

El Modelo Gravitacional en el Estudio de Demanda del Tren Metropolitano de Medellín

Por: Isaac Dyner R.*

1.0 INTRODUCCION

Los modelos desarrollados en estudios de demanda de sistema de transporte tienen como base los viajes generados por los pasajeros potenciales. A su vez, estos estudios permiten establecer la factibilidad y el diseño de los sistemas de transporte.

Los dos trabajos principales que han fundamentado el diseño (en relación con el trazado y la capacidad) del Tren Metropolitano del Valle de Aburrá son:

- Selección del Sistema de Factibilidad Técnica y Económica del tren metropolitano. ETMVA. Medellín Septiembre 1979.
(Basado en el estudio de Orígenes y Destinos Rumva/ 72, 1972).
- Estudio de actualización de la demanda del Tren Metropolitano. CESET, Universidad de Antioquia, Medellín. 1985.
(Basado en un estudio de Orígenes y Destinos realizado en noviembre de 1984).

En esta publicación se justifica y fundamenta la utilización del modelo gravitacional en estudios de transporte, y se describe, en forma general, su uso en el último trabajo citado.

2.0 EVOLUCION HISTORICA DEL MODELO GRAVITACIONAL

Th. Hobbes, en el siglo XVII, en *Leviatán*, parece haber sido el primero en proponer un modelo gravitacional para los movimientos en el campo social.

Antes de 1850 H. C. Carey (ver Carrothers, 1956) presentó la primera utilización explícita del concepto gravitacional para describir problemas de interacción humana. Carey planteaba:

"El hombre, la molécula de la sociedad, es el sujeto. La gran ley de la Gravitación Molecular (es) la condición indispensable de la existencia del ser conocido como hombre... a mayor número reunido en un espacio dado, mayor la fuerza de atracción ejercida... la gravitación es aquí como en cualquier parte, en relación directa a las masas y en inversa a la distancia".

E. G. Ravenstein en 1885 (ver Carrothers, 1956) usó formulaciones gravitacionales para explicar fenómenos migratorios hacia una ciudad como función del tamaño y de la distancia para llegar a ella. Esto se puede expresar matemáticamente por:

$$M_{ij} = \frac{f(P_j)}{D_{ij}}$$

Donde:

M_{ij} representa la migración de i a j,
 P_j la población de j,
 D_{ij} la distancia de i a j, y
 f Una función apropiada.

J. Q. Steward y G. K. Zipf en 1941 (ver Carrothers, 1956) utilizaron la Ley Gravitacional para explicar la "fuerza" de interacción entre dos poblaciones que tienen un camino que las une. Esta fuerza, es directamente proporcional al producto de las poblaciones e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que hay entre ellas. Así,

$$F_{ij} = K \frac{P_i P_j}{D_{ij}^2}$$

donde,

F_{ij} representa la "fuerza" de interacción entre las poblaciones i y j,
y
K un parámetro.

* Profesor Asociado Universidad Nacional

Formulaciones similares se continúan haciendo para describir los viajes de personas entre lugares i y j . En este trabajo se utiliza el Modelo Gravitacional Restringido por la Demanda,

$$T_{ij} = O_i D_j B_j \exp(-\lambda C_{ij}) \quad (1)$$

Donde,

T_{ij} representa los viajes entre las zonas i y j ,
 O_i el número de viajeros potenciales de la zona i ,
 D_j el número de viajes atraídos por la zona j ,
 \exp la función exponencial,
 C_{ij} la distancia o tiempo promedio entre i y j ,
 λ un parámetro, y

$$B_j = \left(\sum_i O_i \exp(-\lambda C_{ij}) \right)^{-1} \quad (2)$$

Con respecto a formulaciones de Steward y Zipf en 1941, aparecen dos variaciones fundamentales. Primero, en lugar del inverso de la distancia al cuadrado, se introduce una medida de accesibilidad entre i y j , expresada por $\exp(-\lambda C_{ij})$. Segundo, se utiliza un término de balance, B_j para garantizar que sólo se produzcan D_j viajes a la zona j .

Ampliaciones en los aspectos históricos y de uso del Modelo se pueden encontrar en las publicaciones de G. A. Carrothers (1956) y S. Openshaw (1978).

