

CALCULO DE ALIMENTADORES

Por Rodrigo J. Mattos, Ph. D.
Jefe Departamento Control de Procesos
y Nuevos Productos Simesa, Medellín

Un gran número de problemas metalúrgicos encontrados en nuestro medio se resuelven en una forma empírica ignorando muchas veces los métodos científicos existentes para sus soluciones; posiblemente los casos más numerosos son los relacionados con los de la fundición.

El empirismo con que se resuelven estos problemas sumado al rápido aumento en los precios de la chatarra, energía y mano de obra durante los últimos seis años ha traído un marcado encarecimiento del producto terminado hasta tal punto que dudosamente podríamos competir en el mercado internacional a pesar de ser nuestra mano de obra una de las más baratas del mundo.

Una de las áreas de la fundición en donde frecuentemente se presenta el mayor desperdicio de material fundido es en los alimentadores y vaciaderos; esto es debido a un sobredimensionamiento tanto de los alimentadores como de los vaciaderos dando como consecuencia un costo extra añadido al producto final.

El objetivo del presente trabajo es el de hacer una revisión de la literatura concerniente al cálculo de alimentadores de piezas fabricadas por fundición e ilustrar con un ejemplo práctico como los diferentes métodos pueden ser fácilmente aplicados a piezas típicas de fundición.

La producción de piezas sanas, libre de cavidades internas y externas (producidas por la contracción del metal) requiere la colocación de alimentadores de tamaños y formas apropiadas situados en convenientes sitios de la pieza. Estas consideraciones son aún más importantes en hierros y aceros debido a sus modos característicos de solidificación.

Un alimentador o un sistema de alimentación ideal es aquel que cumple los siguientes requisitos:

- i. Debe ser la última parte de la pieza en solidificar.
- ii. Debe establecer un pronunciado gradiente de temperatura promoviendo la solidificación direccional hacia el o los alimentadores.
- iii. Debe poseer suficiente volumen para compensar la concentración liquido-sólido del metal.
- iv. Debe proporcionar la máxima economía de peso en referencia al peso total de la pieza.

El problema de proporcionar una eficiente alimentación a las piezas fundidas se remonta por lo menos a 40 años. De los numerosos métodos desarrollados con estos fines, solo los más comúnmente utilizados serán presentados en este trabajo; ninguna intención se ha hecho de presentar los resultados de las investigaciones sobre la simulación de la solidificación utilizando los computadores digitales puesto que este tema será objeto de posterior publicación.

I. Localización y Número de Alimentadores.

Antes de diseñar y calcular los alimentadores de una pieza, su número y sus localizaciones deben definirse. Esto se hace conociendo la distancia que un alimentador es capaz de alimentar, luego por división de la pieza en partes convenientes se determina el número de alimentadores.

Varias fórmulas han sido propuestas para estimar la distancia de alimentación de un alimentador de tamaño adecuado; las más aceptadas y más completas de éstas están basadas en resultados experimentales obtenidos por Bishop y otros en The Naval Research Laboratory de los Estados Unidos^(1, 2). Las figuras 1 y 2 detallan los resultados obtenidos para barras y láminas respectivamente cuyas secciones son uniformes y las figuras 3 y 4 suman los resultados para láminas de secciones múltiples.

En algunas ocasiones las piezas poseen sitios de difícil alimentación o el número de alimentadores calculados como anteriormente se explicó resulta excesivo. En estos casos el uso de enfriadores (chills) se hace necesario; estos enfriadores pueden ser internos o externos, en el último caso el material del alimentador generalmente es similar al de la pieza. Las figuras 5 y 6 dan las distancias de alimentación para láminas y barras utilizando enfriadores.

II. Cálculo de Alimentadores.

Los diferentes métodos de cálculo que próximamente se explicarán están basados en el trabajo de Chvorinov⁽³⁾ quien experimentalmente mostró que el tiempo de solidificación de una pieza es proporcional a su $(\text{volumen}/\text{área})^2$, esto es:

$$T = K \left(\frac{V}{A} \right)^2 \quad (1)$$

En donde:

T = Tiempo

K = Constante

V = Volumen de la pieza

A = Área de la superficie de la pieza.

* Los números en paréntesis se refieren a la lista de referencias.

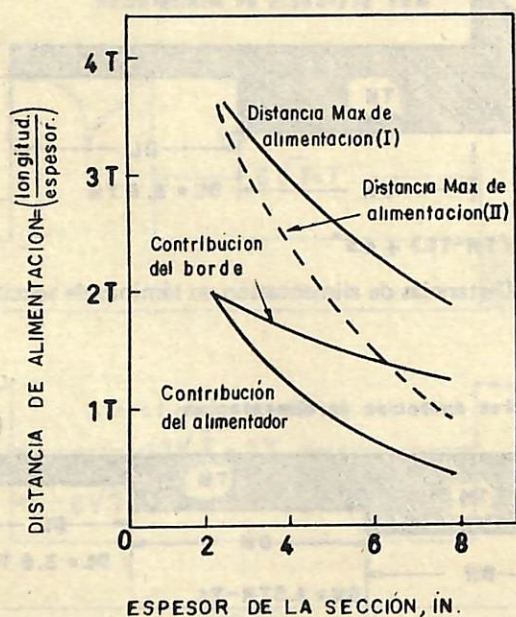
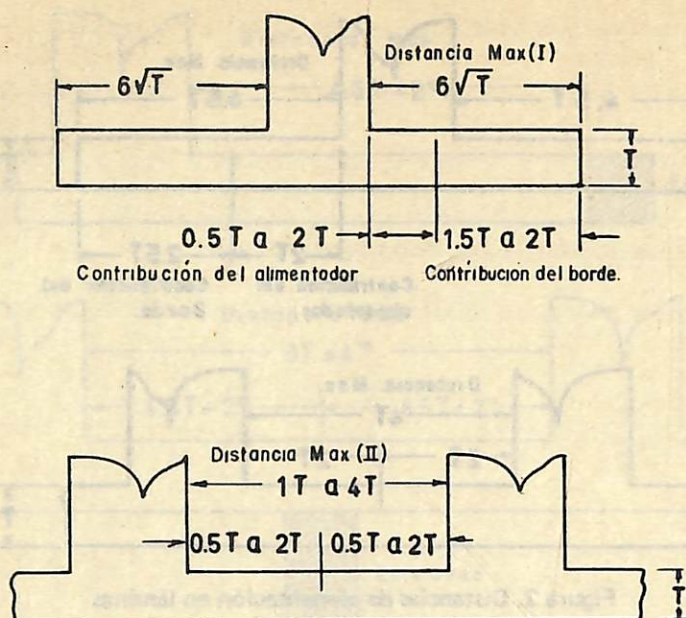


