lo cual indica un cambio constante de 1/5 de unidad a lo largo de la escala de la utilidad para cada cambio unitario en la escala monetaria. En el intervalo de \$ 0 a \$ 25 la utilidad del dinero es una proporción constante de la cantidad X. Para valores de X mayores que \$ 25 y menores que cero, esta ecuación no es válida, es decir que se aplica otra función de línea recta u otra función curvilínea. La ecuación de la línea recta implica que mientras el ejecutivo se enfrente con juegos que tengan entre \$ 0 y \$ 25 puede usar el máximo valor monetario esperado como su criterio de decisión porque obtendrá los mismos resultados que si usare su función de utilidad.

Una persona que tenga su función de utilidad de la forma general que muestra la gráfica anterior, se dice a menudo que es conservadora o "evitadora de riesgos". La razón de esto puede ser vista geométricamente, observando que a lo largo de la curva, todas las líneas rectas trazadas entre cualesquiera dos puntos de la curva de utilidad caen por encima o por debajo de ella. Esto significa que una persona siempre preferiría una cantidad dada con seguridad, en vez de una lotería con esa cantidad como valor esperado. Para ver esto más claro, supóngase que consideramos una lotería como la siguiente, que tenga un valor esperado de \$ 25.

LOTERIA: \$ 75 Con probabilidad 1/3

\$ 0 Con probabilidad 2/3

Valor monetario esperado = \$ 25

Utilidad esperada: $1/3 \times (10) + 2/3 \times (0) = 3\ 1/3$

Suponga que comparamos la lotería anterior con la utilidad del ejecutivo para \$ 25 "con seguridad". La U(\$ 25) es de 5 pero la utilidad de la lotería es de 3 1/3. Así nuestro ejecutivo escogerá \$ 25 "con seguridad" más bien que esta lotería con \$ 25 de valor monetario esperado.

No se quiere decir con esto que nuestro ejecutivo no aceptará algunas loterías que caigan dentro del intervalo de su función de utilidad. Sea por ejemplo que él tiene la oportunidad de poseer \$ 10 con seguridad o el resultado de la siguiente lotería:

\$ 200 Con probabilidad 0,8

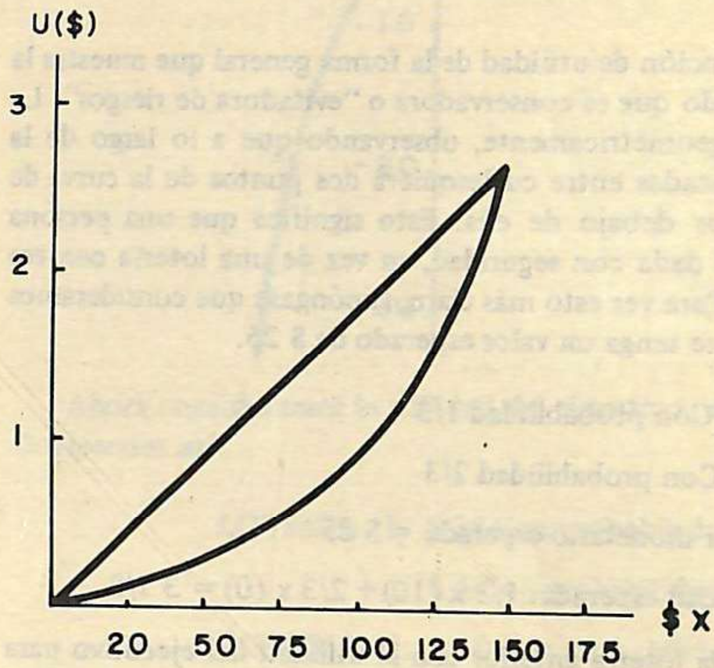
– \$ 60 Con probabilidad 0,2

El valor monetario de esta lotería es \$ 148 el cual es mucho mayor que \$ 10, sin embargo la utilidad de esta lotería para nuestro ejecutivo es:

$$U(\text{LOTERIA}) = 0{,}8 \times 14 + 0{,}2 \times (-35) = 4{,}2$$

y la utilidad de \$ 10 con certeza es 2. Si nuestro ejecutivo actúa de acuerdo con sus preferencias cuando él estableció su función de utilidad entonces escogerá la lotería con utilidad +4,2 más bien que la de \$ 10 con utilidad 2.