3.0 FUNDAMENTACION TEORICA DEL MODELO GRAVITACIONAL

El Modelo Gravitacional se ha fundamentado teóricamente desde hipótesis muy variadas, justificando su uso en una amplia gama de aplicaciones.

A continuación se presentan tres de las características más interesantes:

- A. G. Wilson (1970) demostró que bajo ciertas hipótesis generales, el Modelo Gravitacional es la clase más probable de distribuciones posibles que describe viajes de personas entre puntos i y j . Esto es equivalente a la maximización de una función de entropía de viajes entre puntos i y j .
- R. A. Cochrane (1975) muestra como el Modelo Gravitacional está basado en el principio por el cual los individuos escogen los viajes que les aportan mayor "beneficio neto". La medida de beneficio neto asociada al viaje de un individuo de i a j se incrementa con el número de oportunidades en j y se reduce con la distancia (por el costo del viaje).

- L. D. Mayhew y G. Leonardi (1984) obtienen el Modelo al maximizar una función de utilidad asociada con el costo de transporte.

4.0 EL MODELO GRAVITACIONAL EN LA DEMANDA DEL TREN METROPOLITANO

4.1 Políticas de transporte

En planeación, la solución a problemas urbanos se provee en términos de políticas y planes, generalmente, motivados en desarrollos técnicos.

En el examen de políticas integradoras de los distintos sistemas de transporte, se realizaron dos clases de ejercicios, tendientes a estimar el número de usuarios potenciales del Tren Metropolitano de Medellín.

- Dentro de la franja de 1.200 metros.

Se contabilizan todos los viajes que tengan origen y destino dentro de la franja de 1.200 metros a cada lado de la línea del Tren, excepto aquellos para los cuales la estación asociada al origen y destino es la misma.

- En el Area Urbana.

Se contabilizan los viajes producidos bajo el criterio anterior, más todos aquellos con origen y/o destino por fuera de la franja de 1.200 metros, que tomando el Tren en algún tramo, utilicen en promedio menos tiempo que usando otro tipo de transporte público masivo.

Se supuso la coexistencia de un sistema de transporte complementario con cobertura total del Area Metropolitana. No se hicieron consideraciones tarifarias.

4.2 Zonificación y muestreo del Area Metropolitana.

La utilización del Modelo Gravitacional representado por (1) y (2) en la sección 2.0, requiere de una zonificación del área de estudio y de una muestra representativa del número de viajes entre zonas.

El Area Metropolitana se dividió en 58 zonas urbanas más 4 que corresponden a los distintos puntos cardinales por fuera de la región estudiada. A continuación algunos elementos importantes considerados en la zonificación:

- Cada zona está compuesta por barrios.
- A cada zona se le asocia una estación de Metro, servida por transporte complementario.

- Cada zona se encuentra completamente dentro o fuera de la franja de 1.200 metros a cada lado de la línea del Tren.

El tamaño muestral se calculó técnicamente y se hizo afijación proporcional a la población de las zonas. Con base en una encuesta residencial se pudo construir las diferentes matrices de viajes (de Orígenes y Destinos) dependiendo del modo, propósito y hora de viaje.

4.3 Modelo para el estudio de demanda.

Las matrices de Orígenes y Destinos, formadas con la información producida de la muestra, posibilitan calibrar el Modelo Gravitacional para la descripción de los viajes efectuados dentro del Área Metropolitana en el año 1984 (Este aspecto se describe en la Sección 5.1).

Las políticas de transporte señaladas en la sección 4.1, permiten el cálculo de usuarios potenciales del Metro, como si él estuviese funcionando en ese año. Es posible, entonces, hacer comparaciones entre los resultados obtenidos utilizando el Modelo Gravitacional y aquellos producidos con base en las Matrices de Orígenes y Destinos de la muestra.

En las proyecciones para los años 1990 y 2000 se recurre, en primera instancia, al Modelo Gravitacional (1) y (2), utilizando valores apropiados para las variables correspondientes al número de viajeros potenciales de la zona i , O_i , y para el número de viajes producidos hacia la

zona j , D_j . De esta forma se encuentran estimativos de viajes interzonales, T_{ij} , para esos años; las políticas de transporte permiten, entonces, calcular el número de viajes con origen y destino en las distintas estaciones del Metro. (Flujo de estaciones).