Figura 1. Distancias de alimentación en barras

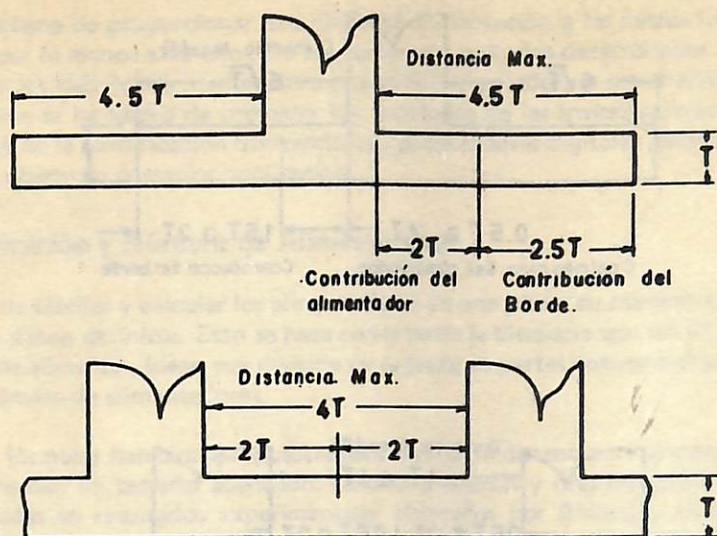
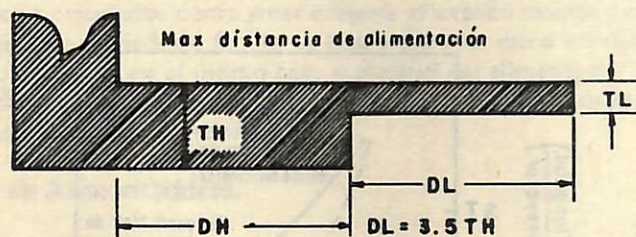


Figura 2. Distancias de alimentación en láminas



$$DH = 3(TH - TL) + 4.5''$$

Figura 3. Distancias de alimentación en láminas de sección doble



$$DH = (TH - TM) + 4.5''$$

Figura 4. Distancias de alimentación en láminas de secciones múltiples.

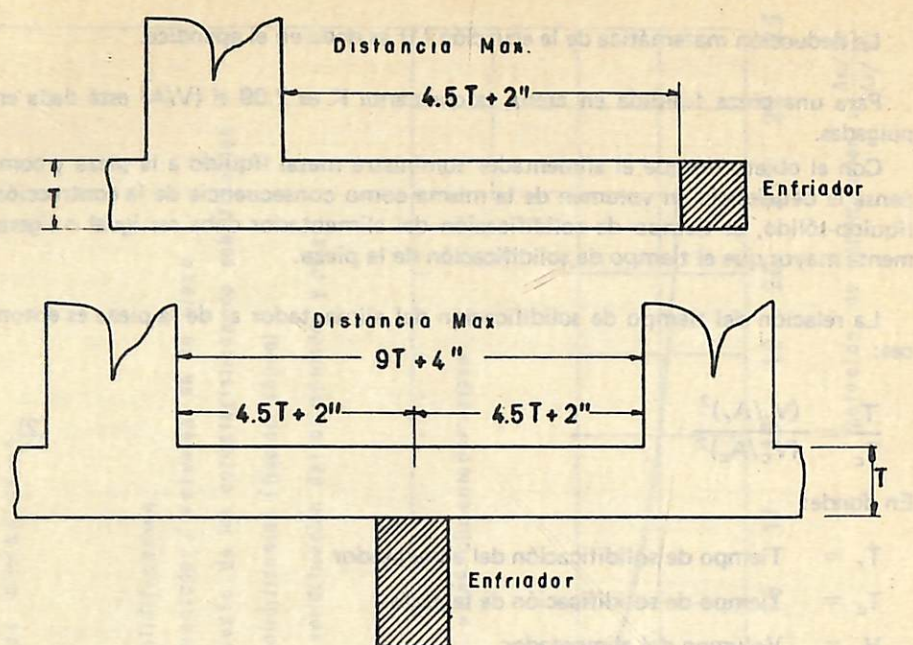


Figura 5. Distancias de alimentación en láminas con enfriadores.

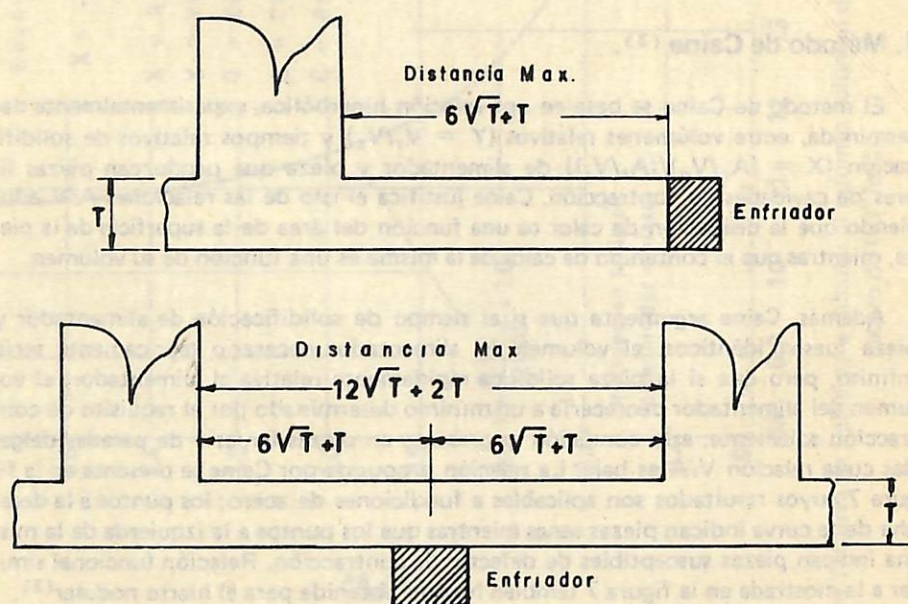


Figura 6. Distancias de alimentación en barras con enfriadores.

La deducción matemática de la ecuación (1) es dada en el apéndice.

Para una pieza fundida en arena, la constante K es 2.09 si (V/A) está dada en pulgadas.

Con el objeto de que el alimentador suministre metal líquido a la pieza y compense la deficiencia en volumen de la misma como consecuencia de la contracción líquido-sólido, el tiempo de solidificación del alimentador debe ser igual o ligeramente mayor que el tiempo de solidificación de la pieza.

La relación del tiempo de solidificación del alimentador al de la pieza es entonces:

$$\frac{T_r}{T_c} = \frac{(V_r/A_r)^2}{(V_c/A_c)^2} \quad (2)$$

En donde:

T_r = Tiempo de solidificación del alimentador

T_c = Tiempo de solidificación de la pieza

V_r = Volumen del alimentador

V_c = Volumen de la pieza

A_r = Área de la superficie del alimentador

A_c = Área de la superficie de la pieza

1. Método de Caine ⁽³⁾.

El método de Caine se basa en una relación hiperbólica, experimentalmente determinada, entre volúmenes relativos ($Y = V_r/V_c$) y tiempos relativos de solidificación ($X = (A_c/V_c)/(A_r/V_r)$) de alimentador y pieza que produzcan piezas libres de cavidades de contracción. Caine justifica el uso de las relaciones A/V aduciendo que la disipación de calor es una función del área de la superficie de la pieza, mientras que el contenido de calor de la misma es una función de su volumen.

Además, Caine argumenta que si el tiempo de solidificación de alimentador y pieza fuesen idénticos, el volumen del alimentador necesario teóricamente sería infinito, pero que si la pieza solidifica rápidamente relativa al alimentador, el volumen del alimentador decrecería a un mínimo determinado por el requisito de contracción solamente; esta condición se presenta en piezas largas y de paredes delgadas cuya relación V/A es baja. La relación propuesta por Caine se presenta en la figura 7 cuyos resultados son aplicables a fundiciones de acero; los puntos a la derecha de la curva indican piezas sanas mientras que los puntos a la izquierda de la misma indican piezas susceptibles de defectos de contracción. Relación funcional similar a la mostrada en la figura 7 también ha sido obtenida para el hierro nodular⁽³⁾.

