

# Simulación de Circuitos de Molienda desde un Enfoque Fenomenológico

Por: *Oswaldo Bustamante Rúa\**.  
*Jorge Martín Molina Escobar\**.  
*Luis Emilio Sánchez Zapata\**.

## RESUMEN

Los simuladores de circuitos de molienda y clasificación están siendo utilizados ampliamente en el mundo.

En Colombia carecíamos de este tipo de "Software"; pero actualmente existe en el CIMEX (Centro de Investigaciones en Metalurgia Extractiva) un simulador que está al servicio de la comunidad científico-tecnológica del país, basado en los balances poblacionales dados por Austin et al (1) y en lenguaje "Basic", montado en un P. C. compatible a I.B.M.

## 1. INTRODUCCION

Los simuladores en sus diferentes áreas pueden ser útiles para la parte de diseño de prefactibilidad y factibilidad, lo mismo que la optimización de procesos ya existentes.

El CIMEX, posee actualmente un simulador estático de molienda-clasificación, el cual asimismo puede utilizarse en los tópicos anteriores. El simulador estático está basado en la introducción de conceptos de diseño de reactores en la comminución en la cual la fractura se considera como la reacción dentro del volumen del molino.

Por otro lado, se tienen presente 5 combinaciones para un circuito de un solo molino, 25 combinaciones para dos molinos de bolas en serie y 10 combinaciones para los molinos de bolas en paralelo; con sus respectivas etapas de clasificación.

Este simulador es parte del proyecto del CIMEX de adentrarse a la sistematización de la industria minera

del país, por lo cual se encuentran en realización varios proyectos por el estilo.

## 2. ASPECTOS TEORICOS

El simulador se basa en la ecuación de balance máscio por tamaño dentro del circuito de molienda, así:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Tasa de aparición} \\ \text{del tamaño } X_i \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{Tasa de aparición} \\ \text{y/o desaparición} \\ \text{por procesos de} \\ \text{nacimiento y muerte} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{Tasa de aparición} \\ \text{y/o desaparición por} \\ \text{procesos continuos} \\ \text{de desgaste} \end{array} \right] \quad (1)$$

Si suponemos que la fractura se ocasiona por eventos discretos, ocasionados por el impacto de los medios moledores con el mineral; entonces la aparición de tamaño  $X_i$  dado por el desgaste del tamaño  $X_{i-1}$  y la desaparición de partículas de tamaño  $X_i$  pasando por abrasión continua al tamaño inmediatamente inferior  $X_{i+1}$  no se considerará, pues la variación del radio en el tiempo no sería una cantidad considerable en el balance de masa.

Queda definido, por ende, que sólo se habla de fractura cuando el tamaño  $X_i$  (el cual generalmente se puede definir como el tamaño promedio entre dos diámetros de malla consecutivos considerando la serie tyler o tomando como tamaño el valor del diámetro de la malla superior) desaparece el rango de tamaño del cual se habla.

Por otro lado, la tasa de aparición dentro del molino de tamaño  $X_i$  se da matemáticamente como:

$$\frac{d [ W_i (t) ]}{dt} \quad (2)$$

En cuanto a los procesos de nacimiento y muerte, tenemos que los nacimientos de partículas de tamaño

\* Ingenieros de Minas y Metalurgia, Facultad de Minas - CIMEX.  
Universidad Nacional de Colombia. Apdo. Aéreo 1027, Medellín.

$X_i$ , se da por fractura de tamaños de diámetro mayor  $X_j$ . Además el tamaño  $X_j$  al fracturarse producirá una distribución de tamaños, en las cuales generará partículas de tamaño  $X_i$ , por lo tanto la tasa de producción de tamaño  $X_i$  proveniente de un tamaño mayor  $X_j$  se da como:

$$(fracción a  $X_i$  de  $X_j$ ). (Tasa de fractura de  $X_j$ ) \quad (3)$$

$$= b_{ij} S_j w_j(t) W$$

A su vez, la tasa de desaparición de tamaños  $X_i$ , se da como:

$$- S_i w_i(t) W \quad (4)$$

La ecuación de balance queda entonces:

$$\frac{d}{dt} (w_i(t)) = - S_i w_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j w_j(t), \quad n \geq i \geq j \geq 1 \quad (5)$$

$$i > 1$$

Esta es la ecuación fundamental de balance másico para un molino operando por lotes o si la molienda tuviese una transferencia de masa en flujo pistón.

Los valores de las matrices  $S$  y  $B$  han sido determinados experimentalmente en el CIMEX. Mirar referencia (7).

La simulación de circuitos de molienda continuos en estado estacionario se hace con base en que los valores de  $S$ ,  $B$  y el llenado es constante a lo largo del molino, además de la determinación de la DTR (distribución de tiempos de residencia) del molino y que las partículas en general tienen esa distribución.