Hemos caracterizado este ejecutivo cuya función de utilidad se encuentra antes, como un evitador de riesgo o "conservador" cuando se trate de aventuras arriesgadas. Consideremos la forma de una función de utilidad para un "arriesgado" o "aventurero". Se sugirió antes que una persona asume riesgos a lo largo del intervalo de su función de utilidad para la cual él asignaría una utilidad menor o un valor como el monetario esperado de una lotería que valdría lo mismo con seguridad.



\$	U (\$)
150	3
125	2
75	1
0	0

El individuo cuya función de utilidad se representa en el gráfico anterior preferiría la lotería

\$ 150 Con probabilidad 0,5

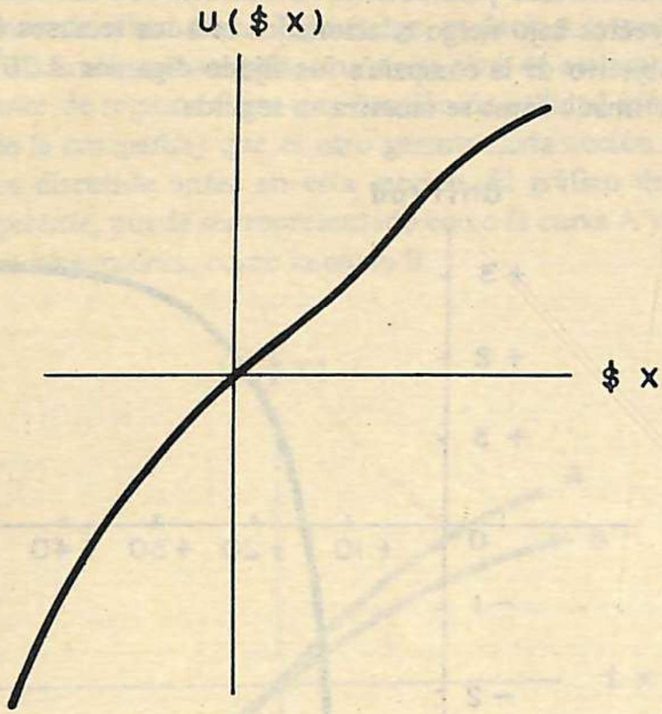
\$ 0 Con probabilidad 0,5

Valor monetario esperado = \$ 75

Utilidad esperada = 1,5

Utilidad de \$ 75 = 1

a tener \$ 75 a la mano con seguridad. Para este individuo hay aparentemente una ganancia psicológica al tomar el riesgo de la lotería. Aun para esta persona se presentan aventuras arriesgadas que no aceptaría; por ejemplo él aceptaría más bien $ 125 con certeza que una oportunidad 50 – 50 en $ 150.