La ecuación que describe los datos experimentales obtenidos por Caine es:

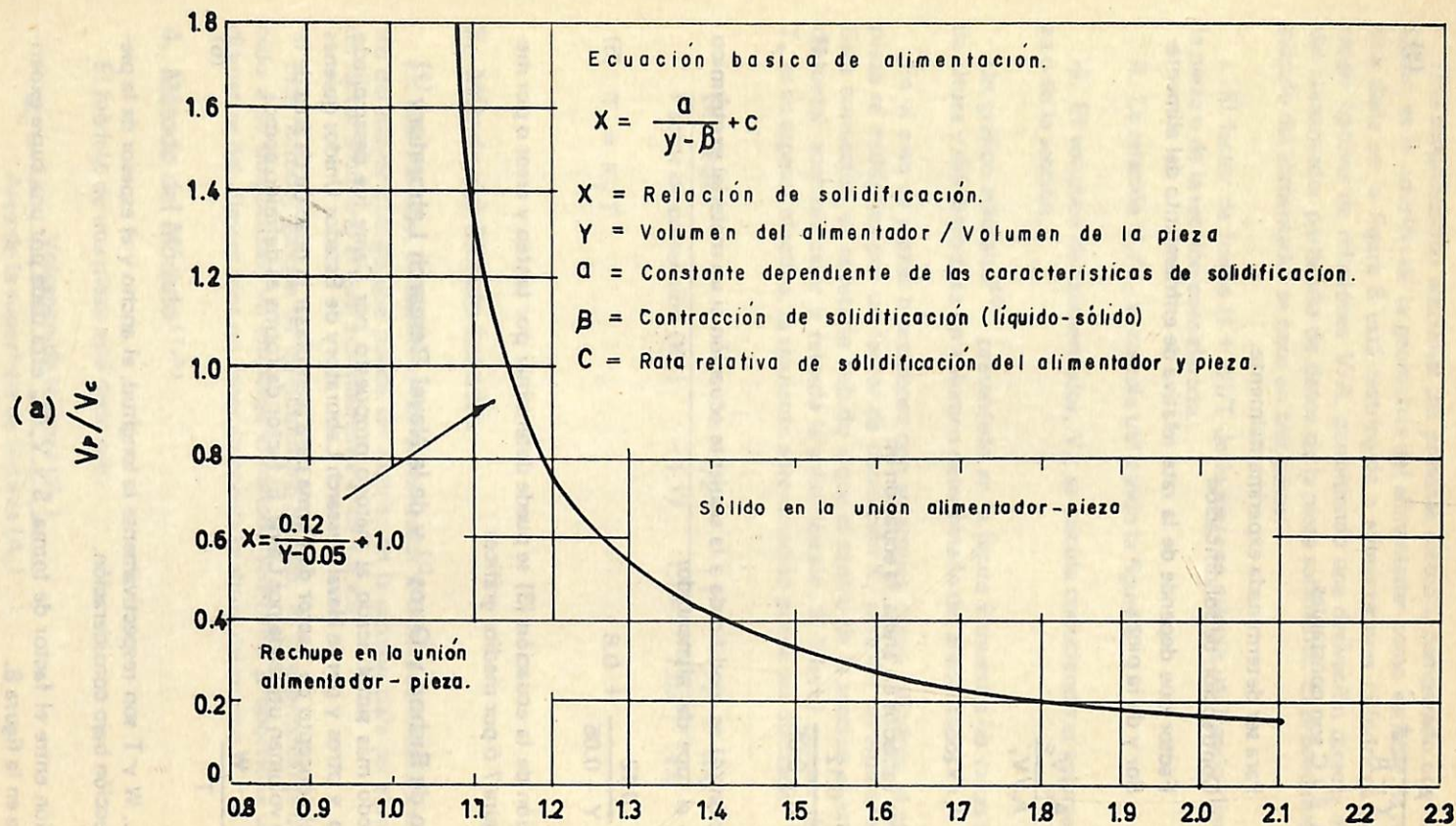


Figura 7. Curva de Caine para calcular el mínimo volumen del alimentador.
 (acero de 0.3°/o C)

$$\text{Relación de solidificación} = \frac{A_c/V_c}{A_r/V_r}$$

$$X = \frac{A}{Y - \beta} + C \quad (3)$$

en donde: A, β y C son constantes.

A = Para ser determinada experimentalmente.

β = Contracción de solidificación

C = Factor que depende de la rata relativa de enfriamiento del alimentador y de la pieza.

$$X = \frac{A_c/V_c}{A_r/V_r}$$

$$Y = V_r/V_c$$

Para aceros vaciados en arena, la ecuación es:

$$X = \frac{0.12}{Y - 0.05} + 1 \quad (4)$$

La ecuación (4) es modificada a la siguiente ecuación si un material exotérmico es agregado al tope del alimentador:

$$X = \frac{0.12}{Y - 0.05} + 0.8 \quad (5)$$

La solución de la ecuación (3) se puede determinar por tanteo y error o por medio de la figura 7 ó por medios gráficos.

2. Método de Bishop y Otros⁽⁵⁾ y de la Naval Research Laboratory⁽⁵⁾

Un método más simplificado al método propuesto por Caine fue desarrollado por Bishop y otros y por la Naval Research Laboratory de Estados Unidos quienes utilizaron el concepto de **Factor de Forma** para reemplazar la relación de área de la superficie a volumen utilizada por Caine. El factor de forma es definido como:

$$S = \frac{L + W}{T} \quad (6)$$

en donde L, W y T son respectivamente la longitud, el ancho y el espesor de la pieza o de la sección bajo consideración.

La relación entre el factor de forma, S y V_r/V_c está dada por una curva experimental dada en la figura 8.

Una simplificación adicional del presente método, comparado con el gráfico de Caine, es la omisión de la geometría del alimentador como variable: la relación gráfica dada en la figura 8 está restringida a alimentadores cilíndricos dentro de un rango óptimo de relaciones V/A , permitiendo una derivación directa del volumen del alimentador partiendo de datos de la pieza solamente. El procedimiento para el cálculo del alimentador se hace en tres pasos:

i. El factor de forma $(I + W)/T$ de la pieza se calcula utilizando dimensiones de la pieza o de la sección considerada.

ii. La relación V_r/V_c se calcula utilizando la figura 8.

iii. El volumen del alimentador, V_r , se calcula conociendo el volumen de la pieza o de la sección.

Un gráfico adicional⁽⁵⁾ presentado en la figura 9 muestra las varias alternativas de altura y diámetro para un volumen determinado del alimentador.

En el caso de piezas o secciones con corazones, como cilindros, el espesor de la pieza se multiplica por un factor de corrección K_1 para dar un espesor efectivo T_e . Esta corrección es necesaria debido a que el centro de la sección al estar rodeada de metal, acumula calor y retarda la solidificación. Si T es el espesor de la pieza y T_e es su espesor efectivo, la siguiente aproximación puede ser utilizada⁽⁶⁾

Diámetro	1/2 T	1 T	2 T	4 T
Factor de corrección (K_1)	1.17	1.14	1.02	1.0

$$T_e = K_1 T$$

3. Método del Círculo Inscrito

En este método, el diámetro del alimentador se obtiene multiplicando el diámetro del mayor círculo que puede ser inscrito en la sección para ser alimentada por un factor arbitrario el cual normalmente es de 1.5 a 3.

Este método, aunque de un empirismo grosero, es frecuentemente utilizado debido a su simplicidad; sin embargo el método solamente proporciona un rango de diámetros del alimentador sin tener en cuenta la altura del mismo.