Por lo tanto; si  $p_i$  es la fracción en peso saliendo del molino:

$$P_i = \int_{t=0}^{\infty} w_i(t) \mathcal{O}(t) dt \quad (6)$$

Donde  $\mathcal{O}(t) dt$  es la fracción de la alimentación que sale del molino después de un tiempo de residencia  $t$  a  $t+dt$ . Para efectos del computador:

$$P_i = \sum d_{ij} f_j, \quad n \geq i \geq 1 \quad (7)$$

$$d_{ij} = \begin{cases} e_j & i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} C_{ik} C_{jk} (e_k - e_j) & i > j \end{cases} \quad (8)$$

$$C_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=i}^{j-1} C_{ik} C_{jk} & i < j \\ 1 & i = j \\ 1 & i > j \end{cases} \quad (9)$$

$$S_i = \sum_{j=1}^{i-1} S_j b_{ij} C_{kj} \quad (10)$$

$$e_j = \int_0^{\infty} e^{-sj} \phi(t) dt \quad (11)$$

y  $e_j$  para reactores en serie iguales es:

$$e_j = 1 / (1 + S_j \tau / m)^m \quad (12)$$

y para un reactor grande y dos pequeños perfectamente mezclados es:

$$e_j = \frac{1}{(1 + S_j \tau_1)(1 + S_j \tau_2)^2} \quad (13)$$

donde:  $\tau = \tau_1 + 2\tau_2$

y  $\tau$  : Tiempo promedio global del molino

$\tau_1$  : Tiempo promedio del reactor grande

$\tau_2$  : Tiempo promedio de los reactores pequeños

Si el circuito es cerrado con un clasificador de valores de selectividad si: entonces

$$t_i C = p s_i (1 + C) \quad (14)$$

Por lo tanto

$$f_i (1 + C) = s_i p_i (1 + C) + g_i \quad (15)$$

Donde  $g_i$  es el "make up" de alimentación (es la fracción en peso que entra al circuito con el tamaño de corte).

### 3. DESCRIPCION DEL SIMULADOR

El simulador que ofrece el CIMEX, se basa considerablemente en el presentado por Austin (trabajado por Putman, Rajamani, Herbst y otros) en el Seminario Internacional sobre Ingeniería de Procesos de Molienda y Clasificación en la Facultad de Minas en 1986.

Aquel software fue realizado para computadores Apple en lenguaje Basic, el cual no pudo ser aplicado en el certamen por limitaciones de tipo técnico, por desconocimiento de su fundamentación y por errores en el mismo.

Es así como este software fue adaptado a las condiciones técnicas existentes en gran parte del país, en lenguaje GWBASIC 3.22, ejecutable en computadores IBM o compatibles con sistema operacional MS-DOS, preferiblemente con monitor a color o tarjeta graficadora EGA (Enhanced Adapted Grafic), a fin de visualizar gráficamente los circuitos que se pretende simular.

Se sustenta en los modelos fenomenológicos, en los conceptos teóricos mencionados anteriormente, matriz de selección, de fractura, clasificación, distribución de tiempos de residencia, cinética de molienda de primer orden y diferentes parámetros de tipo mecánico y tecnológico. En la Fig. 1 se muestra el diagrama de flujo general por la simulación de circuitos.

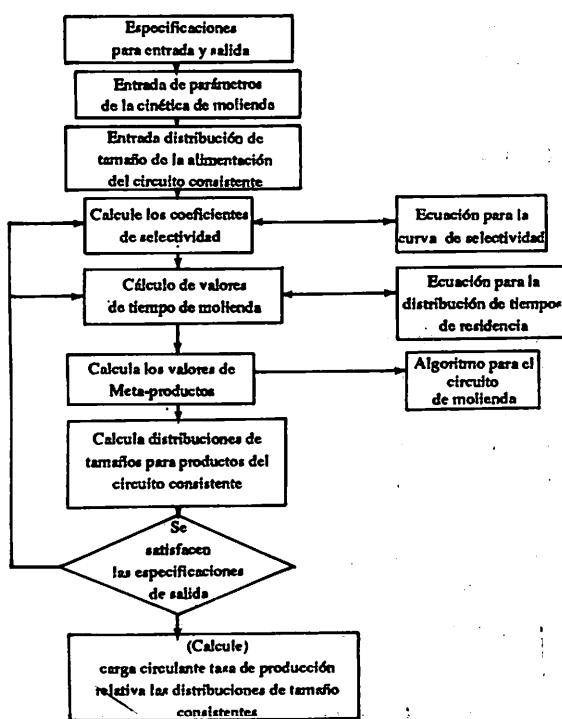


FIGURA 1. Algoritmo para el cálculo de circuitos de molienda.