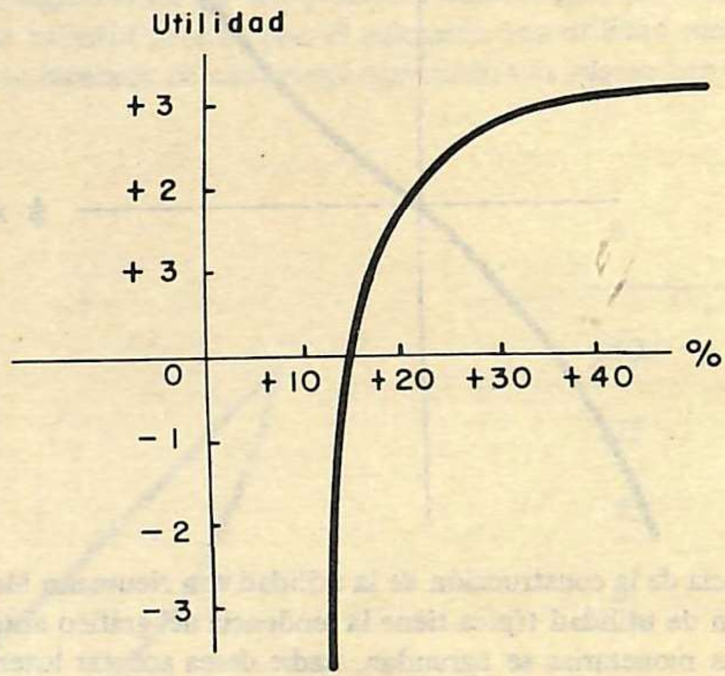


La experiencia de la construcción de la utilidad von Neumann Morgestern indica que una función de utilidad típica tiene la tendencia del gráfico anterior. A medida que las pérdidas monetarias se agrandan, nadie desea aceptar loterías bajo riesgo, pero hay una región en la cual posibles pérdidas y ganancias son pocas y donde quizá el gozo y la anticipación de la ganancia aunque pequeña conduce a una persona a correr riesgo que no correría para cantidades mayores. A medida que aumenta el valor monetario, la curva puede enderezarse porque alguien encuentra que pesos adicionales son menos meritorios que los anteriores, especialmente los relacionados con riesgo.

En este momento nos puede parecer difícil determinar precisamente las funciones de utilidad para los individuos de una empresa; para hacer uso específico de las funciones de utilidad una vez obtenidas, implica que se estimen los otros elementos del problema de decisión, es decir, alternativa de estrategias, resultados posibles, probabilidades y rendimientos. Pero podemos anticipar la dirección del desarrollo en esta área relativamente reciente de la teoría de decisiones. Por lo menos sabemos que una teoría cuantitativa puede ser explicada de tal manera que establezca la diferencia entre las diferentes venturas con riesgo de acuerdo con las preferencias de una persona.

EJEMPLO DE EXPERIMENTOS Y RUTAS DE DESARROLLO.

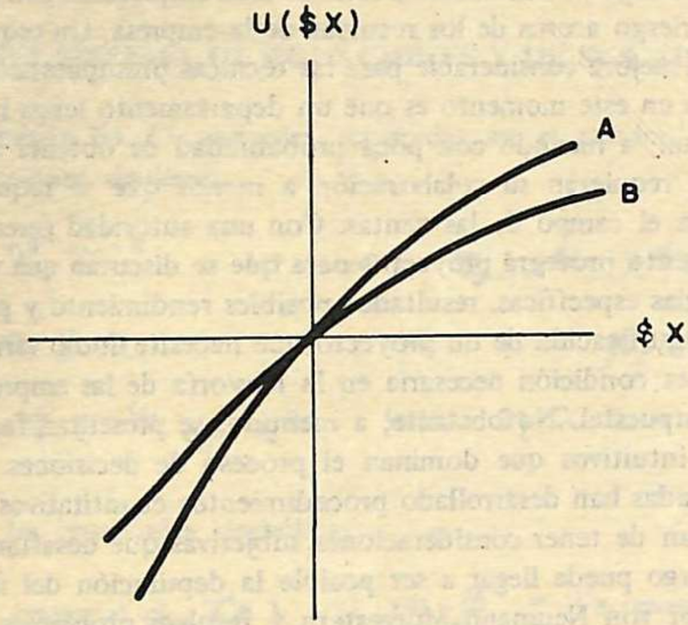
Todavía en este punto de la explicación se puede mencionar un ejemplo de un experimento, algunos usos generales y algunas áreas de investigación en las cuales se aplica el índice de utilidad de von Neumann Morgestern. Como parte de su trabajo, un ejecutivo encargado de investigación y desarrollo de una empresa de productos químicos fue entrevistado para obtener su función de utilidad sobre tasas de rendimiento de proyectos bajo riesgo relacionados con los recursos de la compañía. En este caso, el objetivo de la compañía fue fijado digamos al 20% y la utilidad del ejecutivo fue estimado como se muestra en seguida:



La figura anterior implica que la tasa del 20% se ha vuelto tan significativa que se han ignorado otros niveles a medida que aumenta su riesgo. Nótese que los resultados están condicionados a un éxito muy grande para que el ejecutivo se decida sobre un proyecto puesto que hay muy poco aumento en la utilidad a medida que crece el rendimiento en la inversión. Por lo tanto la gerencia debe tener mucho cuidado en la manera de fijar objetivos y las técnicas de motivación en la sección de investigación y desarrollo.

Otro aspecto interesante del procedimiento de decisión en una empresa puede ser enunciado mediante la pregunta de si los jefes de departamento podrían tener funciones de utilidad con trayectorias parecidas. ¿Primero que todo esperaría usted que las funciones de utilidad de todos los ejecutivos puedan ser lo mismo? Es muy poco probable que lo sean. ¿*Deben* ser idénticas las funciones de utilidad de los ejecutivos de una empresa? Alguien puede afirmar que la noción de especialización implica que diferentes sistemas de valores y objetivos se aplican en varios puntos de la estructura global de la empresa moderna. Si esto es cierto debe haber una función de control empresarial que balancee las posiciones opuestas tomadas sobre una propuesta por quienes siguen los objetivos de su propia especialización y área de responsabilidad.