4. Método del Módulo^(7,8)

El módulo de una pieza está dado por:

$$M_c = \frac{\text{Volumen de la pieza } (V_c)}{\text{Area de la superficie de la pieza } (A_c)} \quad (7)$$

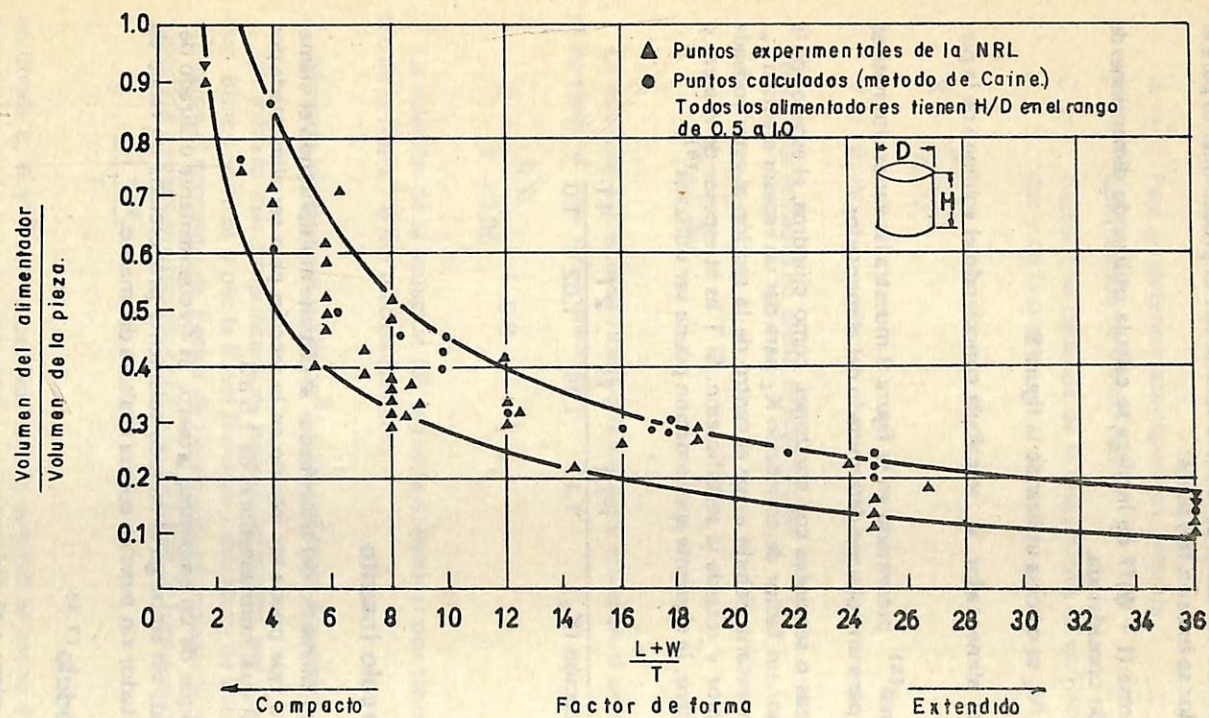


Figura 8. Relación del factor de forma al mínimo volumen del alimentador expresado como una fracción del volumen de la pieza

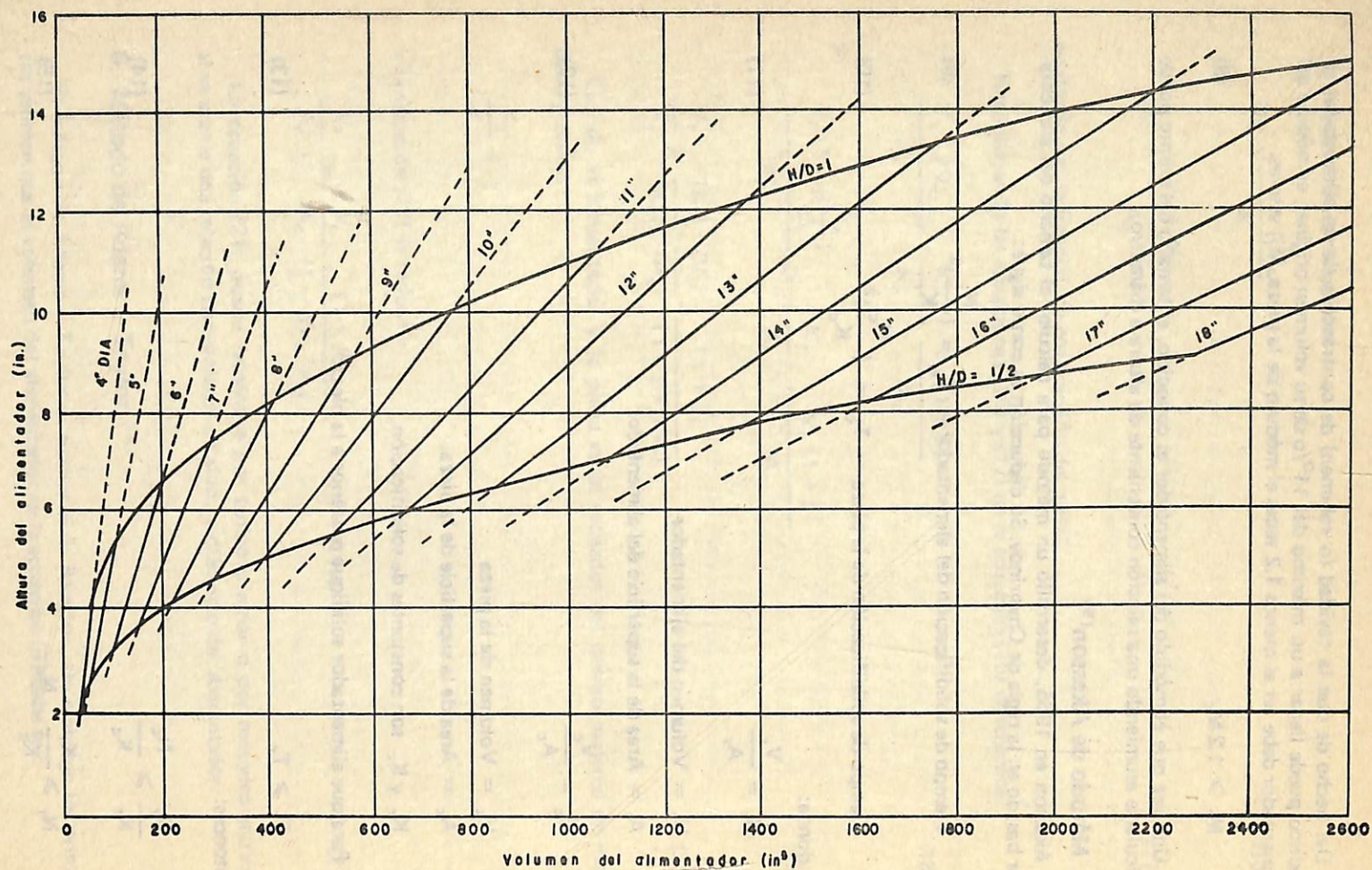


Figura 9. Gráfico para convertir volumen del alimentador a dimensiones del alimentador

Del hecho de que la cavidad (o volumen) de contracción de un alimentador cilíndrico puede llegar a un máximo del 14⁰/o de su volumen original, el módulo del alimentador debe ser al menos 1.2 veces el módulo de la pieza, M_r , esto es:

$$M_r \geq 1.2 M_c \quad (8)$$

Una vez que el módulo del alimentador es conocido, el tamaño del mismo puede calcularse asumiendo una relación conveniente de altura a diámetro.