La Figura 1 muestra en forma diagramática el proceso antes descrito.

5.0 RESULTADOS

5.1 Calibración

El Modelo Gravitacional Restringido por la Demanda, representado por (1) y (2) en la sección 2.0, fue el más frecuentemente utilizado en el estudio.

La calibración del Modelo consiste en la búsqueda del parámetro λ para la descripción adecuada del número de viajes entre las distintas zonas i y j del área urbana. Esto es posible por medio de comparaciones sucesivas entre los resultados producidos por el Modelo y aquellos observados en la muestra. El ajuste del Modelo a los datos, se puede considerar satisfactorio cuando algunas medidas estadísticas lo indiquen así. En las Tablas 2 y 3 se observan algunas comparaciones de estimaciones haciendo uso del modelo gravitacional con aquellas que utilizan la muestra tomada en el año 1984. Estas estimaciones corresponden a una "hora pico" del día y considerando toda el área urbana.

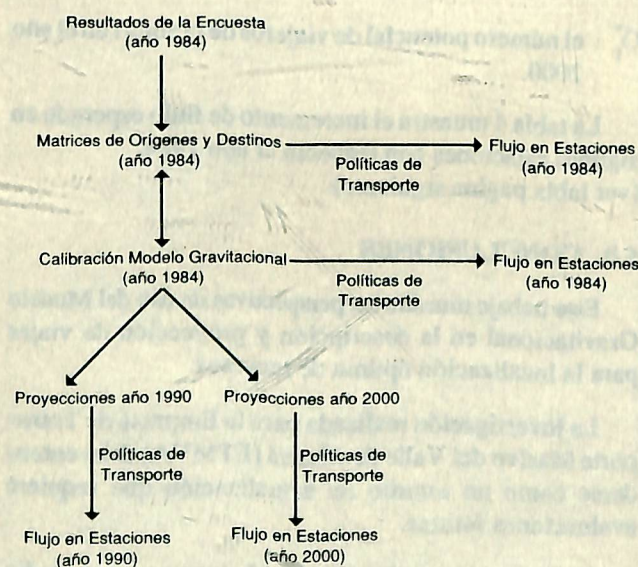


FIGURA 1.

Pasos en la formulación del modelo de demanda

TABLA 2.
Comparación de las matrices de orígenes y destinos
entre estaciones del metro.
(Hora pico, Área Urbana, 1984)

	Media	Varianza	Componentes Diferentes de cero
Matriz con base en la muestra	253.59	203.278.10	394
Matriz con base en el modelo gravitacional	234.03	198.413.19	391

Componentes de las matrices = 576
 Componentes de correlación = 0.946
 Pendiente línea de regresión = 0.930

TABLA 3.
Comparación del número de personas estimadas en
estaciones del metro.
(Hora pico, Area Urbana, 1984)

Estación	Número de personas con base en la muestra	Número de personas con base en el modelo	Variación Porcentual
Bello	15.148	14.456	- 5
Madera	5.871	4.864	- 17
Acevedo	24.800	24.535	- 1
Tricentenario	25.766	25.928	+ 1
Caribe	16.943	18.042	+ 6
Universidad	21.286	23.345	+ 10
Hospital	6.852	6.844	0
Ayurá	7.256	6.641	- 8
Envigado	11.935	10.832	- 9
Itagüí	9.455	9.029	- 5

5.2 Escenarios para el año 1990

Para el año 1990 no se prevén, todavía, cambios fundamentales, en relación con los usos del suelo de las zonas aledañas al Tren Metropolitano. El crecimiento poblacional estimado en 13.58%, no es homogéneo dentro de las distintas zonas en que se dividió el Area Metropolitana. Los escenarios construidos para ese año tienen como base cambios en el número de viajeros potenciales (variaciones en O_i), y en los viajes atraídos por las distintas zonas (variaciones en D_j). Expresados en términos matemáticos, los nuevos valores para las variables del Modelo (1) y (2),

$$O'_i = O_i + \Delta O_i,$$

$$\text{y} \quad D'_j = 1.1358 D_j$$

Donde,

O'_i representa el potencial de viajeros de la zona i en el año 1990,

ΔO_i el incremento del potencial de viajeros con respecto al año 1984, y

D'_j el número de viajes atraídos por la zona j en el año 1990.