Dentro de los resultados que ofrece el simulador de una manera probabilística, son productividad horaria y relativa del molino y del circuito, potencia, energía específica, granulometría para cada una de las corrientes en estado estacionario, tiempos de residencia. Ver ejemplos en el numeral 4.

Teniendo en la cuenta el número de variables que maneja y la flexibilidad que permite, las diferentes alternativas de circuitos, hacen de éste un programa importante y necesario para próximas investigaciones a nivel industrial y de laboratorio.

Operar el programa es relativamente simple, no obstante exige que el usuario conozca profundamente el significado, rangos de trabajo y las implicaciones de las variables que se alimentan en aquél, como de la interpretación de los datos que arroja. Es importante además que se tenga definido cualitativamente los tipos de circuitos que se adecúan a las necesidades. De este conocimiento, dependerá el provecho que se haga del simulador.

### 4. EJEMPLOS

Se simulan dos circuitos cerrados de un solo molino. Ver Fig. 2.

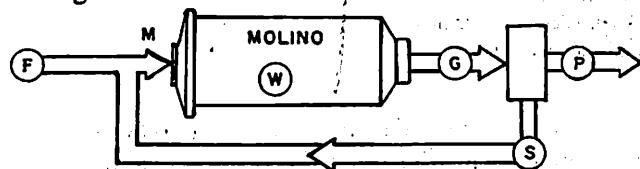


FIGURA 2. Circuito cerrado normal de molienda.

La diferencia primordial radica en que en el primer caso se entran directamente los valores de las matrices selección y fractura por cada clase estrecha, mientras que en el segundo, se introducen los coeficientes característicos obtenidos experimentalmente y estadísticamente, de las ecuaciones de selección y fractura.

#### Entrada de datos

	Caso 1	Caso 2
Número de intervalos granulometría alimentación	17	14
Tamaño máximo partícula (mm)	9.52	3.36
Post-clasificación		
Tamaño de corte d	148.0	105.0
"Sharpness Index"	0.7	0.5
"Apparent Bypass"	0.3	0.3
Tiempo de residencia (min)	4.0	4.00
Tamaño 1er. reactor	0.70	0.70
Tamaño 2do. reactor	0.15	0.15

Granulometría de alimentación, valores de S y B. (Ver Tabla 1) y condiciones de operación. Caso 1.

**TABLA 1. Distribución granulométrica de alimentación y valores de S y B. Caso 1.**

Número Int.	Tamaño micrones	% que pasa alimentación	$\bar{S}, \text{min}^{-1}$	$B_{ij}$
1	9520	100.00	1.87	1.0000
2	6732	80.00	2.09	1.0000
3	4760	63.10	2.00	0.8660
4	3366	44.10	1.73	0.5090
5	2380	29.10	1.39	0.3440
6	1683	26.90	1.08	0.2470
7	1190	13.60	0.82	0.1810
8	841	10.10	0.62	0.1340
9	595	5.40	0.46	0.1000
10	421	4.80	0.35	0.0740
11	298	4.20	0.26	0.0550
12	210	3.20	0.20	0.0410
13	149	2.50	0.15	0.0300
14	105	2.20	0.11	0.0230
15	74	2.10	0.083	0.0170
16	53	2.00	0.062	0.0130
17	38	0.00	0.00	0.0090

Coeficiente de llenado de mineral U	0.86
Fracción bolas por volumen	0.40
Fracción velocidad crítica	0.70
Diámetro del molino D (m)	0.82
Simulación húmeda C	1.32

A continuación se da para el caso 2 la granulometría de la alimentación, factores de escalado, coeficientes estadísticos para la selección y fractura. Ver Tabla 2, y luego sus condiciones de operación.

**TABLA 2. Granulometría alimentación.  
Factores de escalado. Caso 2.**

Número Int.	Tamaño micrones	% que pasa alimentac.	Factores y coefficient.	Valor
1	3360	100.00	N	0.8
2	2376	99.00	N	0.5
3	1680	97.00	N	0.2
4	1188	95.00	N	4.0
5	840	91.00	A de la prueba	1.0
6	594	84.00	Xo	1.0
7	420	73.00	Alfa	0.8
8	297	55.00	Mu	1.9
9	210	26.00	Lambda	3.7
10	148	23.00	Beta	5.8
11	105	14.00	Gamma	1.3
12	74	10.00	Delta	0.0
13	53	8.10	Phi	0.58
14	37	6.80		

### Condiciones de operación

Fracción bolas por volumen prueba	0.4
Fracción bolas por volumen Ind.	0.4
Valor U prueba	1.0
Valor U Industrial	1.0
Fracción Vel. crítica prueba	0.7
Fracción Vel. crítica Ind.	0.7
Diámetro molino prueba (m)	0.195
Diámetro molino Ind. (m)	0.820
Diámetro máximo bolas (mm)	25.40
Diámetro mínimo bolas (mm)	10.00
Sim. húmeda C	1.32
Nº Tamaños de bolas	1
Tamaño mm.	25.4