5. Método de Akesson⁽⁹⁾

Akesson en 1955, desarrolló un método para calcular el tamaño del alimentador basado en la regla de Chvorinov. Su deducción es como sigue:

$$\text{Tiempo de solidificación del alimentador} = T_r = \left(\frac{N_r}{K_r} \right)^2 \quad (9)$$

$$\text{Tiempo de solidificación de la pieza} = T_c = \left(\frac{N_c}{K_c} \right)^2 \quad (10)$$

en donde:

$$N_r = \frac{V_r}{A_r} \quad (11)$$

V_r = Volumen del alimentador

A_r = Area de la superficie del alimentador

$$N_c = \frac{V_c}{A_c} \quad (12)$$

V_c = Volumen de la pieza

A_c = Area de la superficie de la pieza.

K_r y K_c son constantes de solidificación.

Para que alimentador solidique posterior a la pieza:

$$T_r \geq T_c \quad (13)$$

entonces:

$$\frac{N_r}{K_r} \geq \frac{N_c}{K_c} \quad (14)$$

$$N_r \geq \frac{K_r}{K_c} \cdot N_c \quad (15)$$

Al final de la solidificación:

$$N_r = \frac{V_r - \beta V_c}{A_r} \quad (16)$$

$$N_c = \frac{V_c + \beta V_c}{A_c} \quad (17)$$

en donde β es la fracción de contracción del metal.

Reemplazando las ecuaciones (16) y (17) en la ecuación (15) obtenemos:

$$\frac{V_r - \beta V_c}{A_r} \geq \left(\frac{K_r}{K_c} \right) \cdot \frac{V_c (1 + \beta)}{A_c} \quad (18)$$

$$\frac{V_r (1 - \beta \frac{V_c}{V_r})}{A_r} \geq \left(\frac{K_r}{K_c} \right) \cdot \frac{V_c (1 + \beta)}{A_c} \quad (19)$$

$$\frac{V_r}{A_r} \geq \left(\frac{K_r}{K_c} \right) \cdot \left(\frac{V_c}{A_c} \right) \cdot \frac{(1 + \beta)}{(1 - \beta V_c/V_r)} \quad (20)$$

Cuando el alimentador y la pieza están rodeados del mismo material de moldeo, entonces:

$$\frac{K_r}{K_c} = 1$$

y la ecuación (20) se reduce a:

$$\frac{V_r}{A_r} \geq \frac{V_c}{A_c} \cdot \frac{(1 + \beta)}{(1 - \beta V_c/V_r)} \quad (21)$$

La ecuación (21) puede resolverse por tanteo y error o por métodos gráficos si se asume una relación conveniente de altura a diámetro del alimentador.

6. Método de Adams y Taylor⁽¹⁰⁾

El método de Adams y Taylor es similar al de Akesson, sin embargo los primeros asumen que el volumen del alimentador en la ecuación (9) debe ser:

$$V_{rf} = V_r - \beta(V_r + V_c) \quad (22)$$

en donde:

V_{rf} = Volumen final del alimentador (cuando el metal haya solidificado).

V_r = Volumen inicial del alimentador.

La ecuación (11) deberá ser corregida a:

$$N_r = \frac{V_{rf}}{A_r} \quad (23)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (10), (13) y (23), Adams y Taylor obtuvieron la siguiente ecuación:

$$(1 - \beta) \left(\frac{V_r}{V_c} \right) = \frac{A_r}{A_c} + \beta \quad (24)$$

Nota: En todas las relaciones anteriores:

A_r : Se refiere al área superficial del alimentador menos el área de contacto alimentador—pieza.

A_c : Se refiere al área superficial de la pieza menos el área de contacto alimentador—pieza.

Esto es, sólo las áreas enfriadas son incluidas en el cálculo, las áreas imaginarias de contacto se omiten.

III. Ejemplo

Con el fin de ilustrar el uso de los diferentes métodos anteriormente explicados, se tomó como caso práctico la alimentación de una catalina cuya forma y dimensiones aparecen en la figura 10. Esta pieza tiene un peso de 2.050 kg. y es fabricada en acero SAE 5140. Para efectos de cálculo de los alimentadores, la pieza fue dividida en dos partes: la manzana y la banda de rodamiento cuyos sistemas de alimentación se asumieron ser independientes. También, para ambas partes, una relación de altura: diámetro del alimentador igual a 1/2 fue asumida ya que esta relación empíricamente ha demostrado ser la más económica para alimentadores cimeros.

A. Cálculo del Alimentador para la Manzana

$$\text{Volumen de la manzana} = V_c = \frac{\pi}{4} (15^2 - 8^2) \times 10 = 1264.49 \text{ in.}^3$$

$$\begin{aligned} \text{Área de la manzana} &= A_c = \frac{\pi}{4} (15^2 - 8^2) + \pi \times 15 \times 10 + \pi \times 8 \times 10 \\ &= 849.02 \text{ in.}^2 \end{aligned}$$

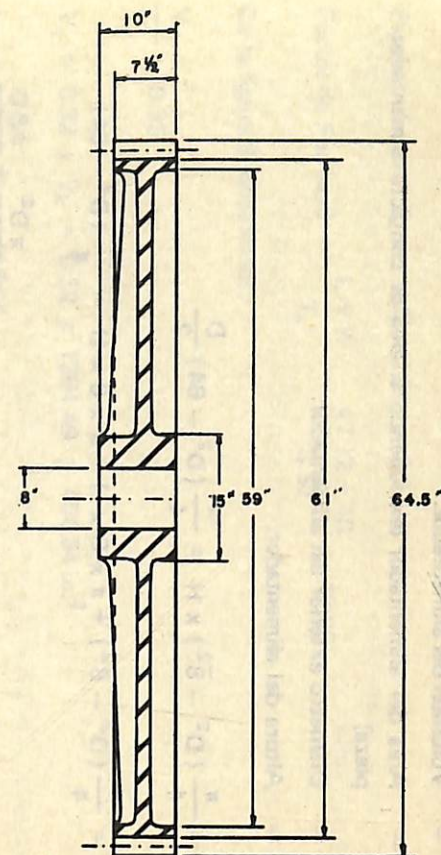
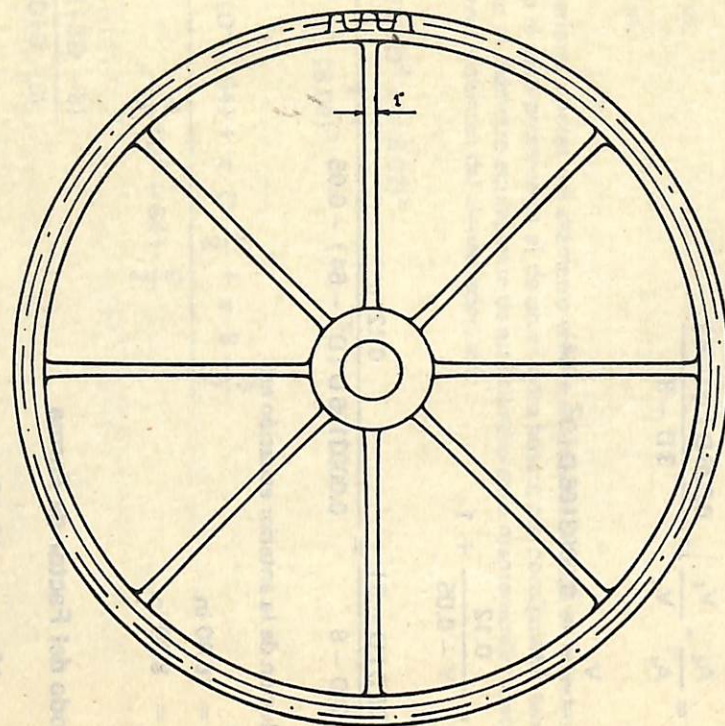


Figura 10. Dimensiones de la catalina utilizada en el ejemplo de cálculo de alimentadores

1. Método de Caine

Sean:

V_r = Volumen del alimentador.