5.3 Escenarios para el año 2000

La construcción de escenarios para el año 2000 se convierte en un ejercicio complicado por razón del alto

crecimiento poblacional (cercano al 40%), desconocimiento de la evolución locativa del empleo, incertidumbre en la respuesta a políticas para la construcción de viviendas; factores todos que contribuyen, en forma fundamental, en la estimación de pasajeros potenciales del Tren Metropolitano. A estos factores se le puede agregar los cambios en los usuarios del transporte público producidos por transformaciones tecnológicas y sociales.

Los nuevos escenarios fueron edificados con base en el estudio de usos del suelo realizado por el Grupo Habitar (1985).

Los valores para las variables del Modelo Gravitacional se obtuvieron de la forma siguiente:

$$D'_j = D_j \cdot \frac{E_j^*}{E_j},$$

$$O'_i = O_i \cdot \Delta O_i,$$

Donde,

E_j^* representa el número de empleados en la zona j en el año 2000,

E_j el número de empleados en la zona j en el año 1984,

D'_j la atracción de la zona j en el año 2000,

ΔO_i incremento proporcional en población con respecto al año 1984,

O'_i el número potencial de viajeros de la zona i en el año 2000.

La tabla 4 muestra el incremento de flujo esperado en algunas estaciones con respecto al año 1984. (ver tabla pagina siguiente)

6.0 CONCLUSIONES

Este trabajo muestra las perspectivas de uso del Modelo Gravitacional en la descripción y proyección de viajes para la localización óptima de recursos.

La investigación realizada para la Empresa de Transporte Masivo del Valle de Aburrá (ETMVA) debe entenderse como un estudio de actualización que requiere evaluaciones futuras.

Con mayor investigación puede lograrse, por medio del Modelo Gravitacional, una mejor descripción y proyección de los viajes producidos dentro del Area Metropolitana de Medellín.

TABLA 4.
Incremento proporcional ($\Delta\%$) estimado entre los años
1984 y 2000.
(Hora pico, Area Urbana)

Estación	$\Delta\%$ en pobla- ción de zonas asociadas	$\Delta\%$ en empleo de zonas asociadas	$\Delta\%$ en viajes generados	$\Delta\%$ en viajes atraídos	$\Delta\%$ en flujo de estaciones
Bello	63	78	80	120	72
Madera	61	162	58	170	66
Acevedo	42	81	91	94	51
Tricentenario	27	133	84	141	52
Caribe	57	45	164	54	71
Universidad	37	55	132	27	48
Hospital	16	19	65	18	24
Ayurá	101	60	61	147	57
Envigado	71	36	109	32	40
Itagüí	70	65	41	65	49

Para el diseño de un sistema de transporte comple-
mentario al Metro, podría considerarse la utilización del
Modelo Gravitacional.

7.0 AGRADECIMIENTO

El autor expresa su agradecimiento a todas las perso-
nas vinculadas al Estudio de Actualización de la De-

manda del Tren Metropolitano y muy especialmente a los
profesores y empleados del Centro de Servicios Técnicos
(CESET) de la Universidad de Antioquia que intervi-
nieron en esta investigación. Sin la cooperación, apoyo y
financiación de la ETMVA este trabajo no hubiese sido
posible. Finalmente, se hace un reconocimiento al tra-
bajo del profesor Carlos Jaime Noreña, director del
Estudio, quien revisó el manuscrito de esta publicación.

8.0 BIBLIOGRAFIA

- Carrothers G. A. P. (1956). An historical review of the gravity and
potential concepts of human interaction. *Journal of the American
Institute of Planners*, 22, 94 -102.
- Cochrane R. A. (1975). A possible economic basis for the gravity model.
Journal of Transport Economics and Policy. 34-49.
- Grupo Habitar (1985). Expectativas del Desarrollo Urbano para el Valle
de Aburrá. ETMVA.
- Mayhew L. D. y Leonardi G. (1984). Resource Allocation in Multilevel
Spatial Health Care Systems. *London Papers in Regional Science*,
13, 194-209.
- Openshaw S. (1978). Using Models in Planning. *Retailing and Planning
Associates*.
- Wilson A. G. (1970). Entropy in Urban and Regional Modelling. *Pion*.