Supóngase que comparamos las funciones de utilidad de un gerente de una empresa manufacturera y un gerente de una empresa aseguradora. En nuestra comparación, las funciones de utilidad se refieren al uso de recursos financieros de la compañía en términos de alternativas bajo riesgo, es decir si introducir un nuevo producto o desarrollarlo más, o si asegurar una cierta clase de activos o no. Podemos suponer que el gerente de seguros tiene una función de utilidad más conservadora (para los recursos de la compañía) que el otro gerente. Esta noción de conservatismo es la que hemos discutido antes en esta sección. El gráfico de la función de utilidad del primer gerente, puede ser representado como la curva A y la función del gerente de la empresa aseguradora, como la curva B.



Las trayectorias de las curvas indican que hay riesgos representados por valores monetarios esperados y utilidades esperadas que el primer gerente aceptaría con menos dificultad que el de la compañía de seguros. ¿Por qué esto? ¿Está el primer gerente en una posición más favorable dentro de la empresa? La diferencia es probablemente debida a un panorama tradicional en el conservatismo financiero de los seguros donde es más común, mientras se presenta con más audacia el mantenimiento de la posición de un producto en el mercado. Esto puede llevar consigo algunas "fallas" que la empresa de seguros no le permitiría al gerente. Estos comentarios se toman como ilustración y para hacer una comparación significativa entre las funciones de dos ejecutivos de una compañía hay que ser más específicos y cuidadosos de la manera como la hemos presentado aquí.

Mucha parte de la diferencia aparente en el grado de conservatismo en la compañía anterior, depende de la naturaleza menos cuantitativa de la información de mercadeo con relación a la información de seguros. Para la mayoría de los riesgos un gerente de seguros puede entablar una discusión sobre el costo de las indemnizaciones. Mientras a menudo se argumenta que el problema del desarrollo de un producto es más complejo y tiene más alternativas de posibles resultados, cada uno es menos explícito que los que se presentan en un problema de seguros.

En efecto, la necesidad de controlar los recursos de la empresa para obtener el máximo rendimiento puede conducir eventualmente a la formación de una función empresarial de "gerencia de riesgos" muy diferente de la "gerencia de riesgos" de los seguros de la actualidad. Supóngase que pudiéramos establecer una función de utilidad empresarial necesariamente superior a la noción von Neumann Morgestern pero que pueda desarrollarse con la investigación. Así se pueden relacionar los proyectos bajo riesgo y relacionarse a esta función empresarial con otras alternativas también bajo riesgo acerca de los recursos de la empresa. Un esquema como éste, puede ser una mejora considerable para las técnicas presupuestales de hoy en día. Lo más común en este momento es que un departamento tenga la mínima autoridad presupuestal, a menudo con poca probabilidad de obtener aprobación sobre proyectos que requieran su colaboración a menos que se requiera un esfuerzo considerable en el campo de las ventas. Con una autoridad gerencial centralizada cada departamento proveerá proyectos para que se discutan que vayan acompañados de estrategias específicas, resultados posibles rendimiento y probabilidades. El proceso de la justificación de un proyecto que necesite uno o varios de los elementos anteriores es condición necesaria en la mayoría de las empresas para obtener autoridad presupuestal. No obstante, a menudo, se presentan factores puramente cualitativos o intuitivos que dominan el proceso de decisiones. Varias empresas oficiales y privadas han desarrollado procedimientos cuantitativos formales que en algún punto han de tener consideraciones subjetivas que desafían el enfoque normal. Sin embargo puede llegar a ser posible la depuración del índice de utilidad desarrollado por von Neumann Morgestern y resolver problemas de decisión bajo riesgo para llevar a cabo objetivos empresariales. Son muchos los problemas de investigación y desarrollo; por ejemplo: ¿Cuál grupo ha de definir la función de utilidad? ¿Cómo se va a coordinar el elemento tiempo en los proyectos? ¿Cuáles objetivos empresariales se van a considerar?