A_r = Área del alimentador (excluyendo el área de contacto alimentador-pieza)

D = Diámetro exterior del alimentador.

H = Altura del alimentador.

$$V_r = \frac{\pi}{4} (D^2 - 8^2) \times H = \frac{\pi}{4} (D^2 - 64) \frac{D}{2}$$

$$A_r = \frac{\pi}{4} (D^2 - 8^2) + \pi \times D \times H + \pi \times 8 \times H = \frac{\pi}{4} (D^2 - 64) + \frac{\pi D^2}{2} + \frac{\pi 8D}{2}$$

$$X = \frac{A_c}{A_r} \cdot \frac{V_r}{V_c} = \frac{0.336 D (D - 8)}{3 D - 8}$$

$$Y = \frac{V_r}{V_c} = 0.0003106 D (D^2 - 64)$$

$$X = \frac{0.12}{Y - 0.05} + 1$$

$$\frac{0.336 D (D - 8)}{3 D - 8} = \frac{0.12}{0.0003106 D (D^2 - 64) - 0.05} + 1$$

La solución de la anterior ecuación es:

$$D = 16.40 \text{ in.}$$

$$H = 8.20 \text{ in.}$$

2. Método del Factor de Forma

$$L = 15 \cdot \pi = 47.12 \text{ in.}$$

$$W = 10.00 \text{ in.}$$

$$T = (15 - 8) / 2 = 3.50 \text{ in.}$$

$$\frac{\text{Diámetro interior}}{\text{Espesor}} = \frac{8.00}{3.50} = 2.29$$

$$\text{Factor de corrección, } K_1 = 1.02$$

$$\text{Espesor efectivo, } T_e = 1.02 \times 3.50 = 3.57 \text{ in.}$$

$$\text{Factor de Forma, } S = \frac{L + W}{T_e} = \frac{47.12 + 10}{3.57} = 16.00$$

De la figura 8, obtenemos:

$$\frac{V_r}{V_c} = 0.32$$

$$V_r = 0.32 \times V_c = 0.32 \times 1264.49 = 404.64 \text{ in.}^3$$

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \cdot D = 404.64$$

$$D = 8.02 \text{ in.}$$

$$H = 8.02 \text{ in.}$$

Los anteriores valores del diámetro y de la altura se refieren a un cilindro sólido, sin embargo el caso presente es el de un cilindro hueco; por consiguiente tendremos que calcular el diámetro equivalente de este cilindro pero manteniendo constante la relación Área: Volumen del alimentador, así:

$$\frac{A_r}{V_r} = \frac{\frac{\pi}{4} (8.02)^2 + \pi (8.02)^2}{\frac{\pi}{4} (8.02)^3 \cdot}$$

$$= \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - 64) + \pi \cdot D \cdot \frac{D}{2} + \pi \cdot 8 \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi}{4} (D^2 - 64) \cdot \frac{D}{2}}$$

$$\frac{5.00}{8.02} = \frac{2(3D - 8)}{D(D - 8)}$$

$$D^2 - 17.62 D + 25.66 = 0$$

$$D = 16.02 \text{ in.}$$

$$H = 8.01 \text{ in.}$$

3. Método del Círculo Inscrito

$$\text{Diámetro del círculo inscrito} = (15 - 8)/2 = 3.50 \text{ in.}$$

$$\text{Diámetro del alimentador} = 1.50 \times 3.50 = 5.25 \text{ in.}$$

Como nuestro alimentador es uno cilíndrico hueco, la anterior cifra se refiere al espesor del alimentador.

$$\text{Diámetro exterior del alimentador} = 8 + 6.25 \times 2 = 18.50 \text{ in.}$$

4. Método del Módulo

$$\text{Módulo de la manzana, } M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{1264.49}{849.02} = 1.489$$

$$\text{Módulo del alimentador, } M_r = 1.2 M_c = 1.787$$

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} ; \quad 1.787 = \frac{\frac{\pi}{4}(D^2 - 64) \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi}{4}(D^2 - 64) + \pi \cdot D \cdot \frac{D}{2} + \pi \cdot 8 \cdot \frac{D}{2}}$$

$$D^2 - 18.72D + 28.59 = 0$$

$$D = 17.05 \text{ in.}$$

$$H = 8.52 \text{ in.}$$

5. Método de Akesson

$$\frac{V_r}{A_r} = \frac{V_c}{A_c} \cdot \frac{1 + \beta}{1 - \beta V_c/V_r}$$

$$\frac{V_r}{A_r} = \frac{1264.49}{849.02} \cdot \frac{1 + 0.05}{1 - 0.05 \times 1264.49/V_r} = \frac{1564}{1 - 63.225/V_r}$$

$$\frac{\frac{\pi}{4}(D^2 - 64) \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi}{4}(D^2 - 64) + \pi \cdot D \cdot \frac{D}{2} + \pi \cdot 8 \cdot \frac{D}{2}} = \frac{1.564}{1 - \frac{63.225}{\frac{\pi}{4}(D^2 - 64) \cdot \frac{D}{2}}}$$

$$D^3 - 9.38 D^2 - 114.04 D + 39.19 = 0$$

$$D = 16.24 \text{ in.}$$

$$H = 8.12 \text{ in.}$$

6. Método de Adam y Taylor

$$(1 - \beta) \frac{V_r}{V_c} = \frac{A_r}{A_c} + \beta$$

$$(1 - 0.05) \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - 64) \cdot \frac{D}{2}}{1264.49} = \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - 64) + \pi D \frac{D}{2} + \pi 8 \frac{D}{2}}{849.02} + 0.05$$

$$D^3 - 9.40 D^2 - 114.16 D + 31.16 = 0$$

$$D = 16.30 \text{ in.}$$

$$H = 8.15 \text{ in.}$$

B. Cálculo de Alimentadores para la Banda de Rodamiento

De la figura 10,

$$d = 64.50 \text{ in.}$$

$$c = \pi d = 202.63 \text{ in.}$$

$$t = 7.50 \text{ in.}$$

De la figura 1, la máxima distancia entre alimentadores es

$$4t = 4 \times 7.50 = 30.00 \text{ in.}$$

Asumiendo un diámetro mínimo de alimentador igual a 10.00 in., la distancia entre centros de los alimentadores será igual a:

$$10.000 + 30.00 = 40.00 \text{ in.}$$

$$\text{Número de alimentadores necesarios} = \frac{202.63}{40.00} \sim 5$$

Debido a la geometría de la pieza, emplearemos seis alimentadores colocados en la unión de la circunferencia exterior de la banda de rodamiento y los radios. Entonces, la zona que cada alimentador debe alimentar es:

$$Z = \frac{202.63}{6} = 33.72 \text{ in.}$$

ahora:

$$V_c = \left(\frac{202.63}{6} \right) \cdot (7.50) \cdot \left(\frac{64.50 - 59.00}{2} \right) = 696.55 \text{ in}^3.$$

$$A_c = 2 \left(\frac{64.50\pi + 59.00\pi}{6 \times 2} \right) \left(\frac{64.50 - 59.00}{2} \right) + \frac{64.50\pi}{6} \times 7.5 \\ + \frac{59.00\pi}{6} \times 7.5 = 662.82 \text{ in}^2$$