### Parámetros de Control

	1	2
Porcentaje que pasa	80	80
Error permisible	1	2
Intervalo	8	10
Carga circulante	2.5	3.5
Más o menos que	0.3	0.2
Const de transfer.	0.7	0.7
Longitud molino m.		1
Grav. específica mineral		2.7
Diámetro bolas mm		25.4
Densidad medio moledores		7.9

### RESULTADOS

	1	2
Razón de circulación	1.4910	2.574
Rata relativa de producción P/W	0.7368	1.2601
Carga circulante	2.49	3.57
Valor esperado de U	2.7675	3.3119
Tiempo medio de residencia	5.6119	4.6955
Producto del circuito (TPH)		
Sin corrección por sobrelleñado	6.05	10.35
Con corrección por sobrelleñado	1.63	1.62
Potencia del molino (Kw)	1.53	1.53
Energía espec. de molienda (Kwhr/ton)	0.94	0.95

Las granulometrías de las diferentes corrientes para el Caso 1, se presentan en la Tabla 3. Para el Caso 2, mirar Tabla 4.

**TABLA 3. Distribuciones granulométricas acumuladas de las diferentes corrientes. Caso 1.**

Núm. Int.	Aliment. Círculo	Aliment. Molino	Produc. Molino	Post Clasific.	Produc. Círculo
1	100.00	100.00	100.00	100.00	85.00
2	80.00	24.00	93.00	100.00	85.00
3	63.00	22.00	88.00	99.00	85.00
4	44.00	21.00	81.00	99.00	85.00
5	29.00	19.00	73.00	99.00	85.00
6	26.00	18.00	68.00	96.00	85.00
7	13.00	16.00	54.00	76.00	83.00
8	10.00	15.00	47.00	43.00	79.00*
9	5.40	13.00	39.00	31.00	68.00
10	4.80	12.00	34.00	30.00	59.00
11	4.20	11.00	29.00	30.00	51.00
12	3.20	9.55	24.00	30.00	43.00
13	2.50	8.08	20.00	30.00	36.00
14	2.20	6.60	17.00	30.00	29.00
15	2.10	5.12	13.00	30.00	24.00
16	2.00	3.65	10.00	30.00	19.00
17	0.00	2.17	7.24	30.00	12.00

\* Se observa que el 79% de la corriente que sale del circuito es menor que la clase estrecha del intervalo 8, como fue sugerido en los parámetros de control.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) AUSTIN, KIMPHL and LUCKIE. Process Engineering of size reduction: Ball Milling. Pensilvania, AIME 1984.
- (2) AUSTIN, L. G. Memorias del Seminario de Comminución de Minerales. Medellín, Facultad de Minas, cap. 3-12, 1986.
- (3) AUSTIN, L. G. and LUCKIE, P. T. The Estimation of Non-Normalized Breakage Distribution Parameters from Batch Grinding Test. Powdr. Technology-Elserier, Netherland. pp. 267-271. 1971.

**TABLA 4. Distribuciones granulométricas acumuladas de las diferentes corrientes. Caso 2.**

Núm. Int.	Aliment. Círculo	Aliment. Molino	Produc. Molino	Post Clasific.	Produc. Círculo
1	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
2	99.00	4.90	99.00	99.00	100.00
3	97.00	4.86	99.00	99.00	100.00
4	95.00	4.82	98.00	99.00	100.00
5	91.00	4.77	97.00	99.00	99.00
6	84.00	4.73	95.00	98.00	99.00
7	73.00	4.69	90.00	96.00	99.00
8	55.00	4.65	79.00	91.00	98.00
9	26.00	4.61	57.00	79.00	91.00
10	23.00	4.57	40.00	61.00	79.00**
11	14.00	4.53	26.00	44.00	59.00
12	10.00	4.48	17.00	35.00	41.00
13	8.10	4.43	11.00	32.00	29.00
14	6.80	4.39	8.33	30.00	20.00

\*\* Recuérdese que aquí el control se exigió para que el 80% de la corriente de salida pasase el tamaño del intervalo 10.

- (4) LYNCH A. J. Mineral Crushing and Grinding Circuits. Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam. 1977. 339 p.
- (5) MULAR, A. L. and HERBST. Mineral Processing Plant Design. AIME. New York. pp. 306-331. 1978.
- (6) MOLINA, J. M. SANCHEZ L. E. Diseño computarizado de circuitos de molienda y clasificación. Tesis de grado. U. Nacional, 1989. 105 p.
- (7) POSADA, D. RIVERA, V. Estudio de un modelo discreto para un proceso de reducción de tamaños. Tesis de grado. U. Nacional. 1987. 95 p.