1. Método de Caine

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{D}{2} = 0.125 \pi D^3$$

$$A_r = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D \cdot \frac{D}{2} = 0.750 \pi D^2$$

$$X = \frac{A_c}{A_r} \cdot \frac{V_r}{V_c} = \frac{662.82}{0.750 \pi D^2} \cdot \frac{0.125 \pi D^3}{696.55} = 0.159 D$$

$$Y = \frac{V_r}{V_c} = \frac{0.125 \pi D^3}{696.55} = 0.000564 D^3$$

$$X = \frac{0.12}{Y - 0.05} + 1 = \frac{0.12}{0.000564 D^3 - 0.05} + 1 = 0.159 D$$

$$D^4 - 6.30 D^3 - 88.68 D - 780.59 = 0$$

$$D = 8.68 \text{ in.}$$

$$H = 4.34 \text{ in.}$$

2. Método del Factor de Forma

$$L = 64.50\pi / 6 = 33.77 \text{ in.}$$

$$W = 10.00 \text{ in.}$$

$$T = (64.50 - 59.00) / 2 = 2.75 \text{ in.}$$

$$S = \frac{L + W}{T} = \frac{33.77 + 10.00}{2.75} = 15.92$$

De la figura 8, obtenemos:

$$\frac{V_r}{V_c} = 0.32$$

$$V_r = 0.32 V_c = 0.32 \times 696.55 = 222.90 \text{ in.}^3$$

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \cdot H = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{D}{2} = \frac{\pi D^3}{8} = 222.90$$

$$D = 8.28 \text{ in.}$$

$$H = 4.14 \text{ in.}$$

3. Método del Círculo Inscrito

$$\text{Diámetro del círculo inscrito} = (64.50 - 59.00) / 2 = 4.12 \text{ in.}$$

$$\text{Diámetro del alimentador} = 2.75 \times 1.5 = 4.12 \text{ in.}$$

$$\text{ó} = 2.75 \times 3.0 = 8.25 \text{ in.}$$

4. Método del Módulo

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{696.55}{662.82} = 1.051$$

$$M_r = 1.2 M_c = 1.261$$

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = 1.261 = \frac{0.125 \pi D^3}{0.750 \pi D^2}$$

$$D = 7.56 \text{ in.}$$

$$H = 3.78 \text{ in.}$$

5. Método de Akesson

$$\frac{V_r}{A_r} = \frac{V_c}{A_c} \cdot \frac{1 + \beta}{1 - \beta V_c / V_r}$$

$$\frac{0.125 \pi D^3}{0.750 \pi D^2} = \frac{696.55}{662.82} \cdot \frac{1 + 0.05}{1 - 0.05 \cdot \frac{696.55}{0.125 \pi D^3}}$$



$$0.167 D = \frac{1.104}{1 - 88.69 / D^3}$$

$$D^3 - 6.61 D^2 - 88.69 = 0$$

$$D = 8.00 \text{ in.}$$

$$H = 4.00 \text{ in.}$$

6. Método de Adam y Taylor

$$(1 - \beta) \frac{V_r}{V_c} = \frac{A_r}{A_c} + \beta$$

$$(1 - 0.05) \frac{0.0125 \pi D^3}{696.55} = \frac{0.750 \pi D^2}{662.82} + 0.05$$

$$D^3 - 6.64 D^2 - 93.36 = 0$$

$$D = 8.10 \text{ in.}$$

$$H = 4.05 \text{ in.}$$

IV. Conclusiones

El objeto del presente trabajo ha sido el de mostrar la existencia de diferentes métodos de cálculo de alimentadores e ilustrar la aplicación de estos con un caso típico de pieza fundida. Cabe notar que los métodos anteriormente expuestos no son los únicos ni los más precisos pero si los de más fácil manipulación.

Una comparación de los resultados obtenidos por los diferentes métodos es dada en la Tabla 1. De esta tabla se puede observar que los valores obtenidos (diámetro y altura del alimentador) utilizando los distintos métodos, son casi idénticos. Por facilidad de cómputo, los métodos de Akesson y de Adams y Taylor deberían utilizarse en cuanto estos sólo presuponen el conocimiento del coeficiente de contracción líquido-sólido del metal. Por otra parte los métodos de Caine y del Factor de Forma, están basados en resultados experimentales los cuales pueden dar resultados más cercanos a la realidad.

TABLA 1

Comparación de las dimensiones del alimentador utilizando los diferentes métodos.

Método del Cálculo	Manzana		Banda de Rodamiento	
	D (in)	H (in)	D (in)	H (in)
1. Caine	16.40	8.20	8.68	4.34
2. Factor de Forma	16.02	8.01	8.28	4.14
3. Círculo Inscrito	18.50	9.25	8.25	4.12
4. Módulo	17.05	8.52	7.56	3.78
5. Akesson	16.24	8.15	8.00	4.00
6. Adam y Taylor	16.30	8.15	8.10	4.05

V. Referencias

1. Bishop, H.F., Myskowski, E.T., y Pellini, W.S., Trans. A.F.S., vol. 59, pp. 174, 1951.
2. Bishop, H.F., y Pellini, W.S., Trans. A.F.S., vol. 58, pp. 185, 1950.
3. Chvorinov, N., Geisserei, vol. 27, pp. 177, 1940.
4. Caine, J.B., Trans. A.F.S., vol. 57, pp. 66, 1949.
5. Bishop, H.F., Myskowski, E.T., y Pellini, W.S., Trans. A.F.S., vol. 63, pp. 271, 1955.
6. Flinn, A.R., **Fundamentals of Metal Castings**, Addison-Wesley Publishing, Inc., U.S.A., 1963.
7. Wlodawer, R., **Directional Solidification of Steel Castings**, Pergamon Press, Oxford, 1966.
8. Wlodawer, R., Foundry Trade Jour., vol. 114, pp. 251, 1963.
9. Akesson, K., Gjuteriet, Stockholm., vol. 45, pp. 3, 1955.
10. Adams, C.M., y Taylor, H.F., Trans. A.F.S., vol. 61, pp. 686, 1953.
11. Carslaw, H.S., y Jaeger, J.C., **Conduction of Heat in Solids**. Oxford University Press, 1959.

Apéndice. Deducción de la Ecuación (1)

La solidificación de un metal en un molde es esencialmente un problema de flujo de calor inestable, por consiguiente, todos los intentos para encontrar la solución matemática a este problema están basados en la teoría matemática de flujo de calor en régimen inestable.

Es fácil demostrar⁽¹¹⁾ que el cambio de temperatura de un elemento de dimensiones dx , dy y dz de un sólido homogéneo e isótropo a través del cual fluye calor está dado por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{k}{\rho c} \cdot \nabla^2 T \quad (a)$$

en donde:

T = Temperatura del elemento

t = Tiempo

k = Conductividad térmica

ρ = Densidad, y

c = Calor específico

La cantidad $k/\rho c$ se conoce como la difusividad térmica del sólido y es frecuentemente representada por α . Si la conducción de calor se efectúa solamente en una sola dirección, la ecuación (a) se reduce a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (b)$$

Puede también demostrarse⁽¹¹⁾ que si una pared plana de un cuerpo sólido semi-infinito que inicialmente está a una temperatura uniforme T_o y que es instantáneamente elevada a una temperatura T_m al tiempo $t=0$, entonces, después de un tiempo t , la temperatura T de un punto cuya distancia perpendicular a la pared es x , está dada por:

$$T = T_m + (T_o - T_m) \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) \quad (c)$$

en donde erf denota la función de error definida por:

$$\operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2\sqrt{\alpha t}} e^{-\beta^2} d\beta$$

La ecuación (c) puede utilizarse para calcular la temperatura de moldes de baja conductividad térmica (como los de arena) y para determinar la rata a la cual el molde remueve calor de la pieza fundida si se asume lo siguiente:

- i. La temperatura de la interface molde-metal permanece constante durante el período de solidificación,
- ii. La difusividad térmica α del material del molde es independiente de la temperatura,
- iii. Los errores introducidos por la no homogeneidad del molde no son grandes y
- iv. Los errores introducidos por el tamaño finito de las paredes del molde no son grandes.

Asumiendo que la distribución de la temperatura en el molde está dada por la ecuación (c) para cualquier tiempo t una vez que la pieza haya sido vaciada y hasta el final de la solidificación, la rata dQ'/dt a la cual el calor es removido de la pieza por unidad de área de la superficie del molde está dada por la siguiente expresión:

$$q|_{x=0} = \frac{d(Q/A)}{dt} = \frac{dQ'}{dt} = -k_m \cdot \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} \quad (d)$$

En donde:

k_m = conductividad térmica del molde

Diferenciando la ecuación (c) con respecto a x y reemplazando el resultado en la ecuación (d) obtenemos:

$$q|_{x=0} = \frac{k_m (T_m - T_o)}{\sqrt{\pi \alpha_m t}} = \frac{\sqrt{k_m \rho_m c_m}}{\sqrt{\pi t}} (T_m - T_o) \quad (e)$$

En donde:

ρ_m = Densidad del molde

c_m = Calor específico del material del molde

α_m = Difusividad térmica del material del molde.

El calor que entra al molde proviene del calor de fusión del metal que solidifica; la rata a la cual este calor es generado es:

$$q = \rho_s H_f \cdot \frac{dS}{dt} \quad (f)$$

En donde:

ρ_s = Densidad del material que solidifica

H_f = Calor de fusión

S = Espesor del metal solidificado

Igualando las ecuaciones (e) y (f) obtenemos la rata a la cual la interfase sólido-líquido avanza en el líquido:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\sqrt{k_m \rho_m c_m}}{\rho_s H_f \sqrt{\pi} \sqrt{t}} (T_m - T_o) \quad (g)$$

Integración de la ecuación (g) entre los límites:

$$S = 0 \text{ a } t = 0 \text{ y}$$

$$S = S \text{ a } t = t$$

dá el siguiente resultado:

$$S = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{T_m - T_o}{\rho_s H_f} \right) \sqrt{k_m \rho_m c_m} \sqrt{t} \quad (h)$$

De la ecuación (h) observamos que el espesor del metal solidificado depende de ciertas características del metal, $(T_m - T_o) \rho_s H_f$ y de la difusividad calórica del molde, $k_m \rho_m c_m$.

El calor total absorbido por el molde en el tiempo t se obtiene integrando la ecuación (e):

$$Q = \int_0^t A q|_{x=0} dt = \frac{A \sqrt{k_m \rho_m c_m}}{\sqrt{\pi}} (T_m - T_o) \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{t}}$$

$$\therefore Q = \frac{2A \sqrt{k_m \rho_m c_m}}{\sqrt{\pi}} (T_m - T_o) \sqrt{t} \quad (i)$$

Para que una pieza de volumen V solidifique completamente, todo su calor latente debe ser removido. El calor latente total es:

$$Q_H = \rho_s V H_f \quad (j)$$

Combinando las ecuaciones (i) y (j) obtenemos el tiempo de solidificación de una pieza en función de su relación volúmen:área, esto es:

$$T = K \left(\frac{V}{A} \right)^2 \quad (k)$$

En donde:

$$K = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\rho_s H_f}{T_m - T_o} \right) \left(\frac{1}{k_m \rho_m c_m} \right)$$

La ecuación (k) es comunmente conocida como la regla de Chvorinov y K como la constante de Chvorinov. La confirmación experimental de la ecuación (k) fue

llevada a cabo por el mismo Chvorinov en piezas de aceros de diferentes formas, desde una lámina de 10mm. de espesor hasta piezas de 65 tons. La figura A presenta los resultados experimentales obtenidos por Chvorinov. De esta figura se puede observar que los puntos experimentales caen sobre la línea recta teórica predicha por la ecuación (k).

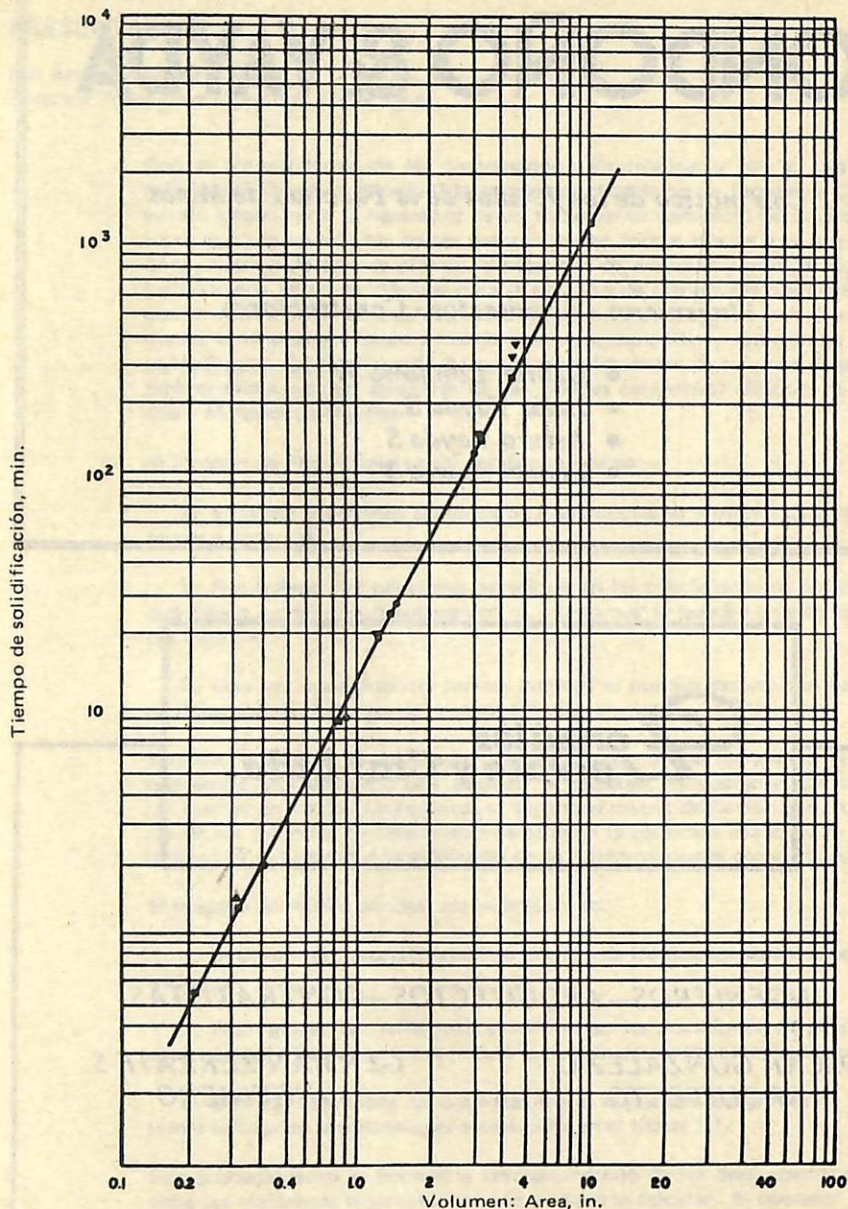


Figura A. Relación del tiempo de solidificación a la relación volumen: Area

N. de la D. Invitamos a los lectores a discutir este artículo. Se reciben comentarios hasta Septiembre 30/77.